بیست و ششمین کنفرانس اپتیک و
فوتونیک ایران و دوازدهمین کنفرانس
مهندسی و فناوری فوتونیک ایران،
دانشگاه خوارزمی،
تهران، ایران.
۱۵-۱۶ بهمن ۱۳۹۸

تاثیر مدولاسیون بسامد گذار در حضور جفت‌شدگی اسپین-مدار و اتلاف‌های اتمی و میدان بر مدل جینز-کامینگز

الهه اشکبوس[۱]، ابراهیم قاسمیان[۲]، محمدکاظم توسلی[۳]

گروه اپتیک و لیزر، دانشکده فیزیک، دانشگاه یزد

e.ashkbous74@gmail.com[1], **ebigh2@gmail.com[2]**, mktavassoly@yazd.ac.ir[3]

سامانه مورد مطالعه شامل یک اتم دوترازی است که در یک کاواک اپتیکی با دو میدان کوانتومی (داخلی) و کلاسیکی (خارجی) برهم‌کنش می‌کند. جفت‌شدگی بین حالت‌های شبه‌اسپین اتم و حرکت خارجی مرکز جرم آن، باعث تغییر مدل جینز-کامینگز (JC) و هم‌چنین سبب افزایش رژیم $n = 0$ می‌شود. افزایش عدد برانگیختگی حالت پایه (n_{gs}) در مقادیر بحرانی مختلف شدت جفت شدگی برای دو مدل JC و جفت شدگی اسپین-مدار (SOC) متفاوت است. در نظر گرفتن مدولاسیون بسامد گذار و عوامل اتلافی نظیر گسیل خودبخودی اتم و نشت فوتونی موجب تغییر مقادیر بحرانی شدت جفت‌شدگی در هر دو مدل JC و SOC می‌شود. با افزایش ضرایب اتلاف و دامنه مدولاسیون مدل SOC به JC نزدیک و نزدیک‌تر می‌شود.

کلید واژه- اتلاف، جفت‌شدگی اسپین-مدار، مدل جینز-کامینگز، مدولاسیون بسامد.

The Effect of Transition Frequency Modulation in the Presence of Spin-Orbit Coupling and Atomic and Field dissipations on Jaynes-Cummings Model

Elahe Ashkbous, **Ebrahim Ghasemian,** Mohammad Kazem Tavassoly

Optics and Laser Group, Faculty of Physics, Yazd University

The system **under study** consists of a two-level atom which interacts with two **(internal) quantized and (external) classical fields in** an optical cavity. The coupling between atomic pseudo-spin states and its external center-of-mass motion modifies the Jaynes-Cummings (JC) model and also can help to enlarge the $n = 0$ regime. The increasing of ground state excitation number (n_{gs}) is different for various critical values of spin-orbit coupling strength in JC and SOC models. The **critical values of coupling intensities change by considering the effect of transition frequency modulation, spontaneous emission of the atom and photon leakage in both the JC and SOC models. Also, the SOC model reaches (gets closer) to JC model by increasing the dissipation coefficient and amplitude of modulation.**

Keywords: Dissipation, Frequency Modulation, Jaynes-Cummings Model, Spin-Orbit Coupling.

این مقاله درصورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد.

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-03]

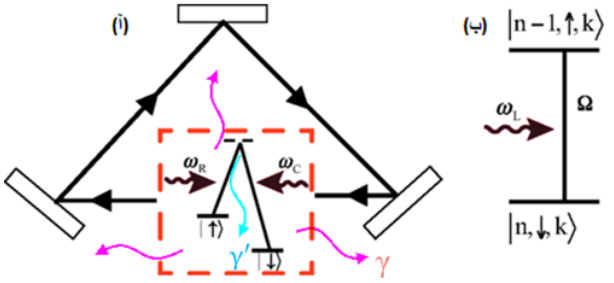
مقدمه

برهم‌کنش بین شبه‌اسپین اتم به عنوان درجه آزادی داخلی و میدان فوتونی ناشی از یک کاواک اپتیکی از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. برهم‌کنش یک اتم دوترازی و یک میدان کوانتیده تک‌مد با در نظر گرفتن تقریب موج چرخان در مدل جینز-کامینگز (JC) بررسی شده است[۱و۲]. میدان فوتون، هر دو حالت داخلی (شامل حالت‌های شبه‌اسپین) و خارجی اتم (حرکت مرکزجرم اتمی) را تحت تاثیر قرار می‌دهد. مدل JC استاندارد توصیف‌کننده برهم‌کنش میدان کوانتیده و حالت‌های شبه‌اسپین اتمی است. اخیراً، تعمیم مدل JC با در نظر گرفتن حرکت مرکز جرم اتمی تحت عنوان جفت‌شدگی اسپین-مدار (SOC) مورد مطالعه قرار گرفته است [۳]. هدف ما بررسی مدولاسیون بسامد گذار روی مدل تعمیم یافته JC شامل SOC است. در این مدل اثرهای اتلاف میدان (نشت فوتون از داخل کاواک) و اتلاف اتمی (گسیل خودبخودی) نیز در نظر گرفته شده است. در این بررسی عامل اتلاف فوتونی به صورت $-i\frac{\gamma}{2}\hat{a}^{\dagger}\hat{a}$ و اتلاف اتمی به صورت $-i\frac{\gamma'}{2}\hat{\sigma}_{+}\hat{\sigma}_{-}$ در نظر گرفته می‌شود [۱و۴].

با اضافه‌کردن این دو عبارت به هامیلتونی توصیف‌کننده سامانه واضح است که نتایج جفت‌شدگی اسپین-مدار و مدل جینز-کامینگز تحت تاثیر قرار می‌گیرند. همچنین، برای فراهم کردن مدولاسیون بسامد در یک اتم دو ترازی، میدان به‌گونه‌ای اعمال می‌شود که در حالت تشدید با اتم نباشد [۵].

مدل و روابط پایه

سامانه‌ی مورد مطالعه در شکل ۱ نشان داده شده است. در این شکل ω_c و ω_r به ترتیب بسامدهای مربوط به میدان تک‌مد کوانتیده و پرتوی لیزر خارجی هستند. این دو پرتو باعث ایجاد یک گذار رامان دوفوتونی بین ترازهای $|\uparrow\rangle$ و $|\downarrow\rangle$ می‌شوند و به طور هم‌زمان تکانه بازگشتی $\pm 2q_r$ را در راستای محور کاواک (که در این‌جا راستای z در نظر گرفته شده است) به اتم انتقال می‌دهند [۲و۶].



شکل ۱. (آ) طرح یک اتم دو ترازی در یک کاواک حلقوی. (ب) طرح حالت‌های شبه اسپین اتمی زمانی که یک میدان فوتونی با بسامد ω_L باعث ایجاد گذار بین این حالت‌ها می‌شود. (شکل مشابه مرجع [۳] است با این تفاوت که اتلاف کاواک و اتم نیز نشان داده شده است)

در این شرایط هامیلتونی سامانه به صورت زیر است:

(۱)

$$\hat{H}_{lab}=\frac{\hat{k}_{lab}^2}{2m}+\frac{(\omega_0+\lambda\cos(\Omega' t))}{2}\hat{\sigma}_z+\frac{\Omega e^{2iq_r z}}{2}\hat{\sigma}^{+}\hat{a}$$
$$+\frac{\Omega e^{-2iq_r z}}{2}\hat{\sigma}^{-}\hat{a}^{\dagger}+\omega_l\hat{a}^{\dagger}\hat{a}-i\frac{\gamma}{2}\hat{a}^{\dagger}\hat{a}-i\frac{\gamma'}{2}\hat{\sigma}^{+}\hat{\sigma}^{-}$$

که $\hat{a}$ و $\hat{a}^{\dagger}$ به ترتیب عملگرهای نابودی و آفرینش میدان هستند و عملگرهای شبه‌اسپین اتمی $\hat{\sigma}^{+}$، $\hat{\sigma}^{-}$ و $\hat{\sigma}_z$ به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\hat{\sigma}^{+}=|\uparrow\rangle\langle\downarrow| \quad , \quad \hat{\sigma}^{-}=|\downarrow\rangle\langle\uparrow| \qquad (۲)$$

$$\hat{\sigma}_z=|\uparrow\rangle\langle\uparrow|-|\downarrow\rangle\langle\downarrow|. \qquad (۳)$$

و $\omega_l=\omega_C-\omega_R$ بسامد میدان فوتونی است. همچنین، Ω شدت جفت‌شدگی هم‌زمان اتم با میدان‌های کوانتیده و کلاسیکی است. حال با استفاده از عملگر یکانی $\hat{U}$ که در رابطه (۴) آمده است و تبدیل یکانی $\hat{H}'=\hat{U}\hat{H}_{lab}\hat{U}^{\dagger}$، هامیلتونی $\hat{H}'$ به صورت رابطه (۵) بازنویسی می‌شود:

$$\hat{U}=e^{-iq_r z}|\uparrow\rangle\langle\uparrow|+e^{iq_r z}|\downarrow\rangle\langle\downarrow| \qquad (۴)$$

$$\hat{H}_{lab}=\frac{\hat{k}^2}{2m}+\frac{q_r\hat{k}}{m}\hat{\sigma}_z+\frac{(\omega_0+\lambda\cos(\Omega' t))}{2}+\frac{\Omega}{2}(\hat{\sigma}^{+}\hat{a}+ \qquad (۵)$$
$$\hat{\sigma}^{-}\hat{a}^{\dagger})+\omega_l\hat{a}^{\dagger}\hat{a}-i\frac{\gamma}{2}\hat{a}^{\dagger}\hat{a}-i\frac{\gamma'}{2}|\uparrow\rangle\langle\uparrow|.$$

اگر $|n,\downarrow,k\rangle$ و $|n-1,\uparrow,k\rangle$ را به عنوان دو حالت اولیه سامانه در نظر بگیریم، هامیلتونی با ماتریس زیر بیان خواهد شد:

$$H_n(k)=\begin{bmatrix} H_n^{\uparrow}(k) & \frac{\Omega}{2}\sqrt{n} \\ \frac{\Omega}{2}\sqrt{n} & H_n^{\downarrow}(k) \end{bmatrix}, \qquad (۶)$$

که در آن، $H_n^{\uparrow}(k)$ و $H_n^{\downarrow}(k)$ به صورت زیر هستند:

این مقاله درصورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد.

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-03]

(۷)

$$H_n^{\uparrow}(k)=\frac{k^2}{2m}+\frac{q_r k}{m}+\frac{\omega_0}{2}+\frac{\lambda}{2}\cos(\Omega' t)+(n-1)\omega_l$$
$$-i(n-1)\frac{\gamma}{2}-i\frac{\gamma'}{2},$$
$$H_n^{\downarrow}(k)=\frac{k^2}{2m}-\frac{q_r k}{m}-\frac{\omega_0}{2}-\frac{\lambda}{2}\cos(\Omega' t)+n\omega_l$$
$$-i\frac{\gamma}{2}n.$$

(۸)

با قطری کردن ماتریس (۶)، ویژه‌مقادیر آن به صورت زیر به‌دست می‌آیند:

(۹)

$$E_{n\geq 1}^{\pm}(k)=\frac{k^2}{2m}+(n-\frac{1}{2})\omega_l-(n-\frac{1}{2})i\frac{\gamma}{2}-i\frac{\gamma'}{2}$$
$$\pm\frac{1}{2}\sqrt{n\Omega^2+(\delta_k^{eff})^2+(i\gamma-i\gamma')\delta_k^{eff}-(\frac{\gamma}{2}-\frac{\gamma'}{2})^2},$$

که در آن δ_k^{eff} به شکل زیر در نظر گرفته شده است:

$$\delta_k^{eff}=\delta+\frac{2q_r k}{m},\ \delta=\omega_0+\lambda\cos(\Omega' t)-\omega_l. \qquad (۱۰)$$

در ادامه اکنون، فرض می‌کنیم که $\omega_l=\omega_0+\lambda\cos(\Omega' t)$ است که به مفهوم نامیزانی صفر است ($\delta=0$)، در نتیجه رابطه (۹) به شکل زیر تبدیل می‌شود:

(۱۱)

$$E_{n\geq 1}^{-}(k)=\frac{k^2}{2m}+(n-\frac{1}{2})\omega_0+(n-\frac{1}{2})\lambda\cos(\Omega' t)$$
$$-(n-\frac{1}{2})i\frac{\gamma}{2}-i\frac{\gamma'}{2}-\frac{1}{2}[n\Omega^2+\frac{4q_r^2k^2}{m^2}+(i\gamma-i\gamma')$$
$$(\frac{2q_r k}{m})-(\frac{\gamma}{2}-\frac{\gamma'}{2})^2]^{1/2}$$

در صورتی که ضرایب اتلاف اتمی وکاواک با هم برابر باشند، با جایگذاری $\gamma=\gamma'$ در رابطه (۱۱) داریم:

$$E(k)=\frac{k^2}{2m}-\frac{1}{2}\sqrt{n\Omega^2+\frac{4q_r^2k^2}{m^2}}+(n-\frac{1}{2})\omega_0+ \qquad (۱۲)$$
$$(n-\frac{1}{2})\lambda\cos(\Omega' t)-in\frac{\gamma}{2}.$$

با مشتق‌گیری از رابطه (۱۲) نسبت به k، برای $E_{1\leq n<n_c}^{-}(k)$ دو کمینه در $k=\pm q_r\sqrt{1-\frac{n\Omega^2}{16E_r^2}}$ و برای $E_{n\geq n_c}^{-}(k)$ یک کمینه در $k=0$ به دست می‌آوریم که $E_r=\frac{q_r^2}{2m}$ و $n_c=(\frac{4E_r}{\Omega})^2$ می‌باشد (هر چند $E(k)$ در (۱۲) مختلط است ولی خوشبختانه بخش موهومی (۱۲) مستقل از k است، لذا در کمینه کردن $E(k)$ به کمینه کردن بخش حقیقی بسنده کرده‌ایم). بعد از جایگذاری کمینه $k=0$ در رابطه (۱۲)، معادله کمینه انرژی برحسب n به صورت زیر حاصل می‌شود:

(۱۳)

$$E(n)=(n-\frac{1}{2})\omega_0+(n-\frac{1}{2})\lambda\cos(\Omega' t)-\frac{\Omega}{2}\sqrt{n}-i\frac{\gamma}{2},n\geq n_c$$

اگر اختلاف $E(n+1)$ و $E(n)$ را محاسبه کنیم رابطه‌ی زیر برای مقدار بحرانی Ω_n، (وقتی که n به $n+1$ می‌رود) به دست می‌آید:

$$\Omega_{n=0}\equiv\Omega_c^{JC}=2\omega_0+2\lambda\cos(\Omega' t)-i\gamma \qquad (۱۴)$$

$$\Omega_{n\geq 1}=\frac{2\omega_0+2\lambda\cos(\Omega' t)-i\gamma}{\sqrt{n+1}-\sqrt{n}} \qquad (۱۵)$$

حال با جایگذاری کمینه $k=\pm q_r\sqrt{1-\frac{n\Omega^2}{16E_r^2}}$ در رابطه (۱۲)، کمینه انرژی را به صورت زیر به دست خواهیم آورد:

$$E(n)=n(\omega_0+\lambda\cos(\Omega' t)-\frac{\Omega^2}{16E_r}-i\frac{\gamma}{2})- \qquad (۱۶)$$
$$\frac{\omega_0}{2}-\frac{\lambda}{2}\cos(\Omega' t)-E_r,n<n_c$$

با مشتق‌گیری نسبت به n، رابطه زیر برای Ω_c^{SOC} حاصل می‌شود:

$$\Omega_c^{SOC}=4\sqrt{E_r(\omega_0+\lambda\cos(\Omega' t)-i\frac{\gamma}{2}} \qquad (۱۷)$$

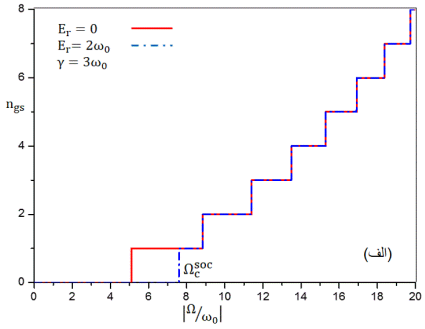
با مشتق‌گیری از رابطه (۱۳) نسبت به n، به رابطه زیر برای n_{gs} می‌رسیم:

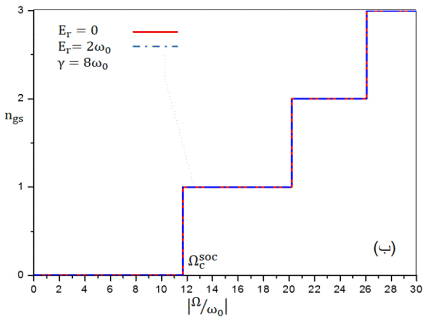
$$n_{gs}=\frac{|\Omega|^2}{16(\omega_0^2+\lambda^2\cos^2(\Omega' t)+2\omega_0\lambda\cos(\Omega' t)+\frac{\gamma^2}{4})} \qquad (۱۸)$$

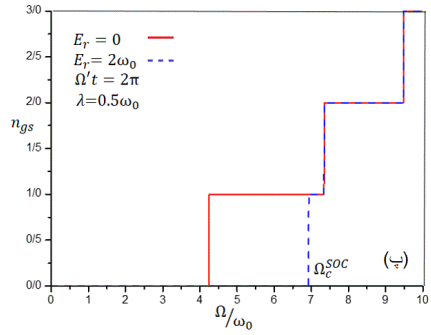
شکل ۲ نمودار تغییرات n_{gs} را بر حسب $\left|\Omega/\omega_0\right|$ نشان می‌دهد. نمودارهای الف و ب مربوط به شرایطی هستند که تنها اتلاف در نظر گرفته شده است، نمودارهای پ و ت نیز مربوط به شرایطی هستند که بسامد گذار مدوله‌شده است و همچنین نمودارهای ث و ج مربوط به شرایطی هستند که اتلاف و مدولاسیون بسامد هم‌زمان در نظر گرفته شده است. همان‌طور که در این نمودارها مشاهده می‌شود تفاوت عدد برانگیختگی تراز پایه در مدل JC وSOC با افزایش مقدار λ و γ کمتر می‌شود.

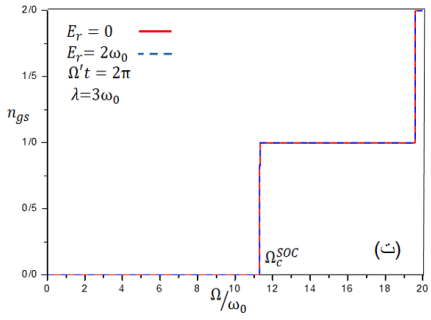
این مقاله درصورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد.

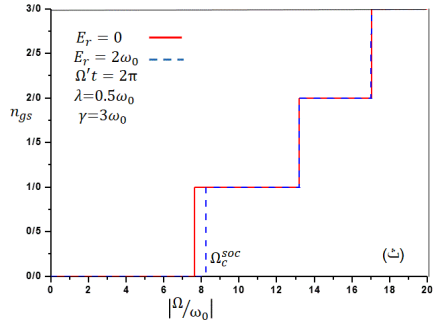
[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-03]

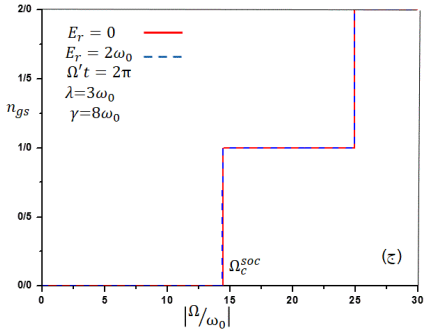












شکل ۲. عدد برانگیختگی تراز پایه برای $E_r = 0$ و $E_r = 2\omega_0$ به صورت تابعی از Ω برای ضریب اتلاف $\gamma = 3\omega_0$ و $\gamma = 8\omega_0$ (نمودارهای الف و ب) و برای دامنه مدولاسیون $\lambda = 0.5\omega_0$ و $\lambda = 3\omega_0$ (نمودارهای پ و ت) و همچنین برای همین مقادیر γ و λ به صورت هم‌زمان (نمودارهای ث و ج).

نتیجه‌گیری

با اعمال میدان به گونه‌ای که در حالت تشدید با اتم نباشد (مدوله کردن بسامد گذار) و در نظر گرفتن اتلاف اتم و میدان، جفت-شدگی اسپین-مدار موجب تغییر مدل جینز-کامینگز و همچنین سبب تغییر عدد برانگیختگی تراز پایه و مقادیر شدت جفت-شدگی برای هر دو مدل JC و SOC می‌شود. با افزایش مقادیر γ و λ، مقادیر بحرانی شدت جفت‌شدگی در مدل JC و SOC رفته‌رفته به یکدیگر نزدیک شده و در مقادیر بزرگ γ و λ این دومدل یکسان می‌شوند.

مرجع‌ها

[۱] اشکبوس، الهه؛ توسلی، محمدکاظم "تاثیر جفت‌شدگی اسپین-مدار بر مدل جینز-کامینگز در حضور اتلاف اتم و میدان" کنفرانس فیزیک ایران، تبریز ۱۳۹۸، صفحه ۱۵۲۲

[2] H. R. Baghshahi, M. K. Tavassoly and M. J. Faghihi, “Entanglement criteria of two-level atoms interacting with two coupled modes.”; Int. J. Theor. Phys, **54**, 2839 (2018).

[3] C. Zhu, L. Dong, and H. Pu, “Effects of spin-orbit coupling on Jaynes-Cummings and Tavis-Cummings models”; Phys.Rev. A **94**, 053621 (2016).

[4] C. D. Fidio, W. Vogel, M. Khanbekyan and D. G. Welsch, “Photon emission by an atom in a lossy cavity”; Phys. Rev. A, **77**, 043822 (2008).

[5] M. W. Noel, W. M. Griffith, and T.F. Gallagher,” Frequency Modulated Excitation of a Two-Level Atom”; Phys. Rev. A **58**, 2265 (1998).

[6] L. Dong, L. Zhou, B. Wu, B. Ramachandhran, and Han Pu. “Cavity-assisted dynamical spin-orbit coupling in cold atoms” Phys. Rev. A **89**, 01160 (2014).

این مقاله درصورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد.

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-03]