بیستمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران
و ششمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران
۸ تا ۱۰ بهمن ماه۱۳۹۲ - دانشگاه صنعتی شیراز

انتقال حرارت بین نوسانگرهای میکرو مکانیکی از طریق کانال‌های نوری

فرناز فرمان[۱] ، سپیده سادات ذاکری[۲]، سارا توفیقی[۱] و علیرضا بهرامپور[۱]

[۱] دانشکده فیزیک، دانشگاه صنعتی شریف

[۲] European Laboratory for Non-linear Spectroscopy (LENS), University of Florence, Italy

چکیده – در این مقاله کاواک اپتومکانیکی با دو آینه قابل نوسان بررسی شده است. این آینه ها به علت نیروی فشار تابشی ناشی از نور ورودی سرد می شوند. انتقال حرارت بین دو نوسانگر میکرو مکانیکی مورد بررسی قرار گرفته است. نشان داده‌ایم که نور درون کاواک نقش واسطه را در این فرایند بازی می کند. هنگامی که اختلاف فرکانس مکانیکی بین دو نوسانگر کم باشد، اعوجاجات آینه با دمای بالاتر از طریق نور به آینه با دمای پایین‌تر منتقل می‌شود. به علت این پدیده حد پایینی برای سرد سازی دو آینه به دست می‌آید.

کلید واژه- اعوجاجات کوانتومی، انتقال حرارت، سردسازی، سیستم اپتومکانیکی

Heat transfer between micro mechanical resonators through optical channels

Farnaz Farman[1] , Sepideh S. Zakeri [2], Sara Tofighi [1] and Alireza Bahrampour[1]

[1]Department of Physics, Sharif University of Technology, Tehran, Iran

[2] European Laboratory for Non-linear Spectroscopy (LENS), University of Florence, Italy

Abstract- We consider dynamics of two vibrating mirrors coupled through optical cavity mode in an optomechanical system. These mirrors are cooled via radiation pressure force inside the cavity. The heat transfer between two mechanical resonators through the cavity mode is investigated. We show that light mediates heat transfer between two micro-mirrors. When detuning frequency of the mechanical resonators is low, fluctuations flow through the light channel from the resonator with high temperature toward the one with low temperature. Due to the resonance condition, there is a minimum limit for cooling temperature of micro-mirrors.

Keywords: Optomechanical system, Cooling process, Heat transfer, Quantum fluctuations

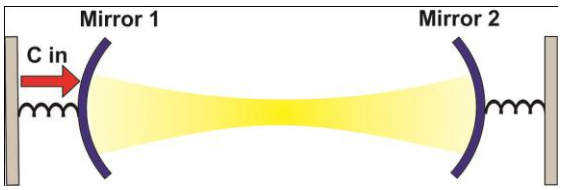
[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-06]

۱- مقدمه

در سالهای اخیر سیستمهای اپتومکانیکی مورد توجه گروه زیادی از پژوهشگران قرار گرفته‌اند. با استفاده از نیروی فشار تابشی می‌توان دمای نوسانگرهای میکرو مکانیکی را به میزان زیادی کاهش داد و مدهای مکانیکی سیستم را به حالت پایه کوانتومی نزدیک کرد [1-3]. این امر بستری مناسب برای مطالعه پدیده‌های کوانتومی در سیستمهای ماکروسکوپی فراهم می‌کند. در این مقاله کاواک اپتومکانیکی با دو آینه متحرک در نظر گرفته شده است. نتایج بررسی ما نشان می‌دهد که به علت حضور نور درون کاواک، انتقال حرارت بین نوسانگرها وجود دارد. چنانچه فرکانس مکانیکی نوسانگرها به هم نزدیک باشد، اعوجاجات نوسانگر (آینه) با دمای بیشتر از طریق نور به نوسانگر با دمای کمتر منتقل می شود. نام این پدیده را انتقال حرارت تشدیدی نهاده‌ایم. این انتقال حرارت منجر به بالا رفتن دمای دو آینه می‌شود. در حالت متقارن یعنی حالتی که فرکانس نوسانگرها مانند هم باشد و شرایط دو آینه یکسان باشند، دمای نهایی دو آینه تقریبا به نصف دمای اولیه آنها می‌رسد. در حالت نامتقارن با آینه هایی با فرکانس متفاوت، به علت کم شدن انتقال حرارت، میزان سرد سازی دو آینه بیشتر می‌شود. این مقاله به شرح زیر نوشته شده است: در بخش ۲ سیستم اپتومکانیکی و مبانی نظری سرد سازی با استفاده از نور توضیح داده شده است. همچنین معادلات حاکم بر سیستم به دست آمده-اند. در بخش ۳ نتایج محاسبات برای سیستم های متقارن و در بخش ۴ برای سیستم های نامتقارن نشان داده شده است و بالاخره مقاله با نتیجه گیری در فصل ۵ پایان می یابد.

۲- مبانی نظری

کاواک اپتومکانیکی مورد نظر ما، از ۲ میکرو آینه با قابلیت نوسان تشکیل شده است (شکل ۱). نور ورودی با فرکانس ω_L از آینه ۱ وارد کاواک با فرکانس تشدید ω_C می شود، در حالی که آینه ۲ دارای ضریب بازتاب ۱ است. به علت فشار تابشی نور درون کاواک، به دو آینه نیرو وارد می‌شود. ضریب کوپلاژ بین میدان داخل کاواک و آینه ها از رابطه $G_i = G = \omega_C / L$; $(i=1,2)$ به دست می‌آید که L طول کاواک است. هر کدام از آینه ها به صورت نوسانگر هماهنگی با فرکانس ω_{m_i}، جرم m_i و ضریب افت γ_i در نظر گرفته می شوند که با حمام گرمایی با دمای T_i $(i=1,2)$ در تماس هستند .



شکل ۱: نمایی از سیستم اپتومکانیکی با دو آینه متحرک. نور از آینه ۱ به درون کاواک کوپل می‌شود و آینه ۲ کاملا نور را منعکس می کند.

مکان و مومنتم هر آینه به ترتیب با عملگرهای q_i و p_i نشان داده می‌شود. هامیلتونی سیستم در دستگاه مختصات چرخنده با فرکانس ω_L به صورت زیر است:

$$H = \hbar(\omega_C - \omega_L)a^+a - \hbar G a^+a(q_1+q_2) + \frac{1}{2}\sum_{i=1,2}\left(\frac{p_i^2}{m_i} + m_i\,\omega_{m_i}^2\,q_i^2\right) + i\hbar E(a^+ - a) \qquad (۱)$$

که a و a^+ به ترتیب عملگر فنا و خلق میدان داخل کاواک هستند. E میدان ورودی داخل کاواک است که با رابطه $E=\sqrt{\frac{2\kappa P}{\hbar\omega_L}}$، به توان ورودی (P) و افت کاواک (κ) مربوط می‌شود. با استفاده از معادلات لانژوین و با در نظر گرفتن اثرات نویز، معادلات حرکت برای عملگرها به دست می‌آیند. این معادلات غیر خطی هستند. به علت کوچک بودن میزان غیر خطیت، از روش خطی سازی استاندارد استفاده می‌کنیم [2]. عملگرها را به صورت مجموع مقدار حالت پایدار و اعوجاجات حول این مقدار می‌نویسیم ($Q = Q_s + \delta Q$; $Q = q, p, a$). مقدار پایدار عملگرها با قرار دادن تغییرات این عملگرها برابر با صفر و حل معادلات جبری به‌دست می‌آیند ($i=1,2$) ; که $(a_s = \frac{E}{\kappa + i\Delta},\quad p_{i_s}=0,\quad q_{i_s}=\frac{\hbar G|a_s|^2}{m_i\omega_{m_i}^2})$

$\Delta_0 = \omega_C - \omega_L$ و $\Delta = \Delta_0 - G(q_{1s}+q_{2s})$ است. پس از انجام مقداری عملیات ریاضی، معادلات حرکت برای اعوجاجات عملگرها به‌دست می‌آیند. برای بررسی

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-06]

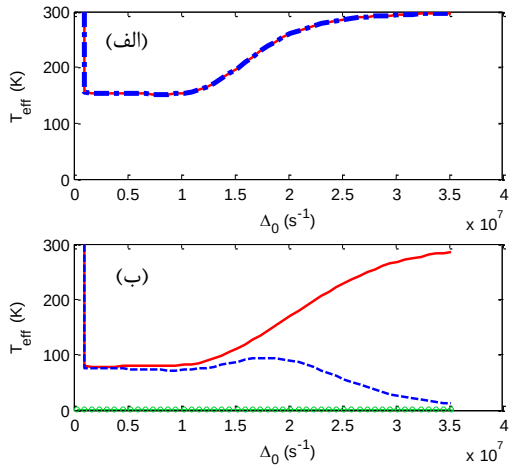
پایداری جوابها از روش روتز-هرویتز[1] استفاده می‌شود. اعوجاجات عملگر مکان در حوزه فوریه از رابطه (۲) به‌دست می‌آید:

$$\delta q_i(\omega)=\frac{1}{d(\omega)}\{\xi_i[\frac{-X_j+D_{j+2}D}{m_i}]+\xi_j[\frac{X_jG_i}{m_iG_j}]+\sqrt{2k}\,\frac{\hbar G_i}{m_i}(a_{in}[-a_s^*D_2D_{j+2}]+a_{in}^+[a_sD_1D_{j+2}])\}\quad(۲)$$
$$(i,j)=(1,2),(2,1)$$

که $D_1(\omega)=i(\Delta-\omega)+\kappa$, $D_2(\omega)=-D_1^*(-\omega)$ و $D=-D_1D_2$ چندجمله‌ایهای مربوط به کاواک و $D_{j+2}=\omega_{m_j}^2-\omega^2-i\omega\gamma_j;(j=1,2)$ چند جمله های مربوط به آینه j ام هستند. $X_j=\frac{2\hbar G^2|a_s|^2\Delta}{m_j}$ ضریب کوپلاژ موثر بین آینه ها و میدان داخل کاواک است و $d(\omega)=DD_3D_4-X_2D_3-X_1D_4$ چند جمله‌ای مشخصه سیستم است. ریشه های $d(\omega)$ فرکانس‌های مختلط تشدید سیستم هستند. a_{in} نویز ورودی تابشی خلا با تابع همدوسی[2] $\langle a_{in}(\omega)a_{in}^+(\Omega)\rangle=2\pi\delta(\omega+\Omega)$ است. ξ_1و ξ_2 عملگر نویز براونی[3] ورودی که از دمای حمام‌های گرمایی ناشی می‌شود هستند [4]. پس از انجام مقداری عملیات ریاضی، چگالی طیف نویز (DNS)[4] برای عملگر مکان ($Sq_i;i=1,2$) و مومنتم ($Sp_i;i=1,2$) به دست می آید[5] . دمای موثر آینه‌ها از رابطه $T_i=\frac{m_i\omega_{m_i}^2\langle q_i^2\rangle}{2K_B}+\frac{\langle p_i^2\rangle}{2m_iK_B};(i=1,2)$ محاسبه میشود ، که عدم قطعیت در مکان و مومنتم از رابطه $\langle q_i^2\rangle=\frac{1}{2\pi}\int S_{q_i}(\omega)\,d(\omega),\langle p_i^2\rangle=\frac{1}{2\pi}\int S_{p_i}(\omega)\,d(\omega)$ ($i=1,2$) به‌دست می‌آیند [6].

۳- سیستم متقارن

در این قسمت با فرض یکسان بودن پارامترهای دو نوسانگر مکانیکی، نتایج محاسبات برای سیستم متقارن بررسی می شود. در سیستم متقارن $\omega_{m_1}=\omega_{m_2}$، $D_3=D_4$ و در نتیجه معادله مشخصه سیستم به معادله $D_3(DD_3-2X)=0$ تقلیل می‌یابد. در محاسبات عددی وزن دو آینه $m=145\,ng$، افت نوسانگرها $\gamma=2\pi\times140\ s^{-1}$، فرکانس نوسانگرها $\omega_m=\gamma\times10^4$ و افت کاواک برابر با $\kappa=0.227\times\omega_m$ در نظر گرفته شده است. لیزر ورودی، لیزر پیوسته Nd YAG با طول موج $\lambda=1064\ nm$ و توان ورودی $P=6.9\ mW$ است که وارد کاواکی به طول $L=25\ nm$ می‌شود. دمای اولیه آینه‌ها و حمام گرمایی $T=300\ K$است. در شکل ۲. الف تغییرات دمای موثر دو آینه بر حسب ناکوکی فرکانس (Δ_0) رسم شده است.



شکل ۲: الف) دمای موثر آینه ۱ (خط ممتد قرمز) و آینه ۲ (خط-نقطه چین آبی) بر حسب تغییرات ناکوکی فرکانس. ب) خط قرمز نشان دهنده اثر نویز حمام گرمایی ۱و۲ بر روی دمای آینه ۱و۲ است، خط چین آبی نمایانگر اثر متقابل نویز حمام ۱و۲ بر روی دمای آینه ۲و۱ است و خط سبز دایره دار، اثر اعوجاجات نور درون کاواک بر روی دمای آینه‌ها را نشان می دهد.

همانطور که انتظار می رود، تغییرات دمای دو آینه مانند هم است و کمترین دمای به دست آمده برای آینه‌ها $T=151.8\ K$ است. در شکل ۲.ب، نقش نویزهای

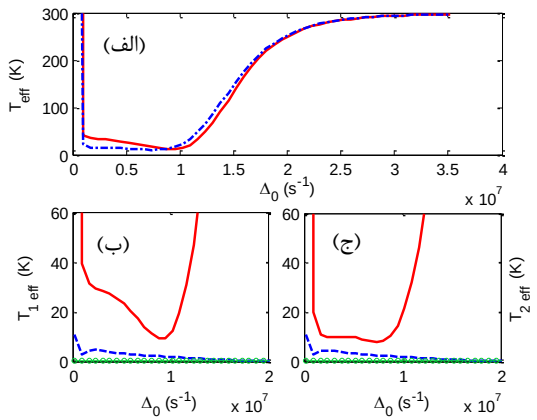
[1] Routh–Hurwitz
[2] Correlation function
[3] Brownian noise
[4] Density Noise Specteum

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-06]

مختلف بر روی دمای آینه‌ها به صورت جداگانه رسم شده است. در ناکوکی های پایین، اثر نویز حمام گرمایی ۱و۲ بر روی دمای آینه ۱و۲ و همینطور اثر نویز متقابل حمام گرمایی ۱و۲ بر روی دمای آینه ۲و۱، تقریبا برابر است که پارامتر دوم میزان انتقال حرارت بین دو آینه را نشان می دهد. در ناکوکی‌های بالا، هنگامی که شدت میدان داخل کاواک کم می‌شود، اثر متقابل نویز حمام گرمایی ۱و۲ بر روی دمای آینه ۲و۱ کم می‌شود. یعنی با کم شدن میدان داخل کاواک، اعوجاجات از آینه ۱ کمتر به آینه ۲ منتقل می‌شوند و بالعکس. اثر اعوجاجات نور درون کاواک بر روی دمای آینه‌ها در مقایسه با اثر نویز براونی بسیار کم است (شکل ۲.ب).

۴- سیستم نامتقارن

برای بررسی سیستم نامتقارن، پارامترهای سیستم مانند مثال قبل در نظر گرفته شده‌اند با این تفاوت که فرکانس آینه ۲ برابر با 1.005 برابر فرکانس آینه ۱ گرفته شده است. شکل ۳ .الف تغییرات دمای دو آینه بر حسب ناکوکی و شکل ۳ .ب و ۳.ج اثرات نویز های مختلف بر روی دمای آینه ۱و۲ را نشان می دهند.



شکل ۳: الف) دمای موثر آینه ۱ (خط ممتد قرمز) و آینه ۲ (خط-نقطه چین آبی) بر حسب تغییرات ناکوکی فرکانس. ب وج) خط قرمز نشان دهنده اثر نویز حمام گرمایی ۱و۲ بر روی دمای آینه ۱و۲ است، خط چین آبی نمایانگر اثر متقابل نویز حمام ۱و۲ بر روی دمای آینه ۲و۱ است و خط سبز دایره دار اثر اعوجاجات نور درون کاواک بر روی دمای آینه‌ها را نشان می دهد.

به علت عدم تقارن در سیستم، دمای دو آینه مانند هم رفتار نمی‌کنند. همینطور از شکل ۳ .ب و ۳.ج مشخص می شود که میزان انتقال نویز از آینه ۱ به ۲ و بالعکس در مقایسه با حالت متقارن کم شده است. کمترین دمای آینه ۱، $T=11.32\ K$ و کمترین دمای آینه ۲، $T=10.47\ K$ است که در ناکوکی های مختلفی اتفاق می افتند.

۵- نتیجه گیری

در سیستم اپتومکانیکی متقارن، اعوجاجات آینه با دمای بالاتر توسط میدان داخل کاواک جذب می‌شود. فرکانس این نوسانات مطابق با فرکانس آینه دوم است و مقداری از این نوسانات از طریق نور به آینه ۲ منتقل می‌شوند. معنی این فرایند این است که حرارت توسط نور از آینه با دمای بالاتر به آینه با دمای پایین تر منتقل می‌شود که به آن انتقال حرارت تشدیدی می‌گوییم. با زیاد کردن فاصله بین فرکانس آینه ۱ و۲، میزان این انتقال حرارت توسط نور کم و اثر آینه ها روی هم کم می‌شود.

مراجع

[1] S. Gigan, H. R. Bohm, M. Paternostro, F. Blaser, G. Langer, J. B. Hertzberg, K. C. Schwab, D. Bauerle, M. Aspelmeyer, and A. Zeilinger, *Self-cooling of a micromirror by radiation pressure*, **Nature** 444 (2006) 67–70.

[2] M. Paternostro, S. Gigan, M. S. Kim, F. Blaser, H. R. Bohm, and M. Aspelmeyer, *Reconstructing the dynamics of a movable miroor in a detuned optical cavity*, **New J. Phys.** 8 (2006) 107.

[3] A. Schliesser, R. Riviere, G. Anetsberger, O. Arcizet, and T. J. Kippenberg, *Resolved-sideband cooling of a micromechanical oscillator*, **Nat. Phys.** 4 (2008) 415-419 .

[4] D. Vitali and V. Giovannetti, *Phase-noise measurement in a cavity with a movable mirror undergoing quantum Brownian motion*, **Phys. Rev. A** 63, 023812 (2001).

[5] F. Farman and A. R. Bahrampour, *Effects of optical parametric amplifier pump phase noise on the cooling of optomechanical resonators*, **J. Opt. Soc. Am. B.** 30, 7 (2013).

[6] S. Huang and G. S. Agarwal, *Enhancement of cavity cooling of a micromechanical mirror using parametric interactions*, **Phys. Rev. A**. 79, 013821 (2009).

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-06]