بیست و ششمین کنفرانس اپتیک و
فوتونیک ایران و دوازدهمین کنفرانس
مهندسی و فناوری فوتونیک ایران،
دانشگاه خوارزمی،
تهران، ایران.
۱۶-۱۵ بهمن ۱۳۹۸

تخمین فاز کیوبیت متحرک در کاواک‌های نشت کننده

رحمانی، رقیه ؛ مرتضی پور، علی

گروه فیزیک دانشکده علوم دانشگاه گیلان

چکیده - در این مقاله، یک کیوبیت (اتم دوترازی) را در نظر می‌گیریم که با یک سرعت ثابت وارد یک کاواک دوگانه نشت کننده می‌شود و در طی حرکت خویش ، با مدهای الکترومغناطیسی خلاء کاواک دوم برهمکنش می‌نماید. نشان داده شده است که افزایش سرعت حرکت کیوبیت می‌تواند منجر به حفظ اطلاعات فیشر کوانتومی و در نتیجه باعث کاهش عدم قطعیت در تخمین فاز حالت کوانتومی کیوبیت شود.

کلید واژه- کیوبیت، اطلاعات فیشر، تخمین فاز

Phase estimation of a moving qubit inside leaky cavities

Roghayeh Rahmani, Ali Morttezapour

Department of Physics, Faculty of Science, University of Guilan, PO Box 41335–1914, Rasht, Iran
fereshtehrahmani1217@gmail.com

Abstract- In this paper, we consider a moving qubit inside a double leaky cavity, which interacts with the cavity modes during its motion. It is shown that increasing qubit velocity could lead to the protection of initial Quantum Fisher Information (QFI) and raising precision of the phase estimation of the qubit state.

Keywords: Qubit, Fisher information, Phase estimation

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-02]

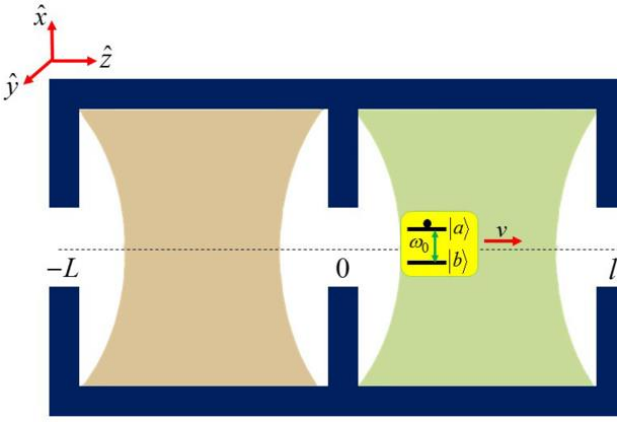
این مقاله درصورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد.

مقدمه

همانطور که از اکتشافات بزرگ علمی جهان روشن است، نتایج به دست آمده از آزمایش‌های تجربی و یا حتی دستاوردهای نظری بزرگ برای تایید به اندازه‌گیری‌ها متکی هستند. بنابراین پیشرفت علم به ویژه علم فیزیک به طور پیچیده‌ای به پیشرفت در اندازه‌گیری‌هایی که انجام می‌شود، پیوند خورده است. از طرفی هر چه اندازه‌گیری‌ها و دستگاه-های اندازه‌گیری دقیق‌تر باشند نتایج دقیق‌تری بدست خواهند آمد. از این رو دقت، یک کمیت مهم در سنجش کوانتومی است. در واقع سنجش کوانتومی سعی دارد تا با به کارگیری ویژگی‌ها و اثرات کوانتومی، دقت تخمین پارامترهای فیزیکی را تا حد ممکن افزایش دهد. به عبارت دیگر سنجش کوانتومی اثرات کوانتومی-مکانیکی را برای رسیدن به اندازه‌گیری‌های با دقت بالا به کار می‌گیرد. اطلاعات فیشر کوانتومی یک ابزار مهم در سنجش کوانتومی است که می‌تواند بیشینه دقت در تخمین پارامتر مورد نظر را برآورده کند[۱و۲]. اطلاعات فیشر کوانتومی میزان حساسیت یک حالت را نسبت به تغییر یک پارامتر مشخص می‌کند. اگر پارامتر مورد نظر را فاز ϕ در نظر بگیریم، می-توانیم به کمک اطلاعات فیشر کوانتومی، پایین‌ترین حد خطای میانگین مربع در تخمین پارامتر فاز ϕ را از طریق حد کرامر-رائو بدست آوریم. به طوریکه ϕ کمترین عدم قطعیت را داشته باشد. در سال‌های اخیر بهبود تخمین فاز سیستم‌های کوانتومی باز یکی از موضوعات مهم است که هم به صورت نظری و هم به صورت تجربی مورد توجه دانشمندان قرار گرفته است[۳-۵] .

در این مقاله یک کیوبیت متحرک را در یک کاواک دوگانه نشت کننده در نظر می‌گیریم. فرض می‌کنیم کیوبیت در حین حرکت خود با مدهای الکترومغناطیسی خلاء کاواک برهمکنش نماید. سپس تاثیر سرعت حرکت کیوبیت را بر دینامیک اطلاعات فیشر کوانتومی و عدم قطعیت فاز بررسی کنیم.

مدل بندی روابط ریاضی



شکل ۱: یک طرحواره کلی از سیستم مورد مطالعه (کیوبیت متحرک با سرعت ثابت v در یک کاواک دوگانه نشت کننده)

در این مقاله یک کیوبیت اتمی را در نظر می‌گیریم که در یک کاواک دوگانه (محیط) با سرعت ثابت v در راستای z حرکت می‌کند. کاواک مورد نظر از دو آینه بازتابنده کامل در مکان‌های $z=-L$ و $z=l$ و یک آینه بازتابنده جزئی در مکان $z=0$ تشکیل شده است. در نتیجه، همانطور که در شکل ۱ نشان داده شده، دو کاواک متوالی ($-L$ و 0) و (0 و l) وجود دارد. با توجه اینکه آینه واقع در مکان $z=0$ بازتابنده جزئی است، کاواک‌های متوالی ($-L$ و 0) و (0 و l) از طریق نشط فوتونی به یکدیگر مرتبط هستند. در اینجا نشت، اتلاف محسوب می شود. فرض می‌کنیم کیوبیت مورد نظر به دلیل اعمال میدان الکتریکی ثابت در کاواک ($-L$ و 0) ، هیچ برهمکنشی با میدان این کاواک انجام نمی‌دهد. اما به محض ورود به کاواک (0 و l) با مدهای این کاواک برهمکنش می‌کند. تحت تقریب‌های موج چرخان و دو قطبی، هامیلتونی این سیستم در تصویر برهمکنش (با فرض $\hbar=1$) به صورت زیر نوشته می‌شود:

(۱)
$$\hat{V}_I=\sum_k f_k(z)[g_k\hat{a}_k\sigma_+e^{i(\omega_0-\omega_k)t}+g_k^*\hat{a}_k^\dagger\sigma_-e^{-i(\omega_0-\omega_k)t}].$$

که در آن $(\sigma_-=|b\rangle\langle a|)\,\sigma_+=|a\rangle\langle b|$ به ترتیب حالت عملگر بالابرنده (پایین آورنده) کیوبیت و ω_0 فرکانس گذار آن است. همچنین $a_k^\dagger\,(a_k)$ عملگر خلق (فنا) مد k-ام

این مقاله درصورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد.

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-02]

کاواک با فرکانس ω_k و $g_k=-d(\omega_k/\hbar\varepsilon_0 Al)^{1/2}$ ثابت جفتیدگی بین کیوبیت و مدهای کاواک است. به طوریکه d اندازه گشتاور دوقطبی الکتریکی کیوبیت و A مساحت سطح مقطع آینه‌های کاواک است. $f_k(z)$ نیز شکل تابع حرکت کیوبیت در کاواک را توصیف می‌کند و با رابطه زیر داده می‌شود [۶] :

$$f_k(z)=f_k(vt)=\sin[k(z-l)]=\sin[\omega_k(\beta t-\tau)]. \quad (۲)$$

در این رابطه $\beta=v/c$ و $\tau=l/c$. دقت داشته باشید که در $z=0$ تابع $f_k(z)$ غیرصفر و در $z=l$ (مرز با آینه کامل) صفر است. فرض می‌کنیم سیستم به طور اولیه در یک برهمنهی همدوس از حالت‌هایش $\alpha|a\rangle+\beta|b\rangle$ با $|\alpha|^2+|\beta|^2=1$ باشد و مدهای کاواک نیز در حالت خلا باشند ($|0\rangle$):

$$|\Psi(0)\rangle=\{\alpha|a\rangle+\beta|b\rangle\}|0\rangle. \quad (۳)$$

از این رو در زمان t، حالت کوانتومی سیستم به صورت زیر نوشته می شود:

$$|\Psi(t)\rangle=\alpha A(t)|a\rangle|0\rangle+\beta|b\rangle|0\rangle+\sum_k B_k(t)|g\rangle|1_k\rangle, \quad (۴)$$

به طوریکه $|1_k\rangle$ حالتی را نشان می‌دهد که میدان کاواک شامل یک فوتون در مد k-ام باشد. با جایگذاری معادله (۴) در معادله شرودینگر، معادلات دیفرانسیل دامنه‌های احتمال $A(t)$ و $B_k(t)$ به صورت زیر بدست می‌آیند:

$$\dot{A}(t)=-(i/\alpha)\sum_k g_k f_k(vt)B_k(t)e^{i(\omega_0-\omega_k)t}, \quad (۵)$$

$$\dot{B}_k(t)=-i\alpha g_k^* f_k(vt)A(t)e^{-i(\omega_0-\omega_k)t}. \quad (۶)$$

با حل صوری معادله (۶) و جایگذاری آن در معادله (۶) و همچنین فرض پیوستار بودن مدهای کاواک، معادله زیر را بدست می‌آوریم:

$$\dot{A}(t)+\int_0^t dt' K(t,t')A(t')=0. \quad (۷)$$

که در آن تابع $K(t,t')$ تابع هسته (کرنل) است و به شکل زیر نوشته می‌شود:

$$K(t,t')=\int_0^\infty J(\omega_k)\sin[\omega_k(\beta t-\tau)]\sin[\omega_k(\beta t'-\tau)]e^{-i(\omega_k-\omega_0)(t-t')}d\omega_k, \quad (۸)$$

در اینجا $J(\omega_k)$ چگالی طیفی میدان الکترومغناطیسی داخل کاواک $(0,l)$ است و به شکل زیر داده می‌شود[۶]:

$$J(\omega_k)=\frac{1}{2\pi}\frac{\gamma\lambda^2}{[(\omega_0-\omega_k-\Delta)^2+\lambda^2]}, \quad (۹)$$

که در آن $\Delta=\omega_0-\omega_c$ نامیزانی بین فرکانس گذار اتمی ω_0 و فرکانس مرکزی مدهای کاواک ω_c است. $\gamma=(d^2\omega_n/\hbar\varepsilon_0 Al)$ نرخ واهلش کیوبیت در رژیم مارکوفی است. همچنین پارامتر λ نشت فوتون ها را از کاواک (l و 0) را نشان می‌دهد و به عبارت دیگر پهنای طیفی جفتیدگی کاواک را معرفی می‌کند. با محاسبه $A(t)$ ، ماتریس چگالی کیوبیت ($\rho(t)$) در پایه‌های $|a\rangle$ و $|b\rangle$ به شکل زیر نوشته می‌شود:

$$\rho(t)=\begin{pmatrix}|\alpha|^2|A(t)|^2 & \alpha\beta^*A(t)\\ \alpha^*\beta A^*(t) & 1-|\alpha|^2|A(t)|^2\end{pmatrix}. \quad (۱۰)$$

سنجش کوانتومی

در یک فرآیند معمول سنجش، ابتدا پارامتر مورد نظر ϕ ، از طریق یک عملگر یکانی U_ϕ روی حالت ورودی سیستم ρ_{in} کد گذاری می‌شود. در نتیجه حالت خروجی برابر با $\rho_\phi=U_\phi\rho_{in}U_\phi^\dagger$ می‌شود. سپس با انجام اندازه‌گیری روی حالت خروجی ρ_ϕ تخمینی از پارامتر ϕ بدست خواهد آمد. این تخمین توسط نامعادله کوانتومی کرامر-رائو، که به شکل زیر داده می‌شود، محدود می‌گردد:

$$\delta\phi\geq\frac{1}{\sqrt{F_\phi}} \quad (۱۱)$$

در اینجا $\delta\phi$ انحراف استاندارد متغیر ϕ و F_ϕ اطلاعات فیشر کوانتومی است که به صورت $F_\phi=Tr(\rho_\phi J^2)$ تعریف می‌شود. J مشتق متقارن لگاریتمی است و توسط رابطه $\partial_\phi\rho_\phi=(J\rho(\phi)+\rho(\phi)J)/2$ که در آن $\partial_\phi=\partial/\partial\phi$است، تعیین می‌شود. با تجزیه‌ی ماتریس چگالی کیوبیت به صورت $\rho_\phi=\sum_m p_m|\psi_m\rangle\langle\psi_m|$، که در آن p_m و $|\psi_m\rangle$ به ترتیب ویژه مقادیر و ویژه بردارهای آن هستند، F_ϕ از رابطه زیر بدست می‌آید:

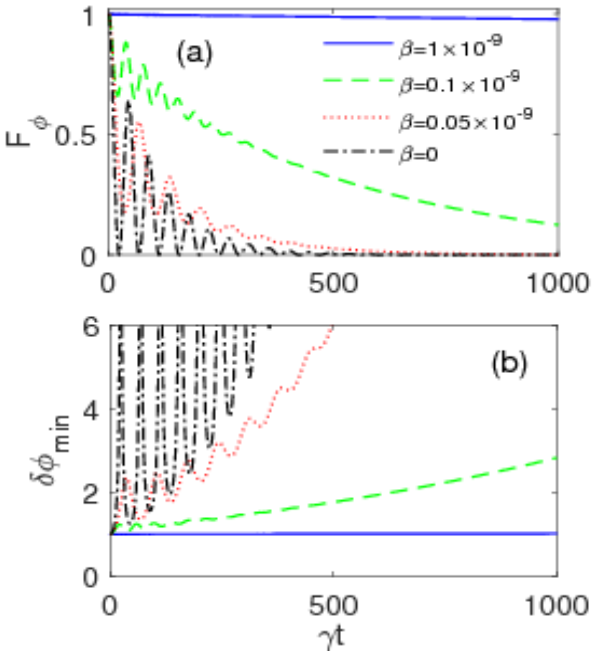
این مقاله درصورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد.

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-02]

$$F_\phi = \sum_{m,n} \frac{2}{p_m + p_n} \left| \langle \psi_m | \partial_\phi \rho_\phi | \psi_n \rangle \right|^2 . \qquad (۱۲)$$

در این تحقیق یک مسئله تخمین فاز را در نظر می‌گیریم که در آن ابتدا عملگر $U_\phi = |a\rangle\langle a| + e^{i\phi}|b\rangle\langle b|$ روی حالت اولیه بیشینه همدوس کیوبیت مورد نظر ($|\psi_+\rangle = (|a\rangle + |b\rangle)/\sqrt{2}$) اثر می‌کند. سپس اجازه می‌دهیم تا کیوبیت حرکت کند تا با مدهای کاواک $(l)0$ برهمکنش نماید. بنابراین حالت اولیه سیستم کیوبیت-کاواک $U_\phi|\psi_+\rangle|0\rangle$ می‌باشد. از این رو عناصر غیرقطری ماتریس چگالی معادله (۱۰) دارای وابستگی فازی می‌شوند.

بحث و بررسی



شکل ۲: (a) تحول زمانی F_ϕ به ازای سرعت‌های مختلف کیوبیت؛(b) تحول زمانی تخمین فاز بهینه $\delta\phi_{\min}(t)$ به ازای سرعت‌های مختلف کیوبیت. مقادیر سایر پارامترها عبارتند از: $\alpha = \beta = 1/\sqrt{2}$ ، $\Delta = 0$ ، $\lambda = 0.01\gamma$ و $\gamma = 33Hz$ ، $\omega_0 = 1.53\times10^9\,Hz$.

در شکل۲(a)، نمودار تحول زمانی F_ϕ به ازای سرعت‌های مختلف کیوبیت نمایش داده شده است. مشاهده می‌شود که F_ϕ کیوبیت ساکن ($\beta = 0$) با گذشت زمان در ابتدا با یک افت شدید زوال یافته و سپس بعد از مدت کوتاهی احیا می‌شود. در زمان‌های طولانی‌تر توالی این زوال‌ها و احیاها را شاهد هستیم. با این تفاوت که احیاها با گذشت زمان ضعیف‌تر می‌شوند و در نهایت F_ϕ به طور کامل از بین می‌رود. در مورد کیوبیت‌های متحرک با سرعت کم ($\beta = 0.05\times10^{-9}$) همه چیز مشابه کیوبیت ساکن است. اما با این تفاوت که F_ϕ در حین نوسانات کاملا ناپدید نمی‌شود. همچنین مشاهده می‌کنیم که با افزایش بیشتر سرعت کیوبیت، نوسانات کاهش یافته و در عین حال اطلاعات فیشر کوانتومی به شدت از نوفه محافظت می‌شود. بنابراین در می‌یابیم که با افزایش سرعت کیوبیت، اطلاعات فیشر کوانتومی تمایل دارد تا مدت زمان بیشتری نزدیک به بیشینه مقدار اولیه‌اش باقی بماند. با توجه به شکل ۲(b) نیز در می‌یابیم که سرعت کیوبیت تاثیر مستقیمی بر بهبود قطعیت در تخمین فاز دارد. بطوریکه با افزایش سرعت کیوبیت، عدم قطعیت در تخمین پارامتر فاز را تا زمان‌های بسیار طولانی کاهش می‌دهد.

نتیجه‌گیری

در این مقاله ملاحظه نمودیم که حرکت انتقالی کیوبیت‌ها در داخل کاواک الکترودینامیک کوانتومی می‌تواند منجر به حفظ شدید اطلاعات فیشر کوانتومی و در نتیجه افزایش دقت در تخمین پارامتر فاز در زمان‌های بسیار طولانی شود.

مرجع‌ها

[1] C. W. Helstrom, *Quantum Detection and Estimation Theory*, Academic Press, New York, 1976
[2] S.L. Braunstein, C. M. Caves, "Statistical distance and the geometry of quantum states", Phys. Rev. Lett. Vol. 72, pp.3439, 1994.
[3] X.-M. Lu, X. Wang, and C. P. Sun, "Quantum Fisher information flow and non-Markovian processes of open systems "Phys. Rev. A Vol. 82, pp. 042103, 2010.
[4] Y.-L. Li, X. Xiao, and Y. Yao, "Classical-driving-enhanced parameter-estimation precision of anon-Markovian dissipative two-state system" Phys. Rev. A Vol. 91, pp.052105, 2015.
[5] Giovannetti, V., Lloyd, S. & Maccone, L. "Advances in quantum metrology", Nat. Photon. Vol. 5, pp.222, 2011.
[6] A Mortezapour, M A Borji, D Park and R Lo Franco, Open Sys. Inf. Dyn. "Non-Markovianity and Coherenceof a Moving Qubit inside a Leaky Cavity" Vol. 24, pp. 1740006, 2017.

این مقاله درصورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد.
[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-02]