بیستمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران
و ششمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران
۸ تا ۱۰ بهمن ماه۱۳۹۲ - دانشگاه صنعتی شیراز

# طیف سنجی تبدیل فوریه با استفاده از پراش فرنل از پله فازی

سید روح‌الله حسینی[۱]، مرتضی جعفری سیاوشانی[۲] و محمد تقی توسلی[۱]

۱- دانشکده فیزیک، دانشگاه تهران، تهران، ایران.

۲- دانشکده فیزیک، دانشگاه تحصیلات تکمیلی در علوم پایه زنجان، زنجان، ایران.

**چکیده – در این مقاله روشی مبتنی بر پراش فرنل از پله فازی برای طیف سنجی تبدیل فوریه معرفی می شود. بر خلاف تداخل‌سنجی که تغییر اختلاف راه با تغییر طولی آینه صورت می گیرد، در این روش تغییر اختلاف راه با تغییر زاویه نور فرودی به پله صورت می گیرد. این مسئله باعث می شود که با تغییر زاویه از ۰ تا ۹۰ درجه تعداد زیادی نقاط تجربی وجود داشته باشدکه باعث افزایش دقت اندازه گیری، خصوصا برای چشمه های با طیف پهن می شود. با استفاده از روش ارائه شده پهنای خط، و شکل خط یک *LED* با طول موج میانگین *620nm* ارائه شده است.**

کلید واژه- پراش، پله فازی، اندازه گیری اپتیکی، طیف سنجی تبدیل فوریه

# Fourier Transform Spectroscopy using Fresnel Diffraction From Phase Step

S. R. Hosseini[1,*], M. Jafari Siavashani[2], and M. T. Tavassoly[1]

1- Department of Physics, Faculty of Science, University of Tehran, Kargar Shomali Avenue, Tehran, Iran.

2- Department of Physics, Institute for advanced study in basic sciences, Gavazang Avenue, Zanjan, Iran.

Abstract- We introduced a new method based on Fresnel diffraction from phase step for Fourier Transform spectroscopy. In contrast to interferometry that the optical path difference (OPD) is changed by displacing one of interferometer mirrors, in this method the OPD is changed by varying the angle of the incident light on the step. Since, the angle can be varied from 0-90 degrees in each experiment, there is a large volume of experimental data for the evaluation of the results. This increases the accuracy of the measurements, particularly, for broadband light sources. The introduced method is applied to the measurements of spectral line width and to the specification of line shape of an LED with mean wavelength of 620nm.

Keywords- Diffraction, Phase Step, Optical Metrology, Fourier Transform Spectroscopy

[ Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-02 ]

## ۱- مقدمه

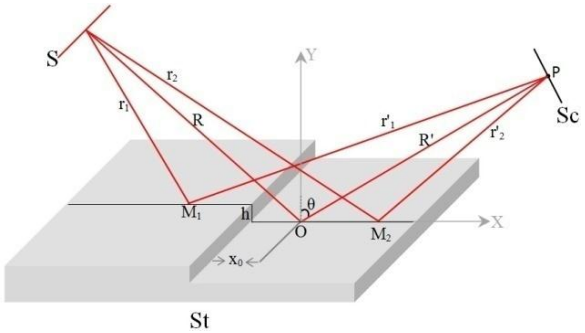
در دهه اخیر پراش فرنل از پله‌های یک بعدی و دو بعدی به صورت دقیق مورد بررسی قرار گرفته است [۱-۴]. اختلاف فاز بین امواج پراشیده شده از پله با تغییر ارتفاع پله و یا تغییر زاویه فرودی قابل تغییر است که منجر به کاربرد این پدیده در اندازه گیری کمیتهایی مختلفی شده است. از این روش در اندازه گیری جابه‌جایی نانومتری [۵]، ضخامت لایه نازک [۶]، ضخامت تیغه، طول‌موج نور [۷]، ضریب شکست جامدات و مایعات [۸-۱۰]، نمایه دما در محیط شفاف [۱۱]، و ضریب پخش در پخش مایع-مایع [۴] استفاده شده است.

طیف سنجی تبدیل فوریه، روشی متداول برای تعیین شکل خط طیفی چشمه های مختلف است. این روش مبتنی بر تداخل سنجی است و مکانیزم تغییر اختلاف راه، تغییر طولی فاصله یکی از آینه هاست. در این مقاله روشی جدید برای طیف سنجی تبدیل فوریه معرفی می شود که براساس پراش فرنل از پله فازی است. در این روش اختلاف راه نوری با تغییر زاویه فرود تغییر می کند، به همین دلیل اختلاف راه را بسیار ظریف می توان تغییر داد، که برای طیف سنجی چشمه های پهن(با طول همدوسی کوچک) بسیار مفید است. در این مقاله پس از مروری بر پایه‌های نظری مسئله، نتایج تجربی اندازه گیری طیف یک LED گزارش می شود.

## ۲- مبانی نظری

همانگونه که در شکل ۱ مشخص است، یک موج استوانه-ای که از منبع خطی $S$ تابش می شود با زاویه فرود $\theta$ به پله یک بعدی به ارتفاع $h$ می رسد و از آن پراشیده می-شود. دامنه مختلط نور پراشیده شده از پله در نقطه $P$ از پرده $Sc$ با استفاده از انتگرال فرنل-کیرشهوف محاسبه می‌گردد [۱-۴]:

$$U(P)=KE_0\left[\int_{-\infty}^{-x_0}\frac{1}{\sqrt{r_1 r_1'}}e^{-ik(r_1+r_1')}dx+\int_{-x_0}^{+\infty}\frac{1}{\sqrt{r_2 r_2'}}e^{-ik(r_2+r_2')}dx\right] \quad (۱)$$




شکل ۱: با استفاده از انتگرال فرنل-کیرشهف در راستای عمود بر لبه پله، دامنه مختلط نور پراشیده شده از آن در نقطه دلخواه $P$ روی پرده بدست می‌آید.

که در آن $K$ ضریب انتشار، $E_0$ دامنه موج بازتابیده و $k$ عدد موج است. بقیه نمادها در شکل ۱ آمده است. بعد از محاسبه انتگرال بدست می‌آید:

$$U(P)=A\left[\frac{1}{2}(1+i)\left(1+e^{i\phi}\right)+e^{i\phi}\left(C_0+iS_0\right)\right] \quad (۲)$$

که در آن:

$$A=\frac{KE_0}{\sqrt{RR'}}e^{-ik(R+R')};\qquad \frac{1}{R}+\frac{1}{R'}=\frac{1}{L}$$

$$\frac{kx^2}{2}\left(\frac{1}{L}\right)=\frac{\pi v^2}{2}\quad ;\quad v_0=\sqrt{\frac{2}{\lambda L}}x_0 \quad (۳)$$

$$\int_0^{-v_0}e^{-i\pi v^2/2}dv=C_0+iS_0$$

همچنین:

$$\phi=2kh\cos\theta \quad (۴)$$

تعریف شده‌اند. اگر معادله (۲) را در مزدوج مختلط خود ضرب کنیم شدت موج پراشیده در نقطه $P$ حاصل می-شود:

$$I(P)=I_0\left[\cos^2\left(\frac{\phi}{2}\right)+\left(C_0-S_0\right)\sin\phi+2\left(C_0^2+S_0^2\right)\sin^2\left(\frac{\phi}{2}\right)\right] \quad (۵)$$

که در این مقاله استفاده شده است. همان‌گونه که از معادله (۵) مشهود است، توزیع شدت نقش پراش به اختلاف فاز (۴) وابسته است. نقشهای پراش نور از پله برای فازهای مختلف در شکل ۲ آمده است.

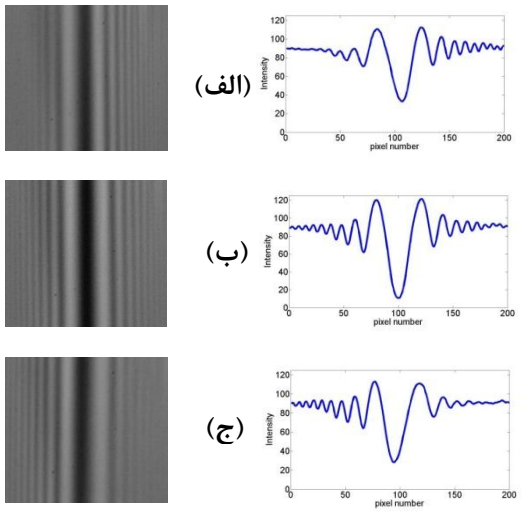
همانگونه که در شکل ۲ مشخص است، نمایانی فریزها با تغییر اختلاف فاز تغییر می‌کند. میانگین نمایانی سه فریز مرکزی که شدت‌هایشان با $I_L$، $I_R$ و $I_C$ مشخص می-شوند، به صورت زیر تعریف می‌گردد:



[ Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-02 ]

$$V=\frac{\frac{I_L+I_R}{2}-I_C}{\frac{I_L+I_R}{2}+I_C} \qquad (۶)$$

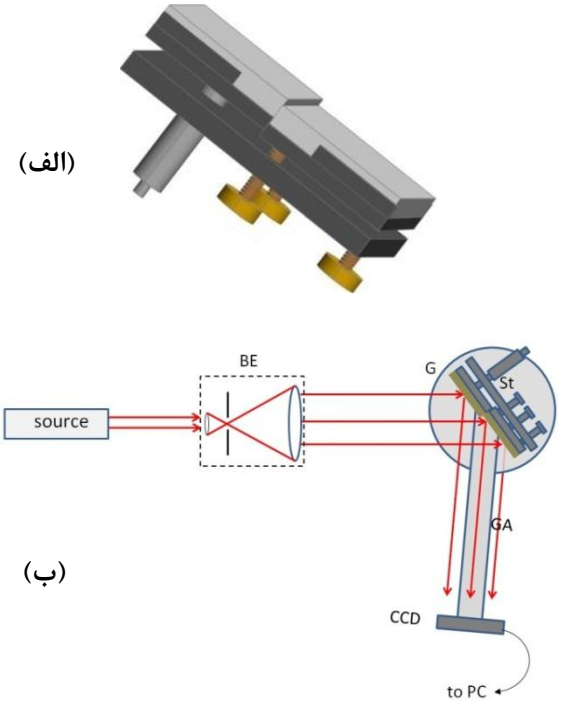
مقدار نمایانی تعریف شده برای پله ای با ضرایب بازتاب یکسان در دو سطح پله و نور کاملا همدوس، مقادیر صفر الی یک را اختیار می کند. نمایانی به ازای $\phi$ هایی که برابر با ضریب فردی از $\pi$ شود، (شکل ۲-ب )، بیشینه می شود.




شکل ۲: نقش‌های پراش و نمایه های شدت آنها برای نور پراشیده از پله وقتی که اختلاف فاز الف) $\varphi=(2m+1/2)\pi$ ، ب) $\varphi=(2m+1)\pi$ ج) $\varphi=(2m+3/2)\pi$ است. $m$ عدد صحیح است.

## ۳- آزمایش و نتایج تجربی

پله بکار رفته در آزمایش‌ها، پله ای با ارتفاع متغیر است که طرح آن در شکل ۳-الف آمده است. این وسیله از دو آینه مستطیل شکل با دو سطح جانبی عمود بر سطح آینه‌ها تشکیل شده است. که بر روی دو نگهدارنده مستقل قرار دارند. یکی از آینه‌ها توسط میکرومتر تعبیه شده در پشت آن، می‌تواند در راستای عمود بر سطحش جابه‌جا شود تا ارتفاع پله تغییر کند. آینه دیگر توسط سه پیچ که در پشت نگه‌دارنده‌اش قرار دارد، تنظیم می شود تا با آینه دیگر کاملا موازی شود. برای انجام آزمایش، پله در مرکزصفحه یک گونیومتر قرار می گیرد و توسط منبع نور، روشن می گردد. نقشهای پراش از طریق یک CCD که توسط بازویی حول محور گونیومتر قابلیت دوران دارد، ضبط و به کامپیوتر ارسال می‌گردد(شکل ۳-ب). به منظور اندازه‌گیری دقیق ارتفاع پله، ابتدا آن را با منبع نوری با طول‌موج مشخص (لیزر هلیوم-نئون) روشن می‌کنیم. سپس با تغییر زاویه فرودی و شمارش تکرار حالتهای با نمایانی ۱ (فاز $\varphi=(2m+1)\pi$) در یک بازه زاویه فرود و با استفاده از رابطه (۴) ارتفاع پله را بدست می آوریم.



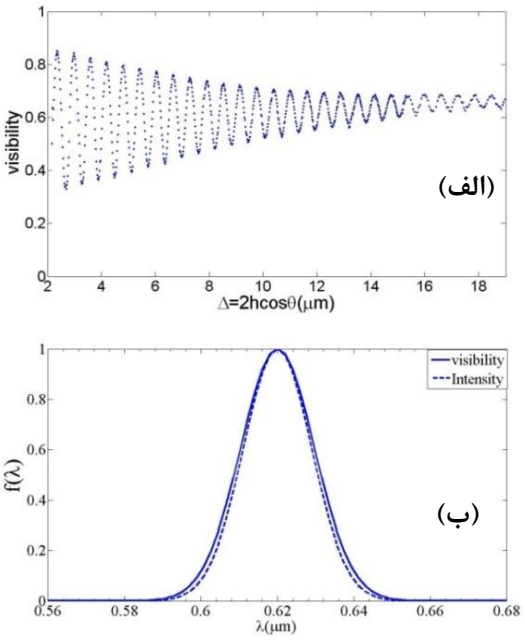

شکل ۳: الف) طرح پله استفاده شده در آزمایش. ب) چیدمان آزمایش. BE باریکه گستر، G گونیومتر، GA بازوی گونیومتر، St پله

به منظور تعیین شکل خط طیفیLED ، ارتفاع پله را روی $h=30\,\mu m$ تنظیم کردیم. سپس اختلاف راه نوری را با کاهش زاویه فرودی از $90^\circ$ به $0^\circ$، افزایش دادیم و با ثبت فریزها، نمایانی را اندازه می گیریم. در شکل۴-الف نمودار نمایانی برحسب اختلاف راه نوری برای LED با طول موج میانگین $620\,nm$ رسم شده است. در اختلاف راههای نزدیک صفر، نمایانی شدیدا تغییر می کند، با افزایش اختلاف راه تغییرات نمایانی افت می کند و زمانی که اختلاف راه نوری بیشتر از طول همدوسی می شود نمایانی فریزها ثابت می‌گردد. علت افت نمایانی، مشخصات طیفی چشمه نور است. بنابراین، با تحلیل پوش نمایانی بیشینه در نمودار شکل ۴-الف و محاسبه تبدیل فوریه آن شکل خط طیفی بدست می آید که نمودار پیوسته خط در



[ Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-02 ]

شکل۴-ب است. برای بررسی درستی این ادعا، ازشدت بهنجار در محل لبه پله(v=0) نسبت به اختلاف راه نوری تبدیل فوریه گرفته شد که با نمودار خط ناپیوسته در شکل۴-ب آمده است. این شکل خطی است که از طیف-سنجی فوریه رایج بدست می آید. زیرا با توجه به رابطه (۵) شدت نقاط مربوط به لبه پله، $C_0 = S_0 = 0$، تابعی کسینوسی بر حسب فاز است که همان رابطه طیف سنجی فوریه رایج است .




شکل ۴: الف) میانگین نمایانی سه فریز مرکزی پراش بر حسب اختلاف راه نوری برای یک LED با طول موج میانگین $\lambda = 620\,nm$ و پهنای خط $\Delta\lambda = 27\,nm$، ب) نمودار پیوسته و خط‌چین شکل خط طیفی LED که به ترتیب توسط تبدیل فوریه از پوش فوقانی منحنی نمایانی شکل الف و شدت بهنجار شده در لبه پله بدست آمده اند.

تطابق دو نمودار شکل۴-ب نشان می دهد که نمایانی فریزهای پراش فرنل برحسب تغییر اختلاف راه نوری، روشی قابل قبول برای تعیین شکل خط طیفی چشمه است. از سوی دیگر در نمودار شکل ۴-الف، به علت اینکه اختلاف راه نوری می تواند با تغییر زاویه بسیار ظریف تغییر کند، در اختلاف راه نوری کمتر از ۲۰ میکرون تعداد زیادی نقطه وجود دارد که می تواند دقت آزمایش را افزایش دهد.

## ۴- نتیجه‌گیری

پراش فرنل از پله فازی می تواند به عنوان روشی دقیق برای طیف سنجی فوریه مطرح شود. مهم ترین امتیاز این روش، تغییر اختلاف راه نوری با استفاده از تغییر زاویه فرود نور است که امکان می دهد از تعدادی زیاد داده تجربی در بازه ۰-۹۰درجه برای تعیین طول موج و شکل خط استفاده کرد و این برای خطوط طیفی پهن بسیار حائز اهمیت است.

## مراجع


[۱]توسلی، محمد تقی، سهل البیع ،حسین ، صالحی، محمد، خالصی فرد،حمیدرضا، *پراش فرنل از پله در بازتاب و عبور*۲(۱۳۸۰)۲۳۷-۲۴۶

[2] Tavassoly, M.T., Amiri, M., Karimi, E., and Khalesifard, H.R., *Spectral modification by line singularity in Fresnel diffraction from 1D phase step*, Opt. Commun. 255(2005)23–34.

[3] Amiri, M. and Tavassoly, M.T., Fresnel diffraction from 1D and 2D phase steps in reflection and transmission mode, **Opt. Commun.** 272(2007) 349–361.

[4] Tavassoly, M.T., Amiri, M., Darudi, A., Alipour, R., Saber, A., and Moradi, A.R., *Optical diffractometry*, **J. Opt. Soc. Am. A** 26(2009)540-547.

[5] Khorshad, A. A., Hassani, K. and Tavassoly, M.T., *Nanometer displacement measurement using Fresnel diffraction*, **Appl. Opt.** 51(2012) 5066-5072.

[6] Tavassoly, M.T., Haghighi, I. M. and Hassani, K., Application of Fresnel diffraction from a phase step to the measurement of film thickness, **Appl. Opt.** 48, 5497-5501 (2009).

[7] Tavassoly, M.T., Hosseini, S.R., MotazediFard, A., and RezvaniNaraghi, R., *Applications of Fresnel diffraction from the edge of a transparent plate in transmission*, **Appl. Opt.** 51 (2012) 7170- 7175.

[8] Tavassoly, M.T., Rezvani Naraghi, R., Nahal, A., and Hassani, K., *High precision refractometry based on Fresnel diffraction from phase plates*, **Opt. Lett.** 37(2012) 1493-1495.

[9] Tavassoly, M.T. and Saber, A., *Optical refractometry based on Fresnel diffraction from a phase wedge*, **Opt. Lett.** 35 (2010) 3679-3681.

[10].Sabatyan, A. &Tavassoly, M. T. Application of Fresnel diffraction to nondestructive measurement of the refractive index of optical fibers. **Opt. Eng**.46(2007) 128001–7.

[11].Aalipour,R.,Tavassoly, M. Taghi. &Ahmad Darudi, *Superimposing the waves diffracted from two similar hot and cold wires provides the temperature profile around the hot one*, **Appl. Opt** 49(2010)3768-3773.




[ Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-02 ]