بیستمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران
و ششمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران
۸ تا ۱۰ بهمن ماه۱۳۹۲ - دانشگاه صنعتی شیراز

محاسبه انتشار نور به روش BEM درتارهای بلور فوتونی

حاتم محمدی‌کامروا، فرزاد منوچهری و احمد رضا رمضانپور

گروه برق و الکترونیک، دانشگاه آزاد اسلامی واحد فسا، فسا، ایران

چکیده – در این مقاله محاسبات به روش عناصر مرزی (***BEM***) صورت گرفته است. با حل معادله هلمهولتز، ثابت انتشار و مد مشخصه ی تارهای بلور فوتونی محاسبه شده است. نخست معادله هلمهولتز با استفاده از قضیه گرین به معادله انتگرالی تبدیل وسپس این معادلات انتگرالی به روش عددی عناصر مرزی حل شده است. محاسبات برای تارهای بلور فوتونی انجام شده و برای بررسی صحت محاسبات، نتایج به دست آمده برای یک تاردایروی با نتایج تحلیلی مقایسه شده و بین آن ها تطابق بسیار خوبی مشاهده گردیده است. همچنین تغییرات ثابت انتشار برحسب فرکانس(پاشندگی) مورد بررسی قرار گرفته است.

کلید واژه- ثابت انتشار ، عناصر مرزی ، فرکانس پاشندگی ، قضیه گرین

Calculation of light propagation to photonic crystal Drtarhay BEM method

Hatam Mohammadi Kamrava, Farzad Manoochehry and Ahmad Reza Ramazanpoor[3]

Electrical Engineering Department, Islamic Azad University, Fasa, Fasa, Iran

Abstract- In this paper propagation constant in the photonic crystal fibers have been calculated by solving Helmholtz equation. calculations have been done base on the boundary element method (BEM). First, the Helmholtz equation has been converted in to integral equations using the GreensTheorem. Then, these integral equations have been solved using boundary element method. Calculations are done for photonic crystal fibers and an optical fiber with circular cross section a very good accommodation has been observed between numerical and analytical results. Also, the variation of the propagation constant with respect to frequency (dispersion) has been investigated.

Keywords: Boundary element, Green's theorem, frequency dispersion, propagation constant

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-04]

۱- مقدمه

یکی از موفقیت های بشر در قرن بیستم، ساخت تار نوری و استفاده از آن در زمینه های مخابراتی و انتقال پر سرعت اطلاعات بوده است[۱]. تارهای نوری معمولی هنوز کنار گذاشته نشده اند، ولی ابداعات جدیدی در طراحی انجام گرفته است[۲]. تارهای بلور فوتونی دسته جدیدی از تارهای نوری هستند که در سال های اخیر مورد توجه و استفاده قرار گرفته اند[۳]. امروزه به خاطر تفاوت های عمده ای که این تارها چه از لحاظ ساختمانی وچه از لحاظ کارایی با تارهای معمولی دارند، تحقیقات بیشتری را متوجه خود کرده اند. این تارها امکان کنترل زیادی را روی خواص اپتیکی فراهم آورده اند[۴]. این دسته از تارها خواص اپتیکی متفاوتی از خود نشان می دهند که منجر به کاربردهای متفاوتی می شود[۵]. کشف این خواص باعث ایجاد زمینه های جدیدی در تارهای نوری مانند استفاده در توان های بالا، استفاده در بازه های فرکانسی نامتداول، فرا بنفش و مادون قرمز، حسگرهای نوری، جبران سازهای اتلاف، اندازه گیری های دقیق و اپتیک غیر خطی با آستانه پایین شده است[۶].در دهه گذشته مطالعات فراوانی در زمینه ی مدل سازی و بررسی تار بلور فوتونی با استفاده از روش هایمحاسبات عددی صورت گرفته است که هر یک دارای مزایا و معایب خاصی می باشند. در این کار روش عناصر مرزی برای بررسی انتشار نور در تار بلور فوتونی در نظر گرفته شده است. دقت و سرعت بسیار بالا و حجم بسیار کم اطلاعات مورد نیاز در هنگام محاسبه، از مزایای روش عناصر مرزی نسبت به روش های عددی دیگر می باشد. این روش به دلیل ویژگی های منحصر به فرد، می تواند جایگزین روش های متداول گردد[۷].

۲- روش محاسبات

ابتدا فرض شده است آرایه ای از حفره های هوا با مقطع دایروی با ضریب شکست n_i در محیطی با ضریب شکست n_0 (محیط زمینه) قرار گرفته اند. حفره های هوا در مکان $\overrightarrow{R_i}=(x_i,y_i)$ و موازی با محور z با طول بی نهایت در نظر گرفته شده اند. اندیس $i=(1,.....,N)$ شمارنده ی حفره های هواست. همچنین محیط پیرامون حفره های هوا از سیلیکا ساخته شده که غیر مغناطیسی در نظر گرفته شده است. فرض می شود موج الکترومغناطیس تکفام با فرکانس زاویه ای ω در راستای محور z با ثابت انتشار β (که مقدار β مجهول است) در داخل تار بلور فوتونی در حال انتشار است. با توجه به این که مولفه های عرضی میدان ها به مولفه های طولی میدان ها وابسته است[۸]، کافی است معادله ی هلمهولتز برای تک مولفه طولی میدان های الکتریکی یا مغناطیسی حل شود. تک مولفه طولی غیر صفر میدان در معادله ی زیر صدق می کند:

$$\nabla^2\Phi+\mu_0\varepsilon\omega^2\Phi=0 \qquad (۱)$$

که برای مد TE، $\Phi=H_z$ و برای مد TM، $\Phi=E_z$ می باشد. با قرار دادن میدان به شکل $\Phi=\phi(r,\varphi)e^{i\beta z}$ در معادله (۱) رابطه زیر بدست می آید:

$$\nabla_T^2\phi_j\pm r_j^2\phi_j=0, j\in(o,.....,N) \qquad (۲)$$

که ∇_T^2 مولفه ی عرضی لاپلاسین می باشد. به دلیل اینکه موج در محیط سیلیکایی منتشر می شود و در داخل حفره های هوا میرا می گردد، علامت (+) برای زمینه و علامت (-) برای داخل حفره های هوا به کار می رود. همچنین j=0 نشان دهنده زمینه و $j=i\in(1,....,N)$ نشان دهنده ی حفره ی هوای شماره ی i ام است. ضریب r_j^2 به صورت زیر تعریف می شود:

$$r_j^2\begin{cases} r_i^2=\beta^2-\frac{n_i^2\omega^2}{c^2} \\ r_o^2=\frac{n_o^2\omega^2}{c^2}-\beta^2 \end{cases} \qquad (۳)$$

معادله گرین متناظر با معادله ی هلمهولتز به صورت زیر است:

$$\nabla_T^2G_j(\vec{r},\vec{r'})\pm r_j^2G_j(\vec{r},\vec{r'})=-\delta(\vec{r}-\vec{r'}) \qquad (۴)$$

که $\delta(\vec{r}-\vec{r'})$ تابع دلتای دیراک است. از دو تابع گرین زیر برای حل مساله استفاده می نماییم:

$$G_j(\vec{r},\vec{r'})=\frac{i}{4}H_0^1(r_jR),R=\left|\vec{r}-\vec{r'}\right| \qquad (۵)$$

$$G_j(\vec{r},\vec{r'})=\frac{1}{2\pi}K_0(r_jR),R=\left|\vec{r}-\vec{r'}\right| \qquad (۶)$$

که H_0^1 تابع هنکل نوع اول مرتبه صفر، K_0 تابع تعدیل

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-04]

یافته ی بسل مرتبه صفر، $\vec{r}'$ نقطه مشاهده شده و $\vec{r}$ نقطه دلخواه بر روی مرز مساله می باشد. از تابع گرین (۶) برای داخل حفره های هوا و از تابع گرین (۵) برای زمینه استفاده می کنیم. با استفاده از معادلات ماکسول شرایط مرزی روی فصل مشترک حفره ی هوا و محیط اطراف آن

به شکل زیر به دست می آیند:

$$\phi_0 = \phi_i \qquad (۷)$$

$$\frac{\partial \phi_0}{\partial n_0} = \alpha_i \frac{\partial \phi_i}{\partial n_i} \qquad (۸)$$

α_i برای مد TE برابر r_o^2/r_i^2 و برای مد TM برابر $\varepsilon_I r_O^2/\varepsilon_O r_i^2$ است. برای تبدیل معادله ی (۴) به معادلات انتگرالی از شکل دوم قضیه ی گرین استفاده می نمائیم. برای داخل حفره های هوا معادلات انتگرال مرزی به صورت زیر به دست می آیند: (۹)

$$\int_{C_i} (G_i \frac{\partial \phi_i(\vec{r})}{\partial n_i} - \phi_i(\vec{r}) \frac{\partial G_i}{\partial n_i}) di = c_i(\vec{r'}) \phi_i(\vec{r'})$$

معادله زیر نیز برای موج زمینه به روش مشابه به دست می آید: (۱۰)

$$\sum_{i=1}^{N} \int_{C_i} (G_o \frac{\partial \phi_o(\vec{r})}{\partial n_o} - \phi_o(\vec{r}) \frac{\partial G_o}{\partial n_o}) di = c_o(\vec{r'}) \phi_o(\vec{r'})$$

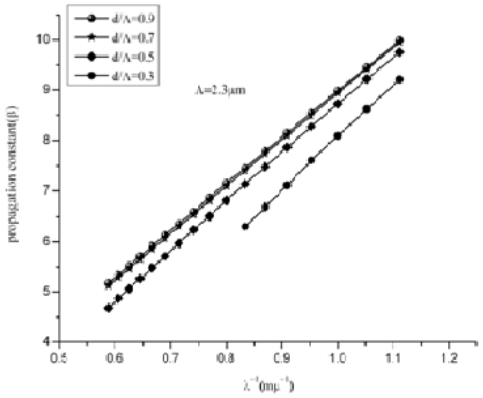
که C_i مرز حفره ی هوای i ام می باشد و منظور از $\partial/\partial n_j$ مشتق در راستای عمود بر فصل مشترک و رو به بیرون ناحیه j ام می باشد. ضریب $c_j(\vec{r'})$ بسته به اینکه نقطه مشاهده در داخل یا خارج ناحیه j ام قرار داشته باشد به ترتیب مقادیر یک و صفر و اگر روی مرز C_i واقع باشد، مقداری بین صفر و یک به خود می گیرد. پس از اعمال شرایط مرزی و شبکه بندی مرزها، معادلات (۹) و (۱۰) به روش عناصر مرزی حل می شوند. در روش عناصر مرزی مسیرهای انتگرال گیری به تعدادی عنصر مرزی تقسیم شده و در تقریب عناصر ثابت روی هر عنصر یک نقطه به عنوان گره در نظر گرفته می شود. سپس انتگرال های مرزی به مجموع چندین انتگرال روی هر عنصر تبدیل می شود. حل معادلات انتگرالی تنها مقادیر میدان و مشتق نرمال میدان را روی مرز به دست می دهد و نتایج مربوط به نقاط داخلی و خارجی مرزها را می توان با استفاده از مقادیر به دست آمده بر روی مرزها به دست آورد.

۳- نتایج عددی

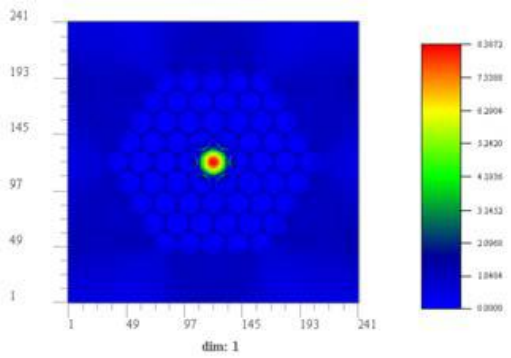
با استفاده از روش عناصر مرزی با تقریب عناصر ثابت معادلات جفت شده (۹) و (۱۰) به معادلات جبری همگن تبدیل می شوند که در آن علاوه بر مجهول های میدان و مشتق میدان، مقدار β نیز مجهول است. β به صراحت در این معادلات ظاهر نمی شود، ولی توابع گرین G_o و G_i به r_o و r_i بستگی داشته که این مقادیر نیز به β وابسته اند. شرط وجود جواب غیر بدیهی این دستگاه معادلات این است که دترمینان ضرایب آن برابر صفر باشد به دلیل اینکه کمیت β درماتریس ضرایب مجهول می باشد، β هایی که دترمینان ماتریس ضرایب را صفر کنند، جواب مساله خواهند بود. جواب های مسئله در حالت های مختلف با جواب های حاصل از روش تحلیلی مقایسه شده است و مشاهده گردید که در تمام حالات توافق بسیار بالایی بین آن ها برقرار است. در ادامه یک تار بلور فوتونی مغذی جامد با چهار ردیف حلقه ی حفره ی هوا، با فاصله مرکز تا مرکز حفره ها برابر ۲/۳ میکرو متر در نظر گرفته شده است. با افزایش قطر حفره های هوا در هر مرحله، تغییرات ثابت انتشار بر حسب فرکانس محاسبه شده است که در شکل ۱ نشان داده شده است. همان طور که مشاهده می شود مقادیر ثابت انتشار به ازای قطر حفره های بزرگتر، دارای مقادیر بزرگتری هستند. هر چه قطر حفره های هوا کوچک تر می شود،مقادیر ثابت انتشار نیز کاهش می یابد. نکته قابل توجه تک مد بودن تار بلور فوتونی در این بازه ی فرکانسی می باشد.

در ادامه مد مشخصه تار بلور فوتونی مغزی جامد با فاصله ی مرکز تا مرکز حفره های هوا ۱ میکرومتر و قطر حفره های هوا برابر با ۰/۸ میکرومتر با چهار ردیف حلقه ی حفره ی هوا در طول موج ۰/۸ و ۱/۱ میکرومتر به دست آمده است که در شکل ۲ و ۳ مشاهده می گردد. لازم به ذکر است محاسبه ی ثابت انتشار مجاز به روش عناصر مرزی حدود چند ثانیه و محاسبه ی مد مشخصه حدود چند دقیقه صورت میگیرد.

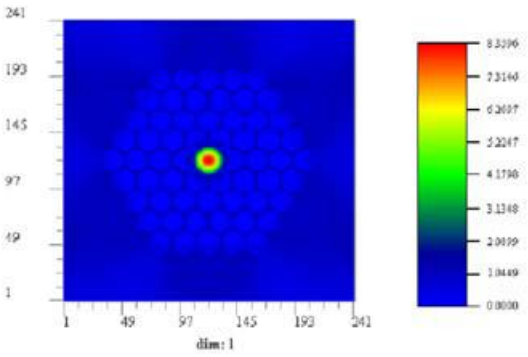
[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-04]



شکل۱: نمودار ثابت انتشار بر حسب فرکانس در قطر حفره های مختلف ۰/۳ ، ۰/۵ ، ۰/۷ و ۰/۹



شکل ۲: مد مشخصه تار بلور فوتونی مغزی جامد با چهار ردیف حلقه ی حفره ی هوا و قطر حفره های هوای ۰/۸ میکرومتر در طول موج ۰/۸ میکرومتر



شکل ۳ : مد مشخصه تار بلور فوتونی مغزی جامد با چهار ردیف حلقه ی حفره ی هوا و قطر حفره های هوای ۰/۸ میکرومتر در طول موج ۱/۱ میکرومتر

۴- نتیجه گیری

در این مقاله با استفاده از روش عددی عناصر مرزی، ثابت انتشار و مد مشخصه تارهای بلور فوتونی مغزی جامد محاسبه شده است. برای بررسی صحت محاسبات، نتایج به دست آمده برای یک حفره ی هوا، با نتایج حاصل از روش تحلیلی برای تار نوری دایروی مقایسه شده و تطابق بسیار خوبی بین آنها مشاهده گردید. در ادامه با در نظرگرفتن تار بلور فوتونی با چهار ردیف حلقه ی حفره ی هوا تغییرات ثابت انتشار بر حسب فرکانس، در قطر حفره های مختلف به دست آمد. از بررسی نمودار پاشندگی نتیجه گرفته شد که با افزایش قطر حفره های هوا، مقدار ثابت انتشار نیز افزایش می یابد. در پایان مد مشخصه تار بلوری فوتونی با چهار ردیف حلقه ی حفره ی هوا در دو طول موج مختلف به ازای ثابت انتشار مجاز محاسبه شد. لازم به ذکر است استفاده از روش عناصر مرزی، شبیه سازی انتشار نور را در هر تار با مقطع دلخواه، تنها با تغییر اندکی در برنامه ی نوشته شده و در زمان بسیار کوتاهی میسر می سازد. ویژگی برجسته ی این روش سرعت و دقت بسیار بالای آن می باشد. از این روش به دلیل سرعت بالای آن، می توان در طراحی و بهینه سازی تارهای بلور فوتونی برای کاربرد های مشخص در زمانی بسیار کوتاه، استفاده نمود.

مراجع

[1] F. poli A. Cucinotto and S. seller,"Photonic Crystal Fibers: Properties And Applications"; Springer Dordrecht(2007).

[2] J. C.Knight, "photonic crystal fibers and fiber lasers"; Opt,soc,Am, B,vol. 24, Issue8. (2oo7) 1661-1668

[3] T. Ritari. T. Niemi. H. Ludvigsen. M. Wegmuller. N. Gisen, J. R. Folkenberg, "polarization-mode dispersion of large mode-area photonic crystal fiber" Optics Communications,vo1.226.(2003) 233-239

[4] J. broeng, S. E.Barkou, A. Bjarklev. "photonic crystal fiber :A New class of optical waveguides" ; Optical Fiber Technology,vo1. 3, Issue3. ,(1999) 305-330.

[5] J. A. West, N.Venkataramam, C. M. Smith, M. T.Gallagher. "silica glass contribution to the effective nonlinearity of hollow-core photonic band-gap fibers"; Optics Communications,Vo1.15,Issu 6.(2007) 3507-3512

[6] J. M. Lourtioz, H. Benisty, V. Beger, J. M. Gerard. D. Maystre. Tchelnokov, "Photonic crystals towards nanoscale photonic devices, Berlin" ; springer. (2008)

[7] F. Paris, J. Canas, "Boundary Element Method; Foundamentals and Application"; Oxford university Press, Oxford (1997).

[8] J. D. Jackson, "classicall Electrodynamic " ; John Wiley &Sons, New York,(1999)

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-04]