بیست و ششمین کنفرانس اپتیک و
فوتونیک ایران و دوازدهمین کنفرانس
مهندسی و فناوری فوتونیک ایران،
دانشگاه خوارزمی،
تهران، ایران.
۱۵-۱۶ بهمن ۱۳۹۸

دوربری کوانتومی با مدارهای ابررسانا

سهیلا سلیمیان، نیره صحتی و محمد کاظم توسلی

گروه اپتیک و لیزر، دانشکده فیزیک، دانشگاه یزد

چکیده – انتقال حالت کوانتومی یک اصل اولیه در فرایندهای انتقال اطلاعات و ارتباطات کوانتومی است. دوربری کوانتومی، انتقال یک حالت نامعلوم از یک فرستنده (آزمایشگاه آلیس) به یک گیرنده (آزمایشگاه باب) بدون انتقال فیزیکی اطلاعات است که توسط کانال‌های کلاسیکی و کوانتومی انجام می‌شود. با توجه به اهمیت دوربری کوانتومی، پروتکل جدیدی برای دوربری کوانتومی با استفاده از کیوبیت‌ها و تشدیدگرهای ابررسانا پیشنهاد می‌کنیم. در این پروتکل با استفاده از کیوبیت‌های شار و اعمال میدان مغناطیسی خارجی، کانال درهم‌تنیده برای دوربری حالت نامعلوم تشدیدگر آلیس ساخته می‌شود. سپس جفت‌شدگی بین تشدیدگر و کیوبیت ابررسانا در آزمایشگاه باب ایجاد می‌شود. آلیس مطابق با دوربری استاندارد، حالت‌های بل را اندازه‌گیری می‌کند و باب حالت نامعلوم تشدیدگر آلیس را با عبور از درگاه فاز و اعمال عملگرهای یکانی چرخش با بیشینه وفاداری دریافت می‌کند.

کلید واژه- تشدیدگر ابررسانا، درهم‌تنیدگی، دوربری کوانتومی، درگاه فاز، کیوبیت ابررسانا.

Quantum teleportation with superconducting circuits

Soheila Salimian[1], Nayere Sehati[2], Mohammad Kazem Tavassoly[3]

[1]s.salimian@stu.yazd.ac.ir ; [2] nsehati@stu.yazd.ac.ir;

[3]mktavassoly@yazd.ac.ir

Abstract- Quantum state transfer is a primitive principle in quantum information processing and quantum communication. In this line, quantum teleportation is transferring an unknown state without transferring the physical carrier of information from a sender (Alice's lab) to a receiver (Bob's lab) with classical and the quantum channels. Due to the importance of quantum teleportation, in this paper a new protocol of quantum teleportation using superconducting qubits and resonators is proposed. In this protocol, an entangled channel for teleportation **of unknown state of Alice's resonator** is constructed by using flux qubits and applying an external magnetic field. Then, a coupling between the superconducting resonator and the qubit is created in Bob's lab. According to standard teleportation, Alice measures quantum Bell states and Bob successfully receives the unknown state of Alice's resonator with maximum fidelity by implementing quantum phase gate and unitary rotating operators.

Keywords: superconducting resonator, entanglement, quantum teleportation, phase gate, superconducting qubit.

این مقاله درصورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد.

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-01]

مقدمه

دوربری کوانتومی یک اصل ابتدایی در فرایندهای اطلاعات و ارتباطات کوانتومی است [۱، ۲]. دوربری کوانتومی که ابتدا توسط بنت و همکاران مطرح شد [۳]، انتقال یک حالت نامعلوم از یک فرستنده به یک گیرنده بدون انتقال فیزیکی اطلاعات توسط کانال‌های کوانتومی و کلاسیکی است. تا به حال دوربری کوانتومی با روش‌های مختلفی انجام شده است [۴، ۵] و اخیراً نیز به پروتکل دوربری کوانتومی توسط مدارهای ابررسانا توجه خاصی شده است [۶، ۷]. مزیت مدارهای ابررسانا که در فرایندهای اطلاعات کوانتومی بسیار کاربرد دارند [۸] این است که، با دستگاه‌های دیگر به راحتی ترکیب می‌شوند [۹] و میزان جفت‌شدگی آن‌ها با اعمال میدان مغناطیسی خارجی قابل تنظیم است [۱۰]. هدف ما در این مقاله، پیشنهاد یک پروتکل جدید برای دوربری کوانتومی با استفاده از مدارهای ابررسانا است.

ایجاد کانال درهم‌تنیده

در این مقاله هدف ما دوربری حالت نامعلوم $(\alpha|0\rangle_{c_1}+\beta|1\rangle_{c_1})$ تشدیدگر ابررسانا در آزمایشگاه آلیس به آزمایشگاه باب است. بدین منظور یک کیوبیت شار کنترل‌پذیر در آزمایشگاه سوم در نظر می‌گیریم که با یک کیوبیت ابررسانا در آزمایشگاه آلیس و همزمان با کیوبیت ابررسانای دیگری در آزمایشگاه باب جفت شده است. هامیلتونی کلی این سه کیوبیت به صورت زیر نوشته می‌شود [۱۱]:

$$H=\sum_{j=1}^{2}[\frac{1}{2}\delta_j\sigma_j^z+\mathrm{g}_j(\sigma_j^+ +\sigma_j^-)(\sigma_c^+ +\sigma_c^-)] +\frac{1}{2}\delta_c\sigma_c^z-\sum_{l=1}^{2}\xi_l\omega_{dl}\cos(\omega_{dl}t)\sigma_c^z, \quad (۱)$$

که اندیس j (j = 1, 2) نشان‌دهنده دو کیوبیت ابررسانا در آزمایشگاه آلیس و باب، اندیس c نشان‌دهنده کیوبیت شار در آزمایشگاه سوم، $\delta_{j,c}$ بسامد گذار کیوبیت‌ها، $\sigma_{j,c}^{z,\pm}$ ماتریس‌های پائولی هستند. در رابطه (۱)، ξ_l و ω_{dl} به ترتیب دامنه و بسامد میدان مغناطیسی خارجی اعمال شده هستند. برای به دست آوردن هامیلتونی مؤثر، دو عملگر یکانی به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$U_1=\exp(-\frac{i}{2}\sum_{j=1}^{2}\delta_j\sigma_j^z-\frac{i}{2}\delta_c\sigma_c^z),$$
$$U_2=\tau\exp(-i\int_0^t\xi_l\omega_{dl}\cos(\omega_{dl}t')\sigma_c^z dt'), \quad (۲)$$

که τ عملگر ترتیب زمانی است. سپس $U=U_1\times U_2$ را بر روی هامیلتونی رابطه (۱) به شکل زیر اثر می‌دهیم:

$$H_I=U^{\dagger}HU. \quad (۳)$$

برای حل معادله (۳) از لم بکر هاسدروف استفاده می‌شود و هامیلتونی به شکل زیر به دست می‌آید:

$$H_I=\sigma_c^+e^{i\delta_c t}\exp(-\mathrm{i}\sum_{l=1}^{2}2\xi_l\omega_{dl}\sin(\omega_{dl}t)) \times\sum_{j=1}^{2}g_j(\sigma_j^+\mathrm{e}^{i\delta_j t}+\sigma_j^-\mathrm{e}^{-i\delta_j t})+H.C. \quad (۴)$$

با استفاده از بسط ژاکوبی به شکل زیر:

$$\exp(-\mathrm{i}2\xi_l\omega_{dl}\sin(\omega_{dl}t))=\sum_{m=-\infty}^{\infty}J_m(2\xi_l)\exp[\mathrm{i}m\omega_{dl}t], \quad (۵)$$

که در آن J_m توابع بسل مرتبه اول هستند، هامیلتونی به صورت زیر ساده می‌شود:

$$H_I=\sigma_c^+e^{i\delta_c t}\exp(-\mathrm{i}\sum_{l=1}^{2}2\xi_l\omega_{dl}\sin(\omega_{dl}t)) \times\sum_{m=-\infty}^{\infty}J_m(-2\xi_1)\exp[\mathrm{i}m\omega_{d1}t] \times\sum_{n=-\infty}^{\infty}J_n(-2\xi_2)\exp[\mathrm{i}n\omega_{d2}t] \times\sum_{j=1}^{2}g_j(\sigma_j^+\mathrm{e}^{i\delta_j t}+\sigma_j^-\mathrm{e}^{-i\delta_j t})+H.C. \quad (۶)$$

اگر فرض کنیم که $\omega_{d1}=\delta_c+\delta_1$، $\omega_{d2}=\delta_c+\delta_2$، با استفاده از تقریب موج چرخان و به شرط $\{\delta_c,\omega_{dl},\delta_j\rangle\rangle g_j\}$، هامیلتونی مؤثر به شکل زیر حاصل می‌گردد:

$$H_{eff}=\sum_{j=1}^{2}\lambda_j(\sigma_+^c\sigma_+^j+\sigma_-^c\sigma_-^j), \quad (۷)$$

این مقاله درصورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد.

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-01]

که در رابطه بالا جفت‌شدگی‌های $\lambda_1 = g_1 J_1(2\xi_1)J_0(2\xi_2)$ و $\lambda_2 = g_2 J_0(2\xi_1)J_1(2\xi_2)$ تعریف شده‌اند. حال اگر فرض کنیم همه‌ی کیوبیت‌ها در ابتدا در حالت پایه باشند و $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$، آنگاه تحول زمانی حالت کیوبیت‌ها در زمان $t = \frac{\pi}{2\sqrt{2}\lambda}$ به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\left|\psi(t = \frac{\pi}{2\sqrt{2}\lambda})\right\rangle = \frac{\sqrt{2}}{2}(|1,0\rangle + |0,1\rangle)_{1,2} \otimes |1\rangle_c, \quad (۸)$$

که اندیس ۱ و ۲ مشخص کننده کیوبیت ۱ در آزمایشگاه آلیس و کیوبیت ۲ در آزمایشگاه باب است. با توجه به رابطه (۸) مشاهده می‌کنیم که کیوبیت‌های ۱ و ۲ درهم‌تنیده شده‌اند و از این حالت درهم‌تنیده به عنوان کانال درهم‌تنیده در دوربری کوانتومی استفاده می‌کنیم.

پروتکل دوربری کوانتومی

در این بخش هدف این است که با استفاده از کانال درهم‌تنیده ایجاد شده طبق رابطه (۸) بین کیوبیت‌های ابررسانا در آزمایشگاه آلیس و باب، حالت نامعلوم $(\alpha|0\rangle_{c_1} + \beta|1\rangle_{c_1})$ بین تشدیدگر آزمایشگاه آلیس و تشدیدگر آزمایشگاه باب دوربری کوانتومی شود. حالت اولیه‌ای که در نظر می‌گیریم به شکل زیر است:

$$|\psi\rangle_{initial} = (\alpha|0\rangle_{c_1} + \beta|1\rangle_{c_1}) \otimes \frac{\sqrt{2}}{2}(|1,0\rangle + |0,1\rangle)_{1,2} \otimes |1\rangle_c \otimes |0\rangle_{c_2} \quad (۹)$$

که اندیس‌های c_1 و c_2 به ترتیب نشان‌دهنده‌ی حالت تشدیدگر آزمایشگاه آلیس و باب هستند. در ادامه، برای انتقال اطلاعات از کیوبیت ابررسانا به تشدیدگر ابررسانا، هامیلتونی برهم‌کنش بین کیوبیت و تشدیدگر را به صورت زیر در نظر می‌گیریم [۱۲]:

$$H_{\text{int}} = g(\sigma^+ + \sigma^-)(\mathrm{a}^\dagger + \mathrm{a}), \quad (۱۰)$$

که g ثابت جفت‌شدگی کیوبیت و تشدیدگر ابررسانا و a ($\mathrm{a}^\dagger$) عملگر نابودی (آفرینش) مربوط به تک‌مد تشدیدگر ابررسانا است. حال، دو عملگر یکانی به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

(۱۱)

$$U_1' = \exp[-\mathrm{i}(\frac{\delta}{2}\sigma_z + \upsilon \mathrm{a}^\dagger \mathrm{a})\mathrm{t}],$$
$$U_2' = \exp[\mathrm{i}\int_0^t \xi\,\omega_d \cos(\omega_d t')\mathrm{dt}'],$$

در این رابطه δ و υ، به ترتیب بسامد گذار کیوبیت ابررسانا و بسامد تک‌مد تشدیدگر ابررسانا هستند به علاوه ξ، ω_d به ترتیب دامنه و بسامد میدان مغناطیسی خارجی است که به کیوبیت ابررسانا اعمال می‌شود. با کنش این دو عملگر روی هامیلتونی برهم‌کنش (۱۰)، با استفاده از لم بکر هاسدروف و بسط ژاکوبی طبق رابطه (۵) هامیلتونی به شکل زیر ساده می‌شود:

$$H_{\text{int}} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} g\,J_n(2\xi)e^{in\omega_d t}\sigma^+ e^{i\delta t}(\mathrm{a}^\dagger e^{i\nu t} + \mathrm{a}e^{-i\nu t}) + \mathrm{H.C.} \quad (۱۲)$$

اگر فرض کنیم که $\omega_d = \delta - \nu$ باشد، با استفاده از تقریب موج چرخان خواهیم داشت:

$$H'_{eff} = \eta(\sigma^+ \mathrm{a} + \sigma^- \mathrm{a}^\dagger), \quad (۱۳)$$

که در این رابطه $\eta = g\,J_1(2\xi)$ است. هامیلتونی مؤثر رابطه (۱۳) را برای تشدیدگر و کیوبیت ابررسانا در آزمایشگاه باب به کار می‌بریم و روی حالت اولیه (۹) اثر می‌دهیم تا تحول زمانی حالت اولیه با حل معادله شرودینگر وابسته به زمان به دست آید:

$$\begin{aligned}|\psi'(\mathrm{t})\rangle = (&c_1(\mathrm{t})|0_{c_1},1_1,0_2\rangle|0_{c_2}\rangle + c_2(\mathrm{t})|0_{c_1},0_1,1_2\rangle|0_{c_2}\rangle \\ &+ c_3(\mathrm{t})|0_{c_1},0_1,0_2\rangle|1_{c_2}\rangle + c_4(\mathrm{t})|1_{c_1},1_1,0_2\rangle|0_{c_2}\rangle \\ &+ c_5(\mathrm{t})|1_{c_1},0_1,1_2\rangle|0_{c_2}\rangle + c_6(\mathrm{t})|1_{c_1},0_1,0_2\rangle|1_{c_2}\rangle) \\ &\otimes|1_c\rangle\end{aligned} \quad (۱۴)$$

که در این رابطه ضرایب به شکل زیر به دست می‌آیند:

$$\begin{aligned} c_1(\mathrm{t}) &= \frac{\alpha}{\sqrt{2}}, & c_2(\mathrm{t}) &= \frac{\alpha}{\sqrt{2}}\cos(\eta\,\mathrm{t}), \\ c_3(\mathrm{t}) &= \frac{-i\,\alpha}{\sqrt{2}}\sin(\eta\,\mathrm{t}), & c_4(\mathrm{t}) &= \frac{\beta}{\sqrt{2}}, \\ c_5(\mathrm{t}) &= \frac{\beta}{\sqrt{2}}\cos(\eta\,\mathrm{t}), & c_6(\mathrm{t}) &= \frac{-i\,\beta}{\sqrt{2}}\sin(\eta\,\mathrm{t}). \end{aligned} \quad (۱۵)$$

این مقاله درصورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد.

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-01]

اگر حالت سامانه را در زمان $t=\frac{\pi}{2\eta}$ به دست آوریم، خواهیم داشت:

$$\begin{aligned}\left|\psi'(t=\frac{\pi}{2\eta})\right\rangle=(&\frac{\alpha}{\sqrt{2}}\left|0_{c_1},1_1,0_2\right\rangle\left|0_{c_2}\right\rangle-\frac{i\alpha}{\sqrt{2}}\left|0_{c_1},0_1,0_2\right\rangle\left|1_{c_2}\right\rangle\\&+\frac{\beta}{\sqrt{2}}\left|1_{c_1},1_1,0_2\right\rangle\left|0_{c_2}\right\rangle-\frac{i\beta}{\sqrt{2}}\left|1_{c_1},0_1,0_2\right\rangle\left|1_{c_2}\right\rangle)\\&\otimes\left|1_c\right\rangle.\end{aligned}\qquad(۱۶)$$

در رابطه بالا حالت‌های سامانه آزمایشگاهی آلیس (c_1 و 1) را می‌توان بر حسب حالت‌های پایه‌ی بل به صورت زیر بیان کرد:

$$\begin{aligned}\left|\phi^{\pm}\right\rangle&=\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\left|1,1\right\rangle\pm\left|0,0\right\rangle\right),\\\left|\psi^{\pm}\right\rangle&=\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\left|1,0\right\rangle\pm\left|0,1\right\rangle\right).\end{aligned}\qquad(۱۷)$$

بنابراین رابطه (۱۶) به صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$\begin{aligned}\left|\psi'(t=\frac{\pi}{2\eta})\right\rangle=&\left[\frac{\alpha}{2}\left(\left|\psi^+\right\rangle-\left|\psi^-\right\rangle\right)+\frac{\beta}{2}\left(\left|\phi^+\right\rangle+\left|\phi^-\right\rangle\right)\right]_{c_1,1}\left|0,1,1\right\rangle_{2,c_2,c}\\&-i\left[\frac{\alpha}{2}\left(\left|\phi^+\right\rangle-\left|\phi^-\right\rangle\right)+\frac{\beta}{2}\left(\left|\psi^+\right\rangle+\left|\psi^-\right\rangle\right)\right]_{c_1,1}\left|0,1,1\right\rangle_{2,c_2,c}.\end{aligned}\qquad(۱۸)$$

به منظور انجام فرایند دوربری، آلیس روی سامانه خود اندازه‌گیری می‌کند، نتیجه اندازه‌گیری او یکی از چهار حالت بل خواهد بود. او این نتیجه را به صورت کلاسیکی به باب مخابره می‌کند. به ازای هر نتیجه‌ای که آلیس مخابره کند، باب باید ابتدا حالت تشدیدگر سامانه خود را از درگاه فاز (متناظر با $\begin{pmatrix}1&0\\0&i\end{pmatrix}$) عبور دهد. اگر آلیس حالت بل $\left|\psi^+\right\rangle$ را اندازه‌گیری کند، حالت تشدیدگر سامانه باب همان حالت نامعلوم هدف است. حال، اگر هریک از حالت‌های دیگر $\left|\psi^-\right\rangle$ و $\left|\phi^+\right\rangle$ توسط آلیس اندازه‌گیری شود، باب باید حالت تشدیدگر سامانه خود را به ترتیب به اندازه ۱۸۰ درجه حول محورهای z و x دوران دهد (که متناظر با اعمال عملگرهای یکانی $\begin{pmatrix}-1&0\\0&1\end{pmatrix}$ و $\begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}$ هستند) و در نهایت، اگر آلیس حالت بل $\left|\phi^-\right\rangle$ را اندازه‌گیری کند، باب باید حالت تشدیدگر سامانه خود را به اندازه ۲۷۰ درجه حول محور z (متناظر با عملگر یکانی $\begin{pmatrix}0&1\\-1&0\end{pmatrix}$) دوران دهد، تا حالت تشدیدگر سامانه باب، همان حالت نامعلوم هدف باشد.

نتیجه‌گیری

در این مقاله یک پروتکل جدید برای دوربری کوانتومی با استفاده از کیوبیت‌های ابررسانا پیشنهاد کردیم. در ابتدا با استفاده از یک کیوبیت شار که در آزمایشگاه دیگری قرار داشت و اعمال میدان مغناطیسی خارجی، بین کیوبیت‌های ابررسانای آزمایشگاه آلیس و باب، درهم‌تنیدگی ایجاد کردیم. سپس از این درهم‌تنیدگی به عنوان یک کانال در دوربری کوانتومی استفاده کردیم. در نهایت، با ایجاد برهم‌کنش بین کیوبیت و تشدیدگر ابررسانا در آزمایشگاه باب، مطابق با پروتکل استاندارد دوربری، حالت نامعلوم تشدیدگر ابررسانا در آزمایشگاه آلیس با اعمال گیت فاز و عملگرهای یکانی چرخش، به حالت تشدیدگر ابررسانا در آزمایشگاه باب منتقل شد.

مرجع‌ها

[1] C., Monroe, 2002, *Nature* **416** 238.
[2] C. H., Bennett, and D. P., DiVincenzo, 2000, *Nature* **404** 247.
[3] C. H., Bennett, G., Brassard, C., Crépeau, R., Jozsa, A., Peres and W. K., Wootters, 1993, *Phys. Rev. Lett.* **70** 1895.
[4] N., Sehati and M. K., Tavassoly, 2017, *Quantum Inf. Process.* **16** 193.
[5] R., Pakniat, M., Tavassoly and M., Zandi, 2017, *Opt. Commun.* **382** 381.
[6] A. A., Houck, H. E., Tureci and J., Koch, 2012, *Nature* Phys. **8** 292.
[7] M., Baur, A., Fedorov, L., Steffen, S., Filipp, M. P., Da Silva and A., Wallraff, 2012, *Phys. Rev. Lett*., **108** 040502.
[8] L., Steffen, Y., Salathe, M., Oppliger, P., Kurpiers, M., Baur, C., Lang, C., Eichler, G., Puebla-Hellmann, A., Fedorov and A., Wallraff, 2013, *Nature* **500** 319.
[9] M. H., Devoret and R. J., Schoelkopf, 2013, *Science* **339** 1169.
[10] X., Li, Y., Ma, J., Han, T., Chen, Y., Xu, W., Cai, H., Wang, Y. P., Song, Z. Y., Xue, Z. Q., Yin and L., Sun, 2018, *Phys. Rev. Appl.* **10** 054009.
[11] J. K., Xie, S. L., Ma, Z. P., Li, Z., Yang and F. L., Li, 2018, *Phys. Lett. A* **382** 2631.
[12] P. B., Li, S. Y., Gao and F. L., Li, 2012, *Phys. Rev. A* **86** 012318.

این مقاله درصورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد.

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-01]