بیستمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران
و ششمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران
۸ تا ۱۰ بهمن ماه۱۳۹۲ - دانشگاه صنعتی شیراز

بررسی رابطه نیرو-ولتاژ در خازن‌های میله‌ای با استفاده از تداخل‌سنج سیمی

احسان احدی اخلاقی[۱و۲]، محمد اولین چهارسوقی[۱و۲]، مسعود تحویلیان[۱] و محمدتقی توسلی[۱-۳]

[۱]دانشکده فیزیک، دانشگاه تحصیلات تکمیلی علوم پایه زنجان، زنجان کد پستی ۶۶۷۳۱-۴۵۱۹۵

[۲]مرکز پژوهشی اپتیک، دانشگاه تحصیلات تکمیلی علوم پایه زنجان، زنجان کد پستی ۶۶۷۳۱-۴۵۱۹۵

[۳]دانشکده فیزیک، دانشگاه تهران، تهران صندوق پستی ۵۴۷-۱۴۳۹۴

چکیده – در این مقاله تلاش شده است تا روشی جدید برای اندازه‌گیری نیروهای کوچک با استفاده از تداخل‌سنج مایکلسون تعمیم یافته ارائه و شرح داده شود. در این آزمایش یک آینه سیمی، جایگزین یکی از آینه‌های تخت در تداخل‌سنج شده است. آینه سیمی از یک سمت ثابت و از سمت دیگر آزاد است. برای اعمال نیرو به آینه سیمی از چیدمان خازن میله‌ای استفاده شد. با تغییر اختلاف ولتاژ اعمالی به میله‌های خازن، میزان نیروی وارد شده به آینه سیمی و در نتیجه، میزان جابجایی آن تغییر می‌کند. با تحلیل تغییر فریزهای تداخلی می‌توان این جابجایی را اندازه‌گیری کرد. در نهایت رابطه نظریِ نیرو-ولتاژ در خازن‌های میله‌ای و انطباق آن با داده‌های تجربی بررسی شد.

کلید واژه- اندازه‌گیری، تداخل‌سنجی، نانو نیوتن، نیروسنجی.

Force-Voltage relation in rod like capacitors using wire interferometer

E.A. Akhlaghi[1,2], M.A. Charsooghi[1,2], M. Tahviliyan[1] and M.T. Tavassoli[1-3]

[1]Department of Physics, Institute for Advanced Studies in Basic Sciences (IASBS), Zanjan 45137-66731, Iran
[2]Optics Research Center, Institute for Advanced Studies in Basic Sciences (IASBS), Zanjan 45137-66731, Iran
[3]Department of Physics, University of Tehran, Kargar Shomally Avenue, Theran 14394-547, Iran

Abstract- In this paper we try to describe new method to measure small forces using modified Michelson interferometer. In the setup one of the Michelson interferometer mirrors is replaced with a wire. One end of the wire is fixed and the other end is free. To exert a small force to the wire we used two rods capacitor setup. By changing the applied voltage on the rods, the force on the wire functioning as the mirror is changed and its free end is displaced. By analyzing the interference patterns produced by the wire and the mirror, the displacement is measured precisely and the applied force is deduced. At the end, theoretical force-voltage relation in rod like capacitors and its agreement with experimental data are investigated.

Keywords: Interferometry, Nano Newton, Force Measurement, Metrology

[Downloaded from www.opsi.ir on 2025-11-16]

۱- مقدمه

در فیزیک، اندازه‌گیری نیروهای کوچک از اهمیت خاصی برخوردار است [۱]. در سال‌های اخیر با اندازه‌گیری جابجایی‌های کوچک موفق به اندازه‌گیری نیروهای کوچک شده‌اند. از جمله این موارد می‌توان به دستگاه انبرک نوری [۲] و میکروسکوپی نیروی اتمی (AFM) [۳] اشاره کرد. در این موارد با اندازه‌گیری جابجایی و استفاده از رابطه جابجایی-نیرو در سیستم مورد نظر می‌توانند نیروهایی بسیار ضعیف (از مرتبه پیکونیوتن) را اندازه‌گیری کنند.

در این مقاله سعی شده است روشی بر پایه تداخل‌سنجی برای اندازه‌گیری نیروهای ضعیف ارائه شود و با استفاده از آن رابطه نیرو-ولتاژ در خازن‌های میله‌ای تحقیق شود.

۲- مبانی نظری

درتداخل‌سنجی از برهم‌نهی دو باریکه نور همدوس طرح تداخلی تشکیل می‌شود. این طرح به دامنه و اختلاف فاز دو موج در هر نقطه مشاهده وابسته است که با رابطه زیر مشخص می شود.

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos(\Delta\varphi)\,. \qquad (۱)$$

که I_1 و I_2 شدت‌های دو موج و $\Delta\varphi$ اختلاف فاز بین آن‌ها است. اختلاف فاز طبق رابطه $\Delta\varphi = 2\pi d/\lambda$ با اختلاف راه نوری دو موج، d، مرتبط است [۴]. بنابراین با استفاده از روش‌های تحلیل طرح تداخلی، می‌توان جابجایی اعمال شده را با دقت زیاد (نانومتر) اندازه‌گیری کرد [۵-۸].

نیروی الکتروستاتیک بین دو سیم: یکی از پیکربندی‌های استاندارد در الکتروستاتیک، مسئله‌ی دو رسانای بلند موازی است که بین آن‌ها اختلاف پتانسیل ΔV اعمال شده باشد [۹]. اگر مرتبه بزرگی طول رسانا خیلی بیش از فاصله بین آن‌ها باشد و سطح مقطع رساناها دایره‌ای باشد، میدان را می‌توان به صورت فرم بسته نوشت [۱۰]. در این حالت، نیروی جاذبه بین دو رسانا، f، با رابطه (۲) بیان می‌شود [۹].

$$f = \frac{8\pi\varepsilon_0 l}{d\sqrt{1-4a^2/d^2}}\left(\frac{\Delta V}{\cosh^{-1}(d^2/2a^2-1)}\right)^2 . \qquad (۲)$$

در این رابطه a شعاع سیم‌ها و d فاصله بین آن‌ها است، که برای شرایط حدی $d \gg a$، این رابطه به صورت زیر ساده می‌شود،

$$f = \frac{2\pi\varepsilon_0 l}{d}\left(\frac{\Delta V}{\ln(a/d)}\right)^2 . \qquad (۳)$$

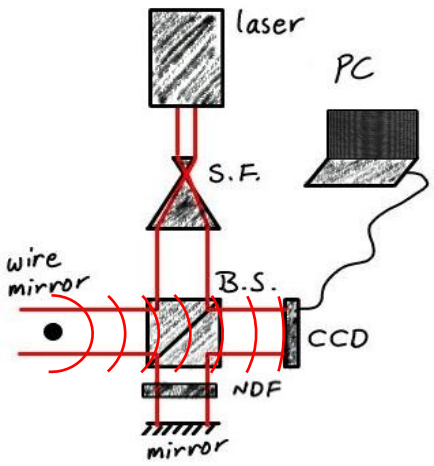
نظریه خمش میله‌ها: در نظریه خمش میله‌ها میزان انحراف میله، Δx، از رابطه زیر پیروی می‌کند،

$$f = \frac{EA}{l}\Delta x\,. \qquad (۴)$$

در این رابطه f نیروی اعمال شده، l طول میله و A سطح مقطع میله است. همچنین E مُدول یانگ است که به خواص فیزیکی میله بستگی دارد.

۳- شرح آزمایش و نتایج

۳-۱- چیدمان آزمایش



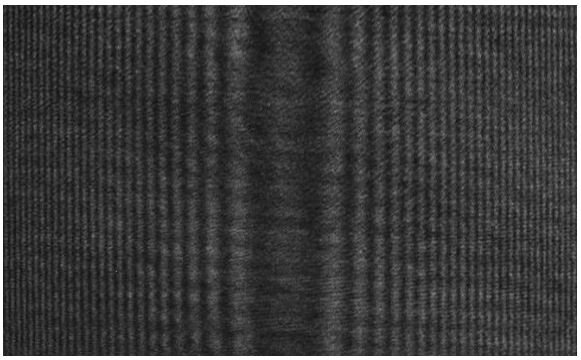
شکل ۱: طرحی کلی از چیدمان مورد استفاده در آزمایش.

چیدمان آزمایش در واقع حالت تعمیم یافته‌ای از تداخل‌سنج مایکلسون است. در این تداخل‌سنج به جای یکی از آینه‌های تداخل‌سنج، از یک آینه سیم مانند، با شعاع ۵۰ میکرومتر و طول ۴ سانتی‌متر استفاده شده است. شکل ۱ طرحی کلی از چیدمان آزمایش را نمایش می‌دهد.

در این آزمایش از یک لیزر He:Ne به عنوان چشمه نوری استفاده شده است. باریکه‌ی نور پس از عبور از یک پالایه

[Downloaded from www.opsi.ir on 2025-11-16]

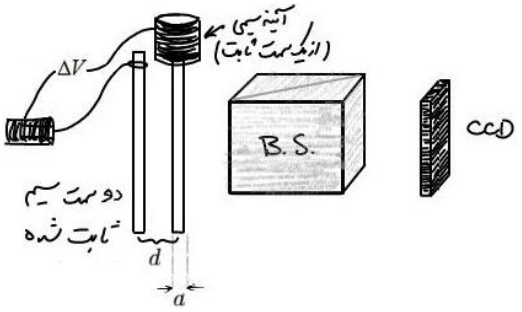
فضایی و یک عدسی هم‌گرا، موازی شده و بعد از عبور از یک باریکه‌شکن، بخشی از آن از آینه تخت و بخشی دیگر از آینه سیمی بازتاب می‌شود. جبهه موج بازتابیده شده از آینه سیمی به صورت استوانه‌ای است. در نتیجه طرح تداخلی، ناشی از برهم‌نهی یک جبهه موج تخت و یک جبهه موج استوانه‌ای است. شکل ۲ تصویری نوعی از طرح تداخلیِ ثبت شده بر روی صفحه CCD را نمایش می‌دهد.



شکل ۲: طرح تداخلی ثبت شده حاصل از تداخل جبهه موج استوانه‌ای و جبهه موج تخت.

۳-۲- نحوه انجام آزمایش خازن میله‌ای

برای بررسی رابطه نیرو-ولتاژ در خازن میله‌ای طرحی براساس شکل ۳ استفاده شد. در این چیدمان آینه سیمی از یک سمت آزاد گذاشته شد و از سمت دیگر ثابت شد. همچنین میله‌ای به صورت موازی و با فاصله ۲۰۰ میکرون از آینه سیمی، ثابت نگه داشته شد. در این آزمایش اختلاف پتانسیل بین ۰ تا ۶۰ ولت بین این دو سیم اعمال شد.



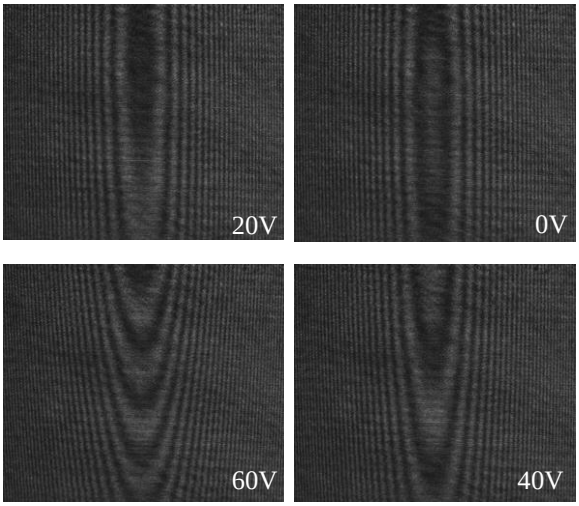
شکل ۳: طرحی کلی از نحوه ایجاد خازن میله‌ای.

با افزایش اختلاف پتانسیل میزان تجمع بارهای مثبت و منفی در سیم‌ها افزایش پیدا می‌کند و در نتیجه باعث افزایش نیروی بین دو سیم می‌شود. این امر باعث جابجایی آینه سیمی می‌شود.

جابجایی آینه سیمی باعث تغییر طرح تداخلی می‌شود. با تحلیل طرح‌های تداخلی ثبت شده به روش تحلیل فوریه [۶و۱۱] تغییر فاز هر فریم نسبت به حالت اولیه به‌دست می‌آید و با استفاده از رابطه جابه‌جایی و فاز میزان جابجایی آینه سیمی مشخص می‌شود. در بخش ۳-۳ نتایج به دست آمده نمایش داده شده است.

۳-۳- نتایج

پس از تنظیم‌های اولیه تداخل‌سنج، اختلاف پتانسیل ۰ تا ۶۰ ولت با گام‌های ۱ ولت اعمال شد و در هر مرحله طرح تداخلی ثبت شد. با تحلیل طرح‌های تداخلی، شکل آینه سیمی در مراحل مختلف به دست آمد. به عنوان نمونه طرح‌های تداخلی مربوط به چهار اختلاف پتانسیل متفاوت، ۰، ۲۰، ۴۰ و ۶۰ ولت در شکل ۴ نمایش داده شده است.



شکل ۴: طرح تداخلی در ازای ولتاژهای اعمالی مختلف و انحراف سیم از حالت عمودی اولیه.

با تحلیل طرح‌های تداخلی، فاز هر فریم نسبت به حالت اولیه به دست آمد. نتایج به صورت نقاط آبی در شکل ۵ نمایش داده شده است. این نتایج نشان می‌دهد که در اثر اعمال اختلاف پتانسیل تا ۶۰ ولت، آینه سیمی تنها حدود ۵ میکرون جابجا شده است.

۴- بحث و نتیجه‌گیری

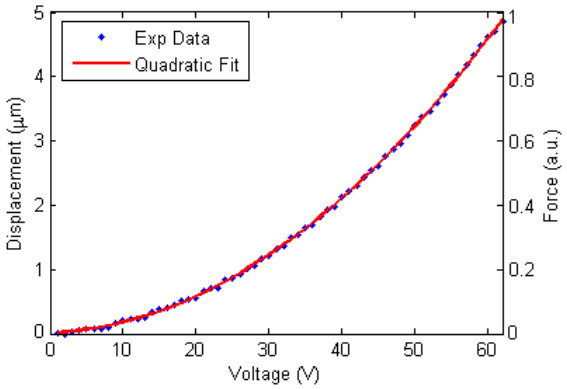
در بخش مبانی نظری رابطه نیرو-ولتاژ در قسمت

[Downloaded from www.opsi.ir on 2025-11-16]

الکتروستاتیک و همچنین رابطه نیرو-جابجایی در قسمت مبانی مربوط به خمش میله‌ها ارائه شد. برای تحقیق رابطه جابجایی-ولتاژ لازم است مدلی بر اساس شرایط آزمایش و هندسه چیدمان بیان شود که در ادامه به آن می‌پردازیم.

در آزمایش انجام شده، جابجایی سیم ناشی از نیروی الکتروستاتیک، در مقایسه با فاصله بین سیم‌ها بسیار کوچک است (۵ میکرون در مقایسه با ۲۰۰ میکرون). از این رو می‌توان همواره دو سیم را به صورت موازی در نظر گرفت و برای محاسبه نیرو برای تک‌تک نقاط آینه سیمی، می‌توان از فاصله مرکز جرم آینه سیمی تا سیم ثابت استفاده کرد.

با توجه به این موضوع، رابطه (۳) را می‌توان به صورت، $f \propto \Delta V^2$ نوشت. از طرفی رابطه (۴) نیز به صورت $f \propto \Delta x$ ساده می‌شود. در این صورت، رابطه جابجایی با ولتاژ باید به صورت توان دو باشد ($\Delta x \propto \Delta V^2$)، که نمودار چندجمله‌ای درجه دوم برازش شده به داده‌های تجربی (نقاط آبی رنگ در شکل ۵) صحت این ادعا را مشخص می‌سازد. نتیجه این برازش با خط قرمز رنگ در شکل ۵ نمایش داده شده است. این نمودار به خوبی بر داده‌های تجربی منطبق است.



شکل ۵: مقایسه نمودار نیرو بر حسب ولتاژ حاصل از اندازه‌گیری تجربی (خط‌پر) و محاسبات نظری (خط‌چین).

با جایگزینی پارمترهای آزمایشگاهی در رابطه (۳) می‌توان به طور کمی حدودی از نیروهای قابل اندازه‌گیری در این تداخل‌سنج را تخمین زد. اگر در این رابطه شعاع ۵۰ میکرون، فاصله دو میله ۲۰۰ میکرون و طول سیم ۴ سانتی‌متر در نظر گرفته شود، با توجه به اینکه طرح تداخلی ناشی از اختلاف پتانسیل ۱ ولت به راحتی قابل تحلیل است، نیروی قابل اندازه‌گیری از مرتبه ۵ نانونیوتن به دست می‌آید.

قابل ذکر است که هدف اصلی از انجام این آزمایش، یافتن کمینه نیروی قابل اندازه‌گیری در این تداخل‌سنج نبوده است و برای نیل به این هدف نیاز به فراهم کردن شرایط ویژه جهت به حداقل رساندن منابع نوفه در آزمایش است. اما این آزمایش اولیه نشان می‌دهد که با توجه به تطبیق مدل ریاضی ارائه شده با داده‌های تجربی و همچنین توانایی اندازه‌گیری نیروهایی از مرتبه نانونیوتن، تداخل‌سنج معرفی شده می‌تواند به عنوان روش جدیدی برای اندازه‌گیری نیروهای ضعیف استفاده شود.

سپاسگزاری

لازم است از آقایان دکتر فرشید محمدرفیعی و دکتر جعفر مصطفوی امجد جهت همکاری‌ها و بحث‌های مفید و سازنده‌ای که در طول انجام این پروژه با ایشان داشتیم، سپاس‌گزاری نماییم.

مراجع

[1] Block, S. K., *Biological applications of optical forces*, Annual Review of Biophysics and Biomolecular Structure, **23** p. 247-285, 1994.
[2] Ashkin, A., and et.al, *Observation of a single beam gradient force optical trap for dielectric particles*, Optics Letter, **11**(5) p. 288-290, 1986.
[3] Giessibl, F. J., *Advances in atomic force microscopy*, Review of Modern Physics, **75** p. 949, 2003.
[4] Pedrotti, F. L. and Pedrotti, L. S., *Introduction to optics*, Prentice Hall, 1993.
[5] Bone, Donald J., Bachor, H. A., and Sandeman, R. John. *Fringe-pattern analysis using a 2-D Fourier transform*, Applied Optics, **25**(10) p.1653, 1986.
[6] Malacara, Daniel, Servín, Manuel, and Malacara, Zacarias. *Interferogram analysis for optical testing*, Taylor & Francis, 2005.
[7] Okada, K, Sato, A, and Tsujiuchi, J., *Simultaneous calculation of phase distribution and scanning phase shift in phase shifting interferometry*, Optics Communications, **84**(3-4) p. 118–124, 1991.
[8] Cai, L. Z., Liu, Q., and Yang, X. L., *Phase-shift extraction and wave-front reconstruction in phase-shifting interferometry with arbitrary phase steps*, Optics Letters, **28**(19) p. 1808, 2003.
[9] Price, R. H. and Phillips R. P., *The force between two charged wires*, American Journal of Physics, **58**(6) p.534, 1990.
[10] Jackson, J. D., *Classical Electrodynamics*, Wiley, New York, 1962.
[11] Green, R.J., Walker, J.G., and Robinson, D.W., *Investigation of the Fourier-transform method of fringe pattern analysis*, Optics and Lasers in Engineering, **8**(1) p. 29–44, 1988.

[Downloaded from www.opsi.ir on 2025-11-16]