



بدست آوردن ناهمگنی موجبر با استفاده از تولید هماهنگ دوم دوبار گذر

شادی صالحی بروجنی^۱ و رحمان نوروزی^۲

^۱ دانشکده فیزیک، مرکز تحصیلات تکمیلی علوم پایه زنجان، زنجان، ایران

^۲ مرکز پژوهشی اپتیک و فوتونیک، مرکز تحصیلات تکمیلی علوم پایه زنجان، زنجان، ایران

چکیده - بررسی نتایج بدست آمده از تولید هماهنگ دوم در موجبرهای غیر خطی راه مناسبی برای بدست آوردن نقص موجود در موجبر است. اگر تابع توری در موجبرهای ساخته شده در بستر بلور لیتیوم نایوبایت قطبیده دوره‌ای مشخص باشد نقص حاصل را می‌توان تنها به ناهمگنی موجبر نسبت داد. در این مقاله با نشان دادن آینده‌ای که هر دو موج پایه و هماهنگ دوم را از یک انتهای موجبر برمی‌گرداند ناهمگنی موجبر در آرایش دوبار گذر بدست آمده است. برای این منظور تنها با اندازه‌گیری توان تولیدی هماهنگ دوم دوبار گذر و بدون نیاز به اندازه‌گیری فاز هماهنگ دوم تولید شده ناهمگنی موجبر در طول آن بررسی شده است.

کلید واژه - لیتیوم نایوبایت قطبیده دوره‌ای، تولید هماهنگ دوم، موجبر، ناهمگنی.

Inhomogeneity Estimation of a Waveguide Using Double-Pass Second Harmonic Generation

Shadi Salehi Borujeni¹ and Rahman Nouroozi^{1,2}

¹ Physics department, Institute for Advanced Studies in Basic Sciences, Zanjan, Iran

² Optics & Photonics Research Center, Institute for Advanced Studies in Basic Sciences, Zanjan, Iran

Abstract- Second harmonic generation (SHG) can be used to estimate the nonlinear optical waveguide imperfection. In a periodically poled lithium niobate waveguide, if the quasi phasematching function is known this imperfection can be addressed to the inhomogeneity only. In this paper, using a mirror coated in the one end face of the waveguide to reflect both fundamental and SH waves, the inhomogeneity of the waveguide is obtained in a double-pass scheme. This is done without any information about the phase and using only the measured power of the SH wave.

Keywords: periodically poled lithium niobate, second harmonic generation, waveguide, inhomogeneity

۱- مقدمه

اندازه‌گیری فاز روشهای تقریبی برای اندازه‌گیری فاز هماهنگ دوم پیشنهاد و در بدست آوردن تابع توری شبه تطابق فاز استفاده شده است [۳].

به منظور حذف فاز در تولید هماهنگ دوم از آرایش تولید هماهنگ دوم دو بار گذر استفاده شده است. به این منظور آینه‌ای در انتهای موجبر نشانده شده است تا هر دو موج اصلی و هماهنگ دوم را دوباره به موجبر برگرداند. به این ترتیب تابع توری شبه تطابق فاز و همچنین ناهمگنی موجبر به تابعی زوج تبدیل می‌شوند. در این حالت فاز در تبدیل معکوس فوریه حذف می‌شود. علاوه بر این به دلیل دوبرابر شدن طول موجبر بهره‌ی تولید هماهنگ دوم نیز افزایش می‌یابد [۴]. در این مقاله برای بدست آوردن ناهمگنی موجبر در طول موجبر از این روش استفاده شده است.

۲- مبانی نظری

تغییرات پوش کند تغییر بهنجار شده میدان‌های الکتریکی $E_{2\omega} = E_{2\omega}(z)$ و $E_{\omega} = E_{\omega}(z)$ برای امواج اصلی و تولیدی هماهنگ دوم به ترتیب به صورت زیر است:

$$i \frac{\partial E_{\omega}}{\partial z} + d(z) E_{\omega}^* E_{2\omega} \exp \left[-i \int_0^z \Delta\beta(z') dz' \right] = 0 \quad (1)$$

$$i \frac{\partial E_{2\omega}}{\partial z} + d(z) E_{\omega}^2 \exp \left[i \int_0^z \Delta\beta(z') dz' \right] = 0$$

در این روابط $\Delta\beta(z) = \frac{4\pi(n_{\omega} - n_{2\omega})}{\lambda_{\omega}} - K_m$ اختلاف تکانه‌ی

خطی دو موج اصلی و هماهنگ دوم و n_{ω} و $n_{2\omega}$ به ترتیب ضرایب شکست امواج اصلی و هماهنگ دوم می‌باشند. بردار موج توری شبه تطابق فاز ثبت شده در $K_m = \frac{2m\pi}{\Lambda}$

بلور لیتیوم نایوبیت می‌باشد. m مراتب تابع توری را مشخص می‌کند [۱]. همچنین تابع توری شبه تطابق فاز $d(z)$ با رابطه‌ی (۲) توصیف می‌شود.

$$d(z) = \sum_m G_m \exp \left(\frac{-i2m\pi z}{\Lambda} \right) d_{33} \quad (2)$$

$G_m = \frac{1}{\Lambda} \int_{-\Lambda/2}^{\Lambda/2} d(z) \exp \left(\frac{i2m\pi z}{\Lambda} \right) dz$ ثابت‌های سری فوریه

هستند. تغییرات پذیرفتاری مرتبه دوم $\chi^{(2)}$ نیز با استفاده از رابطه‌ی (۲) و به صورت $\chi^{(2)} = 2d_{33}d(z)$ تعریف می‌شود. از طرفی رابطه‌ی توان و میدان الکتریکی برای دو موج اصلی و هماهنگ دوم به ترتیب به صورت

موجبر نوری اصلی‌ترین سازه به منظور ساخت ادوات نوری بر پایه مدارهای مجتمع نوری است. در این بین موجبرهایی در بستر بلورهای غیر خطی ساخته می‌شوند اهمیت دو چندی دارند. به عنوان نمونه، فرایند غیر خطی تولید هماهنگ دوم در موجبر ساخته شده در بستر بلور لیتیوم نایوبیت قطبیده‌ی دوره‌ای در اغلب ادوات مبدل طول موج که در صنعت مخابرات استفاده می‌شوند به‌کار گرفته می‌شود. در تولید هماهنگ دوم موج پایه به موجبر می‌تابد و بر پایه‌ی نورشناخت غیر خطی مرتبه‌ی دوم طول موج جدیدی با نصف طول موج اصلی تولید می‌شود (پایستگی انرژی). برای تولید مؤثر هماهنگ دوم پایستگی تکانه‌ی خطی منجر به ارضای شرط تطابق فاز خواهد شد. یکی از راه‌های ایجاد تطابق فاز، قطبیده کردن محیط غیرخطی به نحوی است که اختلاف فاز ایجاد شده بین امواج پایه و هماهنگ دوم به سبب پاشندگی محیط در فرایند غیرخطی با تغییر جهت پذیرفتاری نوری غیرخطی مرتبه‌ی دوم $(\rightarrow \leftarrow)$ با طول تناوبی Λ جبران شود [۱]. به همین دلیل بلورهای غیر خطی دارای قطبش خودبه‌خودی هم‌جهت با محور اپتیکی مانند بلور لیتیوم نایوبیت از اهمیت به‌سزایی برخوردارند. در این‌گونه بلورها با اعمال میدان الکتریکی خارجی می‌توان جهت قطبش خودبه‌خودی و در نتیجه جهت پذیرفتاری نوری غیرخطی مرتبه‌ی دوم را تغییر داد. نفوذ تیتانیوم در بستر بلور لیتیوم نایوبیت متداول‌ترین روش ساخت موجبر در بستر لیتیو نایوبیت است. ناهمگنی موجبر که ممکن است حین فرایند ساخت روی دهد عملکرد آن را دچار مشکل خواهد کرد. از این رو مشخص کردن ناهمگنی موجبر اهمیت بسیاری دارد.

اندازه‌گیری توان و فاز موج هماهنگ دوم تولیدی برحسب طول موج اصلی اطلاعاتی درباره‌ی ناهمگنی موجبر را بدست می‌دهد. بدین ترتیب که پاسخ تبدیل عکس فوریه آن تحت شرایط خاص تابع توری استفاده شده به منظور قطبیده کردن موجبر را نتیجه می‌دهد. با استفاده از توان و فاز هماهنگ دوم تولید شده، ناهمگنی در موجبر در بستر بلور لیتیوم نایوبیت به روش‌های مختلفی برآورد شده است [۲]. در این روش‌ها به دلیل دشوار بودن

ابتدای موجبر $E_{2\omega} = 0$ می‌باشد، اگر $m_{2\omega} = m_{\omega} = \pi$ و $r_{\omega} \cong r_{2\omega}$ خواهیم داشت:

$$E_{2\omega}(\beta_0, L) \approx (r_{\omega}^2 + r_{2\omega}) E_{\omega}(-L)^2 \int_0^L d(z) [\sin B \cos(\beta_0 z) + \cos B \sin(\beta_0 z)] dz \quad (5)$$

با اعمال عکس تبدیل فوریه در طرفین رابطه‌ی (۵) می‌توان نوشت:

$$d(z) \cos B = \frac{2F_{\text{Im}}^{-1}\{E_{2\omega}(L)\}}{(r_{\omega}^2 + r_{2\omega})E_{\omega}(-L)^2} \quad (6)$$

$$d(z) \sin B = \frac{2F_{\text{Re}}^{-1}\{E_{2\omega}(L)\}}{(r_{\omega}^2 + r_{2\omega})E_{\omega}(-L)^2} \quad (7)$$

که F_{Re}^{-1} و F_{Im}^{-1} به ترتیب قسمت‌های موهومی (سینوسی) و حقیقی (کسینوسی) معکوس تبدیل فوریه هستند. اگر فرض کنیم موجبر دارای هیچ ناهمگنی نیست می‌توان B را صفر در نظر گرفت و با استفاده از معادله (۶) تابع توری را از رابطه‌ی (۸) بدست آورد:

$$d(z) = \frac{\sqrt{A}}{\sqrt{2}(r_{\omega}^2 + r_{2\omega})P_{\omega, \text{in}}} F_{\text{Im}}^{-1}\{\sqrt{\eta P_{2\omega, \text{out}}}\} \quad (8)$$

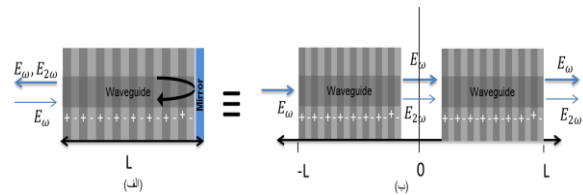
$P_{2\omega, \text{out}}$ توان خروجی موج هماهنگ دوم است. حال با فرض یکنواخت بودن تناوب توری در طول موجبر می‌توان تغییرات حاصل ضرب‌های $d(z) \cos B$ و $d(z) \sin B$ در طول موجبر را به طور کامل به تابع B وابسته کرد. بنابر این با استفاده از روابط (۶) و (۷)، B بر حسب z از رابطه-۹ بدست می‌آید.

$$B(z) = \text{Arctan} \left\{ \frac{F_{\text{Re}}^{-1} \sqrt{\eta P_{2\omega, \text{out}}}}{F_{\text{Im}}^{-1} \sqrt{\eta P_{2\omega, \text{out}}}} \right\} \quad (9)$$

۳- نتایج

با توجه به رابطه‌ی (۹) به منظور بدست آوردن ناهمگنی موجبری که دارای طول دوره‌ی تناوب یکنواخت در تمام طول موجبر می‌باشد، کافی است F_{Re}^{-1} و F_{Im}^{-1} را از نتایج اندازه‌گیری توان خروجی تولید هماهنگ دوم بر حسب طول موج اصلی بدست آورد. بدین ترتیب با مشتق‌گیری از $B(z)$ بر حسب z ، $\partial\beta(z)$ که همانا ناهمگنی موجبر می‌باشد بدست می‌آید. شکل ۲ نتایج تجربی حاصل از اندازه‌گیری توان خروجی تولید هماهنگ دوم در آرایش دوبار گذر را بر حسب طول موج اصلی نشان می‌دهد. موجبر مورد استفاده ۳۵ میلی‌متر طول دارد.

$P_{\omega} = \eta A |E_{\omega}|^2$ و $P_{2\omega} = 2\eta A |E_{2\omega}|^2$ می‌باشد. $\eta = n_{\omega}^2 n_{2\omega}^2 / 4\pi^2 \eta_0 d_{33}^2$ امپدانس خلاء و A سطح مقطع موثر موجبر است. با فرض اینکه توان تولیدی هماهنگ دوم بسیار کوچک‌تر از توان ورودی موج اصلی است، E_{ω} در طول موجبر بدون تغییر باقی می‌ماند. در نتیجه تنها معادله دوم در روابط (۱) باقی خواهد ماند. برای موجبری به طول L که آینه‌ای در انتهای آن قرار داده شده است، مسیری که امواج اصلی و هماهنگ دوم طی می‌کنند به صورت شکل ۱ می‌باشد.



شکل ۱: موجبر در چیدمان شامل آینه. الف: شمایی از موجبر ساخته شده در بستر لیتیوم نایوبیت قطبیده‌ی دوره‌ای. علامت‌های + و - جهت قطبش خودبه‌خودی بلور را نشان می‌دهند. ب: به منظور وارد کردن چیدمان دوبارگذر در روابط، دوبرابر شدن طول موجبر مانند زوج شدن توابع $d(z)$ و $\Delta\beta(z)$ می‌باشد.

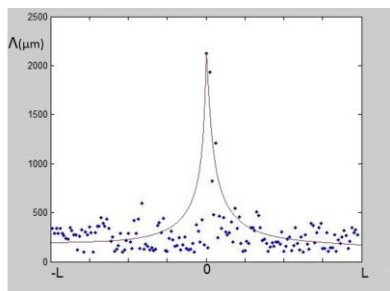
شکل ۱ نشان می‌دهد که چگونه چیدمان دوبارگذر و دوبرابر شدن طول موجبر در روابط با زوج شدن توابع $d(z)$ و $\Delta\beta(z)$ هم ارز می‌باشد. در این صورت در محل آینه داریم:

$$E_j(z=0^+) = r_j \exp(im_j) E_j(z=0^-), \quad j = \omega, 2\omega \quad (3)$$

r_j و m_j مقدار و فاز ضریب بازتابندگی آینه در طول موج‌های مورد نظر هستند. اکنون با انتگرال گرفتن از معادله دوم روابط (۱) خواهیم داشت:

$$E_{2\omega}(L) = r_{2\omega} \exp(im_{2\omega}) E_{2\omega}(-L) + i[r_{\omega}^2 \exp(i2m_{\omega}) + r_{2\omega} \exp(im_{2\omega})] E_{\omega}(-L)^2 \int_0^L d(z) [\cos B \cos(\beta_0 z) - \sin B \sin(\beta_0 z)] dz - [r_{\omega}^2 \exp(i2m_{\omega}) - r_{2\omega} \exp(im_{2\omega})] E_{\omega}(-L)^2 \int_0^L d(z) [\cos B \sin(\beta_0 z) + \sin B \cos(\beta_0 z)] dz. \quad (4)$$

که در آن $B(z) = \int_0^z \partial\beta(z') dz'$ و $\beta = \beta_0 + \partial\beta(z)$. همچنین $\partial\beta(z) = 4\pi \{ \partial n_{\omega}(z) - \partial n_{2\omega}(z) \} / \lambda_{\omega}$ تغییرات اختلاف تکانه‌ی خطی می‌باشد که به سبب ناهمگنی موجبر به‌وجود می‌آید. با توجه به اینکه در



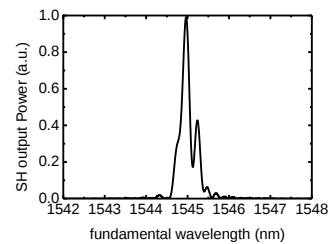
شکل ۴: نمودار تغییرات ناهمگنی موجبر $\partial\beta(z)$ بر حسب z در طول موجبر به طول ۳۵ میلی‌متر در آرایش دوبار گذر.

۴- نتیجه‌گیری

در این مقاله روش غیر مخربی برای تعیین ناهمگنی موجبر معرفی شد. با اعمال تبدیل معکوس فوریه از داده‌های تجربی بدست آمده از تولید هماهنگ دوم دوبار گذر می‌توان ناهمگنی در ساختار موجبر را بدست آورد. این روش برای بررسی هر موجبری در بستر غیر خطی قابل استفاده می‌باشد.

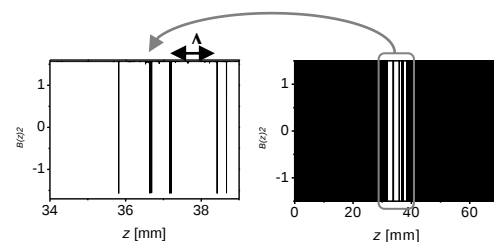
مراجع

- [1] Robert W. Boyd., *Nonlinear optics*, 3th edition, Academic Press (2007)
- [2] Schiek, R., H. Fang, and C. G. Trevino-Palacios. "Measurement of the non-uniformity of the wave-vector mismatch in waveguides for second-harmonic generation." *Nonlinear Guided Waves and Their Applications* 5 (1998): 256-258
- [3] Ozcan, Aydogan, Michel JF Dignonnet, and Gordon S. Kino. "Quasi-phase-matched grating characterization using minimum-phase functions." *Optics communications* 269.1 (2007): 199-205.
- [4] Johansen, Steffen Kjær, and Pascal Baldi. "Characterization of quasi-phase-matching gratings in quadratic media through double-pass second-harmonic power measurements." *JOSA B* 21.6 (2004): 1137-1145



شکل ۵: نتایج تجربی حاصل از اندازه‌گیری توان خروجی تولید هماهنگ دوم بر حسب طول موج اصلی در آرایش دوبار گذر.

همان‌گونه که در شکل ۲ دیده می‌شود این داده‌ها تنها برای بازه محدودی از طول موج بدست آمده است که شامل پاسخ مرتبه اول توری است. به منظور استفاده از رابطه‌ی (۹) پاسخ‌های تمام مراتب بعدی توری نیاز می‌باشد. از طرفی به دلیل توان ناچیز هماهنگ دوم تولیدی برای پاسخ مراتب بعدی توری اندازه‌گیری آن مشکل خواهد بود. بنابراین در این مقاله توان تولیدی هماهنگ دوم پاسخ‌های مراتب ۳، ۵، ۷، ۹، ۱۱ و ۱۳ توری محاسبه شده و به نتیجه‌ی تجربی افزوده شده است. از منظر ریاضیاتی محاسبه‌ی توان تولیدی هماهنگ دوم همه‌ی مراتب پاسخ‌های توری برای استخراج $B(z)$ لازم می‌باشد ولی از نظر محاسباتی تنها استفاده از ۷ پاسخ اول که مربوط به مراتب دیگر تطبیق فاز در شبه تطبیق فاز هستند کافی می‌باشد. به این منظور ۶ پاسخ دیگر برای داده‌های موجود شبیه‌سازی شد.



شکل ۶: نمودار تغییرات $B(z)$ بر حسب z در طول موجبر (دوبار گذر). شکل سمت چپ بزرگنمایی قسمتی از شکل سمت راست می‌باشد.

با استفاده از نتایج نشان داده شده در شکل ۳ و رابطه‌ی $B(z) = \int_0^z \partial\beta(z') dz'$ با مشتق‌گیری از $B(z)$ می‌توان ناهمگنی $\partial\beta(z)$ را بدست آورد. نتایج بدست آمده از این محاسبات در شکل ۴ گنجانده شده است.