بیستمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران
و ششمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران
۸ تا ۱۰ بهمن ماه۱۳۹۲ - دانشگاه صنعتی شیراز

اثرات دمایی ماده‌ی دی‌الکتریک بر ویژگی‌های غیرکلاسیکی حالت همدوس غیرخطی سطح کره

احسان عموقربان، علی مهدی‌فر و رقیه اسدی

دانشگاه شهرکرد، دانشکده علوم، گروه فیزیک

چکیده - در این مقاله به بررسی اثرات دمایی دی‌الکتریک پاشنده و جاذب بر ویژگی‌های غیرکلاسیکی حالت‌های فرودی می‌پردازیم، بر این اساس حالت‌های فرودی از سمت راست و چپ تیغه‌ی دی‌الکتریک را به ترتیب حالت همدوس غیرخطی روی سطح کره و حالت خلاء کوانتومی در نظر می‌گیریم و با الگوسازی تابع گذردهی الکتریکی تیغه‌ی دی‌الکتریک توسط مدل لورنتس، چلاندگی کوادراتوری و پارامتر مندل را محاسبه می‌کنیم.

کلید واژه- کوانتش میدان الکترومغناطیس، فوتون‌های گرمایی، چلاندگی کوادراتوری، پارامتر مندل، حالت‌های همدوس غیرخطی روی سطح کره.

The thermal effects of dielectric media on non-classical properties of nonlinear coherent state on a sphere

Ehsan Amooghorban, Ali Mahdifar and Roghayeh Asadi

Department of Physics, Faculty of Science, Shahrekord University

Abstract- In this paper, the thermal effects of the dispersive and absorbing dielectric slab on non-classical properties of the incident states are investigated. Accordingly, we consider the incident rightward and leftward states on the dielectric slab as a nonlinear coherent state on a sphere and the quantum vacuum state, respectively. Then, by modeling the electric permittivity function of the dielectric slab with the Lorentz model, the quadrature squeezing and the Mandel parameter are calculated.

Keywords: Electromagnetic field quantization, Thermal photon, Quadrature squeezing, Mandel parameter, Non-linear coherent states on a sphere.

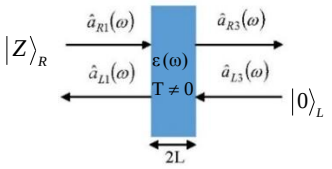
[Downloaded from www.opsi.ir on 2025-11-16]

۱- مقدمه

بررسی کلاسیکی پالس‌های اپتیکی در عبور از محیط‌های پاشنده و جاذب با هندسه‌های گوناگون در کتاب‌های مختلف مطالعه شده است [۱]. پالس‌های فرودی در حضور خواص اتلافی و پاشندگی محیط دی‌الکتریک و همچنین بازتاب‌های پی‌درپی که در درون آن رخ می‌دهد تغییر شکل پیدا می‌کنند. ولی تغییراتی نیز وجود دارند که فقط در حوزه کوانتوم اپتیک قابل بررسی هستند. ازجمله زمانیکه حالت‌های فرودی دارای ویژگی‌های اپتیکی غیرکلاسیکی هستند و یا دی‌الکتریک در دمای متناهی نگه داشته شوند. در این‌صورت ویژگی‌های آمار کوانتومی حالت‌های خروجی در اثر اضافه شدن و یا تداخل با امواج گسیلی از دی‌الکتریک تغییر پیدا می‌کنند. بنابراین، برای توصیف اثر ماده و دمای متناهی دی‌الکتریک بر حالت‌های کوانتومی فرودی لازم است تا کوانتش امواج الکترومغناطیسی را در محیط‌های دی‌الکتریک پاشنده و جاذب انجام داد. تاکنون روش‌های متعددی برای کوانتش امواج الکترومغناطیس در حضور محیط‌های دی‌الکتریک ارائه شده است که می توان آن‌ها را در دو رهیافت کلی لاگرانژی [۲] و پدیده شناختی [۳] دسته‌بندی کرد. در این مقاله برای بررسی اثرات گرمایی تیغه‌ی دی‌الکتریک با دمای متناهی بر ویژگی‌های غیرکلاسیکی حالت‌های فرودی روی آن، چلاندگی کوادراتوری و پارامتر مندل را محاسبه می‌کنیم. در مرجع [۴] نشان داده شده است که خواص غیرکلاسیکی حالت‌های همدوس غیرخطی سطح کره با افزایش انحنای کره افزایش می‌یابد. از اینرو، با انتخاب حالت‌های مزبور به عنوان حالت‌های فرودی بر تیغه‌ی دی‌الکتریک به بررسی اثرات دمایی تیغه بر خواص این حالت‌ها خواهیم پرداخت. همچنین امکان جبران ویژگی نابودکنندگی خواص غیرکلاسیکی توسط دما از طریق افزایش انحنای فضای حالت‌های همدوس سطح کره بررسی خواهد شد.

۲- ماتریس پراکندگی

در این بخش در ابتدا کوانتش میدان الکترومغناطیس در حضور یک تیغه‌ی دی‌الکتریک به ضخامت $2L$ و ضریب شکست $n^2(\omega)=[\eta(\omega)+i\kappa(\omega)]^2=\varepsilon_r(\omega)+i\varepsilon_i(\omega)$ را مرور می‌کنیم (شکل ۱).



شکل ۱: نمایش عملگرهای فرودی و خروجی تعریف شده در ماتریس پراکندگی (۲-۱).

در روش پدیده‌شناختی، ماده مستقیما وارد طرح کوانتش نمی‌شود و حضور ماده توسط چگالی قطبش الکتریکی نوفه و نفوذپذیری الکتریکی، که روابط کرامرز-کرونیگ را ارضا می کند، توصیف می‌شود. در این روش بردار قطبش نوفه که ویژگی‌های اتلافی ماده را بیان می‌کند، به معادله کلاسیکی ساختمندی ماده اضافه می‌شود. با استفاده از رابطه‌ی بین بردار قطبش الکتریکی با میدان‌های بوزونی نیز معادلات ماکسول با معادله ساختمندی ماده ترکیب و عملگرهای میدان الکترومغناطیسی بر حسب این عملگرهای بوزونی و تانسور گرین به‌دست می‌آید. براین اساس مؤلفه‌ی مثبت عملگر پتانسیل برداری برحسب عملگرهای خلق و فنا به‌صورت زیر تعریف می‌شود

$$\hat{A}^{+}(x,t)=\int_0^{+\infty}d\omega\sqrt{\frac{\hbar}{4\pi\varepsilon_0 c\omega\sigma}}\left[\hat{a}_{R\Omega}(\omega)e^{i\omega x/c}+\text{H.C.}\right]e^{-i\omega t} \quad (۱-۲)$$

که در آن σ سطحی از تیغه است که نورهای فرودی بر آن فرود می‌آیند و $\Omega=1,3$ اشاره به نواحی دو طرف تیغه دی‌الکتریک دارد (شکل ۱). از آنجایی که مدهای تابشی در حضور تیعه دی الکتریک پراکنده می‌شوند، این پراکندگی را می‌توان برحسب ماتریس پراکندگی به‌صورت زیر بیان کرد [۵]

$$\begin{pmatrix}\hat{a}_{L1}(\omega)\\ \hat{a}_{R3}(\omega)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}R_s(\omega) & T_s(\omega)\\ T_s(\omega) & R_s(\omega)\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\hat{a}_{R1}(\omega)\\ \hat{a}_{L3}(\omega)\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}\hat{F}_L(\omega)\\ \hat{F}_R(\omega)\end{pmatrix}. \quad (۲-۲)$$

در این رابطه $\hat{a}_{R1}(\omega)$، $\hat{a}_{L3}(\omega)$ و $\hat{a}_{R3}(\omega)$، $\hat{a}_{L1}(\omega)$ به ترتیب عملگرهای نابودی متناظر با مدهای فرودی و خروجی از تیغه و $\hat{F}_L(\omega)$ و $\hat{F}_R(\omega)$ عملگرهای نوفه‌ی کوانتومی متناظر با اثرات اتلافی و گرمایی تیغه و $R(\omega)$ و $T(\omega)$ ضرایب بازتاب و عبور از سطح تیغه هستند. در اینجا عملگرهای نوفه و عملگرهای ورودی و خروجی به ترتیب در روابط جابجایی زیر صدق می‌کنند

$$\left[\hat{F}_\Omega(\omega),\hat{F}_\Omega^\dagger(\omega')\right]=\left(1-|R_s(\omega)|^2-|T_s(\omega)|^2\right)\delta(\omega-\omega'), \quad (۳-۲)$$

$$\left[\hat{a}_{R\Omega}(\omega),\hat{a}_{R\Omega}^\dagger(\omega')\right]=\left[\hat{a}_{L\Omega}(\omega),\hat{a}_{L\Omega}^\dagger(\omega')\right]=\delta(\omega-\omega'), \quad (۴-۲)$$

که در آن ضرایب بازتاب و عبور از تیغه به‌صورت زیر تعریف می‌شوند [۵]:

$$R_s(\omega)=\frac{\left(n^2(\omega)-1\right)\exp(-2i\omega l/c)\left[\exp\left(4i\omega n(\omega)l/c\right)-1\right]}{\left(n(\omega)+1\right)^2-\left(n(\omega)-1\right)^2\exp\left(4i\omega n(\omega)l/c\right)}, \quad (۵-۲)$$

$$T_s(\omega)=\frac{4n(\omega)\exp\left[2i\omega\left(n(\omega)-1\right)l/c\right]}{\left(n(\omega)+1\right)^2-\left(n(\omega)-1\right)^2\exp\left(4i\omega n(\omega)l/c\right)}.$$

[Downloaded from www.opsi.ir on 2025-11-16]

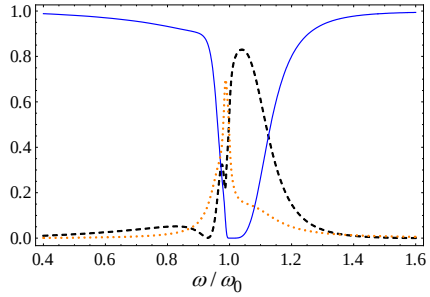
مقدار چشم‌داشتی عملگرهای نوفه برحسب مربع مدول ضریب جذب ماده $|A(\omega)|^2=\left(1-|R_S(\omega)|^2-|T_S(\omega)|^2\right)$ به‌صورت زیر نوشته می‌شوند [۵]

$$\langle F|\hat{F}_\Lambda(\omega)|F\rangle=\langle F|\hat{F}_\Lambda^\dagger(\omega)|F\rangle=0, \quad (6\text{-}۲)$$

$$\langle F|\hat{F}_R^\dagger(\omega)\hat{F}_R(\omega')|F\rangle=n(\omega,\mathrm{T})|A(\omega)|^2\delta(\omega-\omega') \quad (7\text{-}۲)$$

$$n(\omega,\mathrm{T})=\left[\exp(\hbar\omega/k_B\mathrm{T})-1\right]^{-1}$$

در رابطه بالا $n(\omega,\mathrm{T})$ میانگین فوتون‌های گرمایی ایجاد شده در تیغه دی‌الکتریک، $\hbar$ ، k_B و T به ترتیب ثابت پلانک، ثابت بولتزمن و دمای تیغه دی‌الکتریک و $\Lambda=R,L$ است. در اینجا تابع گذردهی الکتریکی تیغه دی‌الکتریک را مطابق مدل لورنتس $\varepsilon(\omega)=1-\frac{\omega_P^2}{\omega^2-\omega_0^2+i\gamma\omega}$ الگوسازی می‌کنیم که ω_P بسامد پلاسما، ω_0 بسامد تشدید و γ ضریب میرایی تیغه دی الکتریک است. در شکل (۱) نمودار تغییرات مربع مدول ضرایب بازتاب، عبور و جذب برحسب بسامد رسم شده است.



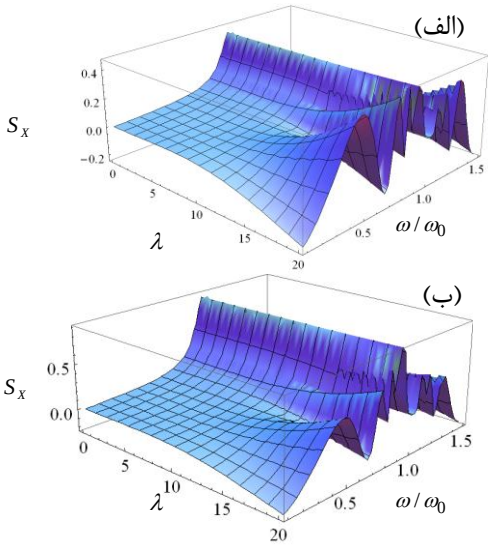
شکل ۲: نمودار تغییرات مربع مدول ضرایب بازتاب (خط توپر)، عبور (خط‌چین) و جذب (نقطه‌چین) برحسب بسامد. پارامترهای تیغه‌ی دی‌الکتریک مطابق مدل لورنتس عبارتند از: $\omega_P/\omega_0=0.5$، $\gamma/\omega_0=0.01$ و $\omega_0 l/c=1$.

۳- چلاندگی کوادراتوری

به منظور بررسی اثرات تیغه‌ی پاشنده و اتلافی بر مدهای تابشی، حالت کلی سامانه تابشی را به صورت $|\varphi\rangle=|Z\rangle_R|0\rangle_L|F\rangle$ درنظر می‌گیریم، که در آن $|Z\rangle_R$ بیانگر حالت همدوس غیرخطی، $|0\rangle_L$ حالت خلاء میدان الکترومغناطیسی و $|F\rangle$ نشانگر حالت کوانتومی تیغه دی‌الکتریک است. حالت همدوس غیرخطی روی سطح کره را مطابق مرجع [۴] به صورت $|Z\rangle=\frac{1}{\sqrt{M}}\sum_{n=0}^{N}\sqrt{\binom{N}{n}}\left(\left[g(\lambda,n)\right]\right)!Z^n|n\rangle$ تعریف می‌کنیم که λ پارامتر خمیدگی کره، Z دامنه شدت حالت مزبور، M ضریب بهنجارش، N بعد فضای فوک متناهی الابعاد و $g(\lambda,n)=\sqrt{\left(\lambda(N+1-n)+\sqrt{1+\lambda^2/4}\right)\left(\lambda n+\sqrt{1+\lambda^2/4}\right)}$ است.

اکنون با به کاربردن روابط (۲-۲)-(۲-۷)، عدم قطعیت کوادراتورهای $\hat{X}_{R3}=\frac{1}{2}(\hat{a}_{R3}+\hat{a}_{R3}^\dagger)$ و $\hat{Y}_{R3}=\frac{1}{2i}(\hat{a}_{R3}-\hat{a}_{R3}^\dagger)$ برای حالت غیرخطی خروجی از تیغه دی‌الکتریکی که در دمای متناهی T نگه داشته شده به‌صورت زیر به‌دست می‌آید

$$\begin{aligned}\begin{pmatrix}\Delta\hat{X}_{R3}\\ \Delta Y_{R3}\end{pmatrix}^2 &= \frac{1}{4M}\left\{\sum_{n=0}^{N}\binom{N}{n}\left(\left[g(\lambda,n)\right]!\right)^2|Z|^{2n}\right.\\ &\times\left(2n|T_s|^2+1+2\left\langle F_R^\dagger F_R\right\rangle\right)\pm\sqrt{\binom{N}{n}}\left[g(\lambda,n)\right]!|Z|^{2n}\\ &\times\left\{\sqrt{\binom{N}{n+2}}\left[g(\lambda,n+2)\right]!\sqrt{(n+1)(n+2)}\right.\\ &\times\left(Z^2T_S^2+Z^{*2}T_S^{*2}\right)-\frac{1}{M}\sum_{k=0}^{N}\sqrt{\binom{N}{n+1}\binom{N}{k}\binom{N}{k+1}}\\ &\times\left[g(\lambda,n+1)\right]!\left[g(\lambda,k)\right]!\left[g(\lambda,k+1)\right]!\\ &\left.\left.\times|Z|^{2k}\sqrt{(n+1)(k+1)}\left(Z^2T_S^2+Z^{*2}T_S^{*2}\pm2|Z|^2|T_s|^2\right)\right\}\right\}\end{aligned} \quad (۷\text{-}۲)$$



شکل ۳: نمودار S_X برای حالت همدوس غیرخطی خروجی از تیغه دی‌الکتریک بر حسب λ و ω/ω_0 به‌ازاء $Z=0.01$، $N=5$، $\omega_P/\omega_0=0.5$، $\gamma/\omega_0=0.0$ و $\omega_0 l/c=10$. در شکل‌های (الف) و (ب) به ترتیب دمای تیغه $T=0.6\hbar\omega_0/k_B$ و $T=0.9\hbar\omega_0/k_B$ است.

در شکل ۳ نمودار $S_X=4\Delta X_{R3}^2-1$ برحسب λ و ω/ω_0 رسم شده است. مقادیر منفی پارامتر مزبور بیانگر چلاندگی(کاهش نوفه‌های کوانتومی نسبت به حد استاندارد) خواهد بود. مشاهده می‌شود S_X در نزدیکی بسامد جذب همواره مثبت است و با افزایش دما مقدار آن نیز افزایش می‌یابد. با توجه به اینکه مدول ضرایب بازتاب و عبور در نزدیکی بسامد تشدید کاهش می‌یابند (شکل ۲)، پس مقدار ضریب جذب محیط افزایش می‌یابد. از طرف دیگر، تیغه‌ای که در دمای متناهی نگه داشته شده است همانند جسم سیاه عمل می‌کند و از آنجا که تعداد فوتون‌های گرمایی تولید شده با افزایش دما نیز افزایش می‌یابند و همواره حاصلضرب آن با مدول ضریب جذب در

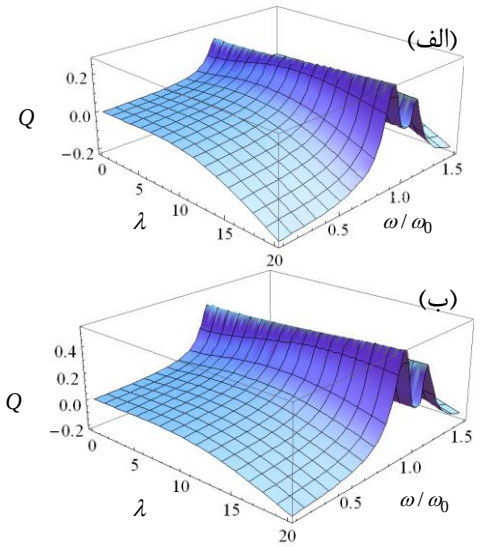
[Downloaded from www.opsi.ir on 2025-11-16]

رابطه (۲-۷) ظاهر می‌شود، پس انتظار داریم که جذب محیطی به همراه تاثیرات گرمایی تیغه‌ی دی‌الکتریک (که البته در دماهای بالاتر اثرات گرمایی غالب بر تاثیرات جذبی تیغه‌ی دی‌الکتریک هستند) ویژگی‌های غیرکلاسیکی حالت همدوس غیرخطی عبوری را از بین ببرد. بنابراین، همانگونه که از شکل مشاهده می‌شود، حتی با افزایش پارامتر λ هیچ چلاندگی در نواحی نزدیک بسامد تشدید وجود ندارد. اما در نواحی دورتر از بسامد تشدید، که مقدار مدول ضرایب جذب و عبور ماده تقریبا برابر صفر هستند، اثرات گرمایی و جذبی ماده سهم ناچیزی دارند. بنابراین امکان مشاهده چلاندگی کوادراتوری در این نواحی وجود دارد. علاوه بر این، می‌توان نشان داد که مولفه‌ی کوادراتوری دیگر نیز رفتاری مشابه از خود نشان می‌دهد.

۳-پارامتر مندل

برای مطالعه‌ی آمار فوتونی حالت‌های همدوس غیرخطی خروجی از تیغه‌ی دی‌الکتریک، لازم است پارامتر مندل $Q\equiv\left\langle\left[\Delta\hat{N}\right]^2\right\rangle-\left\langle\hat{N}\right\rangle\Big/\left\langle\hat{N}\right\rangle$ را مورد بررسی قرار دهیم که مقادیر مثبت، صفر و منفی پارامتر مزبور به ترتیب نشانگر آمار فراپواسونی، پواسونی و زیرپواسونی است:

$$Q=\frac{1}{M}\sum_{n=0}^{N}\binom{N}{n}\left(\left[g(\lambda,n)\right]!\right)^2|Z|^{2n}\Big\{\Big(n^2|T_s|^4-n|T_s|^4+4n|T_s|^2\left\langle F_R^\dagger F_R\right\rangle+2\left\langle F_R^\dagger F_R\right\rangle^2\Big)-\frac{1}{M}\sum_{k=0}^{N}\binom{N}{k}\left(\left[g(\lambda,k)\right]!\right)^2 \times|Z|^{2k}\Big(nk|T_s|^4+\left\langle F_R^\dagger F_R\right\rangle^2+(n+k)|T_s|^2\left\langle F_R^\dagger F_R\right\rangle\Big)\Big\}\Big/\frac{1}{M}\sum_{n=0}^{N}\binom{N}{n}\left(\left[g(\lambda,n)\right]!\right)^2|Z|^{2n}\left(n|T_s|^2+\left\langle F_R^\dagger F_R\right\rangle\right) \quad (۱-۳)$$



شکل ۴: پارامتر مندل برحسب λ و ω/ω_0 برای حالت همدوس غیرخطی خروجی از تیغه‌ی دی‌الکتریک مطابق پارامترهای شکل۲.

در شکل ۴ پارامتر مندل برحسب λ و ω/ω_0 رسم شده است. مشاهده می‌شود با افزایش λ پارامتر مندل منفی‌تر می‌شود. به عبارت دیگر، سرشت زیرپواسونی حالت‌های خروجی تقویت می‌شود. با این حال، در نزدیکی بسامد جذب، حتی با افزایش λ، پارامتر مندل همچنان مثبت باقی می‌ماند و با افزایش دما مقدار آن مثبت‌تر می‌شود. از اینرو، تا آنجا که به آمار شمارش فوتون‌ها مربوط می‌شود، اثرات دمایی تیغه دی‌الکتریک ویژگی‌های غیرکلاسیکی حالت همدوس غیرخطی عبوری را از بین می‌برد.

۴- نتیجه‌گیری

در این مقاله اثرات دمایی یک تیغه‌ی دی‌الکتریک پاشنده و جاذب بر ویژگی‌های غیرکلاسیکی حالت‌های عبوری از آن بررسی شده است. با محاسبه‌ی چلاندگی کوادراتوری و پارامتر مندل حالت‌های خروجی از تیغه‌ی دی‌الکتریک نشان داده شد که افزایش دمای تیغه باعث کاهش اثرات غیرکلاسیکی حالت‌های مزبور می‌گردد. علاوه بر این، مشاهده شد که در نزدیکی بسامد جذب، حتی با افزایش λ، ویژگی‌های غیرکلاسیکی از بین می‌روند. از طرف دیگر، در نواحی دور از بسامد جذب، با افزایش انحنای فضا ویژگی‌های غیرکلاسیکی حالت‌های خروجی همچنان افزایش می‌یابد. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که افزایش انحنای فضای حالت‌های همدوس غیرخطی سطح کره، در نواحی دور از بسامد جذب، می‌تواند نقش جبران‌کننده‌ای برای دمای نابود کننده‌ی خواص غیرکلاسیکی داشته باشد.

سپاسگزاری

نویسندگان، از معاونت تحصیلات تکمیلی دانشگاه شهرکرد برای حمایتهای انجام شده قدردانی می‌نمایند.

مراجع

[۱] C. G. B. Garrett, D. E. McCumber, Phys. Rev. A **1**, 305 (1970).

[2] B. Huttner and S. M. Barnett, Phys. Rev. A **46**, 4306 (1992).

[3] R. Matloob and R. Loudon, Phys. Rev. A **53**, 4567 (1996).

[۴] A. Mahdifar, R. Roknizadeh and M. H. Naderi, J. Phys. A: Math. Gen. **39**, 7003 (2006).

[۵] Ehsan Amooghorban, N. Asger Mortensen and Martijn Wubs, Phys. Rev. Lett. **110**, 153602 (2013).

[Downloaded from www.opsi.ir on 2025-11-16]