بیست و پنجمین کنفرانس اپتیک و
فوتونیک ایران و یازدهمین کنفرانس
مهندسی و فناوری فوتونیک ایران،
دانشگاه شیراز،
شیراز، ایران.
۹-۱۱ بهمن ۱۳۹۷

افزایش چرخش کِر در گرافن دولایه‌ای واقع در مرکز ساختار آینه‌ای

وحید فلاحی، ندا نقی‌زاده

گروه مهندسی اپتیک و لیزر، دانشگاه بناب، بناب ۵۵۵۱۷۶۱۱۶۷، ایران

چکیده - چرخش کِر یک گرافن دولایه‌ای واقع در مرکز یک ساختار چندلایه‌ای خاص از مواد دی‌الکتریک به طور نظری با استفاده از رهیافت ماتریس ۴×۴ تعمیم یافته بررسی و مطالعه شده است. ضرایب بازتاب و عبور برای یک ساختار آینه شده با هر تعداد از لایه دوتایی به طور تحلیلی تعیین شده است. بیشترین چرخش کِر برای دو دنباله از لایه دوتایی با معیار شایستگی ۰/۵۴ درجه بدست آمده است.

کلید واژه- گرافن دولایه، ساختار آینه‌ای، چرخش کِر، ماتریس انتقال ۴×۴ تعمیم یافته

Kerr rotation enhancement in bilayer graphene at the center of the mirrored structure

Vahid Fallahi, Neda Naghizadeh

Department of Laser and Optical Engineering, University of Bonab, Bonab 5551761167, Iran

Abstract- The Kerr rotation of a bilayer graphene deposited at the center of a specially designed multilayer structure of dielectric media is investigated theoretically within the generalized 4×4 matrix approach. The reflection and transmission coefficients are analytically derived for a mirrored structure with any number of the double layers. The maximum Kerr rotation is obtained for two sequence of the double-layer with figure of merit of 0. 54 degree.

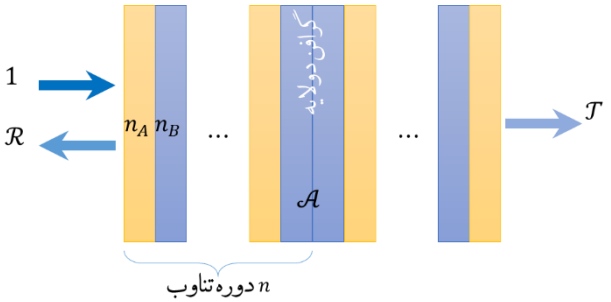
Keywords: Bilayer graphene, Mirrored structure, Kerr rotation, Generalized 4×4 transfer matrix.

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-10-31]

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد.

مقدمه

امروزه، مواد نازک اتمی از جمله گرافن دولایه‌ای به علت خواص جالب اپتیکی و الکترونیکی مانند اثر هال کوانتومی غیرعادی مورد توجه گسترده پژوهشگران قرار گرفته‌اند [۱]. انگشت‌نگاری حالت‌های هال کوانتومی غیرعادی که نتیجه شکست خودبخودی تقارن وارونی زمانی در این مواد است، را می‌توان توسط پدیده‌های اپتیکی مانند چرخش کِر فراهم کرد. اگر گرافن بر روی یک زیرلایه لایه‌نشانی شود، چرخش کِر نه تنها به رسانندگی اپتیکی گرافن بلکه به خواص زیرلایه نیز بستگی خواهد داشت [۲،۳]. اما از آن جائی که چرخش کِر ایجاد شده توسط گرافن دولایه بسیار اندک است، از چندلایه‌های دی‌الکتریک برای بهبود و افزایش سیگنال کِر استفاده می‌گردد. با این وجود، افزایش چرخش کِر با کاهش شدت سیگنال کِر همراه خواهد بود. ما در این مقاله به منظور افزایش پارامتر کیفیت $\mathrm{FOM}=\sqrt{(\theta_K^2+\psi_K^2)R}$، که در آن θ_K زاویه چرخش کِر و ψ_K بیضی‌گونگی بوده و R ضریب بازتاب از چندلایه است، از یک ساختار آینه‌ای n-تناوبی با لایه میانی گرافن بهره می‌بریم. این ساختار شامل تکرار دو ماده دی‌الکتریک A و B با ضرایب شکست n_A و n_B است. در این ساختار دنباله $AB\cdots BB\cdots BA$ دارای تقارن مرکزی بوده ساختار تناوبی آینه‌ای نامیده می‌شود. گرافن دولایه در مرکز این ساختار قرار گرفته است. ساختارهای آینه‌ای بدون لایه گرافن دارای ضریب بازتاب صفر بوده و شدت میدان الکتریکی در وسط ساختار به بیشرین مقدار خود می‌رسد [۴]. وجود گرافن در این ساختار باعث افزایش قابل ملاحضه شدت نور بازتابی شده و شرایط را برای بهبود پارامتر کیفیت فراهم می‌نماید.



شکل ۱: ساختار آینه‌ای n-تناوبی (با تکرار لایه‌های AB) معلق در هوا با لایه گرافن میانی

رهیافت محاسباتی

در سال ۱۹۹۰ میلادی، زاک و همکارانش توانستند سیگنال کِر را در ساختارهای چندلایه‌ای با استفاده از فرمول‌بندی کلی ماتریس ۴×۴ بدست آورند [۵]. در این فرمول‌بندی، یک ماتریس مرزی A_i برای عبور نور از مرز مشترک بین دو لایه و یک ماتریس D_i برای انتشار نور در هر لایه تعریف می‌شود. درایه‌های ماتریس مرزی بین دو لایهٔ jام و $(j+1)$ام با تانسور رسانندگی $\vec{\vec{\sigma}}=\begin{bmatrix}\sigma_{xx} & \sigma_{xy}\\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy}\end{bmatrix}$ بیان شده بر حسب واحد $\frac{e^2}{h}$ و با بکارگیری شرط پیوستگی میدان الکتریکی عرضی $\hat{n}_z\times(\boldsymbol{E}^+-\boldsymbol{E}^-)=0$ و ناپیوستگی میدان مغناطیسی عرضی $\hat{n}_z\times(\boldsymbol{H}^+-\boldsymbol{H}^-)=\vec{\vec{\sigma}}\boldsymbol{E}$ به صورت زیر تعیین می‌شوند:

$$\begin{bmatrix}E_x^{(j)}\\ E_y^{(j)}\\ H_x^{(j)}\\ H_y^{(j)}\end{bmatrix}=G_j\begin{bmatrix}E_{(i),\mathcal{S}}^{(j)}\\ E_{(i),\mathcal{P}}^{(j)}\\ E_{(r),\mathcal{S}}^{(j)}\\ E_{(r),\mathcal{P}}^{(j)}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 1 & 0 & -1\\ 2\alpha\sigma_{yx} & 2\alpha\sigma_{yy}-n_j & 2\alpha\sigma_{yx} & -2\alpha\sigma_{yy}-n_j\\ -2\alpha\sigma_{xx}+n_j & -2\alpha\sigma_{xy} & -2\alpha\sigma_{xx}-n_j & 2\alpha\sigma_{xy}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}E_{(i),\mathcal{S}}^{(j)}\\ E_{(i),\mathcal{P}}^{(j)}\\ E_{(r),\mathcal{S}}^{(j)}\\ E_{(r),\mathcal{P}}^{(j)}\end{bmatrix} \quad (۱)$$

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد.

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-10-31]

که در آن α ثابت ساختار ریز بوده و اندیس‌های (i) و (r) نشان دهنده امواج فرودی و بازتابی است. ماتریس انتشار به صورت

$$\begin{bmatrix} E_{(i),\mathcal{S}}^{(j)} \\ E_{(i),\mathcal{P}}^{(j)} \\ E_{(r),\mathcal{S}}^{(j)} \\ E_{(r),\mathcal{P}}^{(j)} \end{bmatrix} = D_j \begin{bmatrix} E_{(i),\mathcal{S}}^{(j+1)} \\ E_{(i),\mathcal{P}}^{(j+1)} \\ E_{(r),\mathcal{S}}^{(j+1)} \\ E_{(r),\mathcal{P}}^{(j+1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-in_j d_j k_0} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e^{-in_j d_j k_0} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e^{+in_j d_j k_0} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{+in_j d_j k_0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{(i),\mathcal{S}}^{(j+1)} \\ E_{(i),\mathcal{P}}^{(j+1)} \\ E_{(r),\mathcal{S}}^{(j+1)} \\ E_{(r),\mathcal{P}}^{(j+1)} \end{bmatrix} \qquad (۲)$$

تعیین شده و به ازای $\overleftrightarrow{\sigma} = 0$ ماتریس G_i به A_i تغییر می‌یابد. با استفاده از شرط پیوستگی میدان، می‌توان ماتریس انتقال کلی ۴×۴ را به صورت ماتریس بلوکه‌ای $M = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{pmatrix}$ تعیین نمود که در آن M دامنه

$$\begin{bmatrix} E_{(i),\mathcal{S}}^{(0)} \\ E_{(i),\mathcal{P}}^{(0)} \\ E_{(r),\mathcal{S}}^{(0)} \\ E_{(r),\mathcal{P}}^{(0)} \end{bmatrix} = M \begin{bmatrix} E_{(t),\mathcal{S}}^{(4n+1)} \\ E_{(t),\mathcal{P}}^{(4n+1)} \\ E_{(t),\mathcal{S}}^{(4n+1)} \\ E_{(t),\mathcal{P}}^{(4n+1)} \end{bmatrix} = A_0^{-1}\left(\prod_{i=1}^{2n-1} A_i D_i A_i^{-1}\right) A_{2n} D_{2n} G_{2n}^{-1} \left(\prod_{i=2n+1}^{4n} A_i D_i A_i^{-1}\right) A_0 \begin{bmatrix} E_{(t),\mathcal{S}}^{(4n+1)} \\ E_{(t),\mathcal{P}}^{(4n+1)} \\ E_{(t),\mathcal{S}}^{(4n+1)} \\ E_{(t),\mathcal{P}}^{(4n+1)} \end{bmatrix} \qquad (۳).$$

ضرایب عبور و بازتاب از این ساختار چندلایه‌ای به صورت

$$\overleftrightarrow{t} = \begin{pmatrix} t_{\mathcal{SS}} & t_{\mathcal{SP}} \\ t_{\mathcal{PS}} & t_{\mathcal{PP}} \end{pmatrix} = M_{11}^{-1} \qquad (۴\text{-الف})$$

$$\overleftrightarrow{r} = \begin{pmatrix} r_{\mathcal{SS}} & r_{\mathcal{SP}} \\ r_{\mathcal{PS}} & r_{\mathcal{PP}} \end{pmatrix} = M_{21} M_{11}^{-1} \qquad (۴\text{-ب})$$

تعیین می‌شوند که در آن

$$t_{\mathcal{PP}} = t_{\mathcal{SS}} = \frac{\alpha\xi^{2n}\sigma_{xx}+1}{1+\alpha\xi^{2n}\mathrm{Tr}(\overleftrightarrow{\sigma})+\alpha^2\xi^{4n}\mathrm{Det}(\overleftrightarrow{\sigma})} \qquad (۵\text{-الف})$$

$$r_{\mathcal{PP}} = -r_{\mathcal{SS}} = \frac{\xi^{2n}\left(\alpha\sigma_{xx}+\alpha^2\xi^{2n}\mathrm{Det}(\overleftrightarrow{\sigma})\right)}{1+\alpha\xi^{2n}\mathrm{Tr}(\overleftrightarrow{\sigma})+\alpha^2\xi^{4n}\mathrm{Det}(\overleftrightarrow{\sigma})} \qquad (۵\text{-ب})$$

$$r_{\mathcal{SP}} = r_{\mathcal{PS}} = \frac{-\alpha\xi^{2n}\sigma_{xy}}{1+\alpha\xi^{2n}\mathrm{Tr}(\overleftrightarrow{\sigma})+\alpha^2\xi^{4n}\mathrm{Det}(\overleftrightarrow{\sigma})} \qquad (۵\text{-پ})$$

بوده و $\xi = \frac{n_A}{n_B}$ است. رابطه $r_{\mathcal{SP}} = r_{\mathcal{PS}} = t_{\mathcal{SP}} = -t_{\mathcal{PS}}$ نیز برقرار است. در تابش عمودی، دامنه ضرایب عبور و بازتاب میدان فرودی $\boldsymbol{E_i}$ به صورت $T = \frac{n_t}{n_i}\frac{\langle \boldsymbol{E_i}|\boldsymbol{t}^\dagger \boldsymbol{t}|\boldsymbol{E_i}\rangle}{\langle \boldsymbol{E_i}|\boldsymbol{E_i}\rangle}$ و $R = \frac{\langle \boldsymbol{E_i}|\boldsymbol{r}^\dagger \boldsymbol{r}|\boldsymbol{E_i}\rangle}{\langle \boldsymbol{E_i}|\boldsymbol{E_i}\rangle}$ بدست می‌آید که در آن n_i و n_t به ترتیب ضرایب دی‌الکتریک محیطهای فرودی و عبوری هستند. به دلیل اتلاف در رساناهای نازک اتمی، بخشی از قطبش فرودی و بازتابی را به دامنه قطبش عبوری برای ساختار آینه‌ای n-تناوبی معلق در هوا با لایه گرافن میانی به یکدیگر مربوط می‌کند:

نور فرودی با ضریب $A = 1 - R - T$ جذب می‌شود. در نهایت، زاویه چرخش کِر θ_K و بیضی‌گونگی ψ_K به صورت

$$\tan(2\theta_K) = \frac{2\Re\{\chi_K\}}{1-|\chi_K|^2} \qquad (۶\text{-الف})$$

$$\tan(2\psi_K) = \frac{2\Im\{\chi_K\}}{1-|\chi_K|^2} \qquad (۶\text{-ب})$$

تعیین می‌شوند که در آن $\chi_K = \frac{r_{\mathcal{PS}}}{r_{\mathcal{SS}}}$ برای نور فرودی با قطبش خطی $\mathcal{S}$ و $\chi_K = \frac{r_{\mathcal{SP}}}{r_{\mathcal{PP}}}$ برای قطبش خطی $\mathcal{P}$ است.

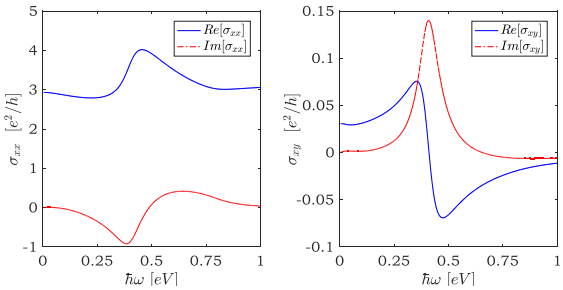
نتایج و بحث

تانسور رسانندگی برای گرافن دولایه‌ای با انرژی جهش بین‌لایه‌ای $\gamma = 0.4\ \mathrm{eV}$، گاف انرژی متناظر با حالت کوانتومی هال غیر عادی $\Delta_T = 1\ \mathrm{meV}$ و فرکانس برخورد $\eta = 0.05\ \mathrm{eV}$ در شکل ۲ ترسیم شده است. پارامتر کیفیت FOM به ازای ضرایب شکست $n_A = 3.5$ (لایه Si) و $n_B = 1.5$ (لایه SiO_2)؛ یعنی $\xi = 2.33$ به ازای تعداد تناوب $n = 1, 2, 3, 4$ از دو لایه دی‌الکتریک با ضخامت ربع موج $(d_i = \frac{\lambda_0}{4n_i})$ در ساختار آینه‌ای در شکل ۳ به

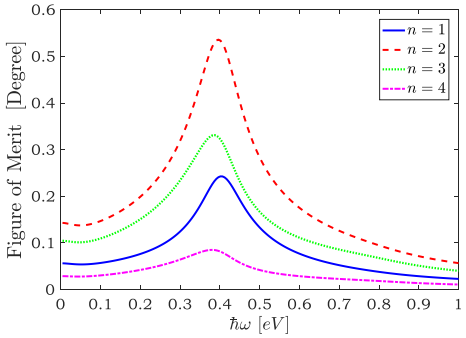
این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد.

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-10-31]

تصویر در آمده است. پارامتر کیفیت در $n = 2$ به ازای فرکانس فرودی $\hbar\omega = 0.4\,\mathrm{eV}$ بیشترین مقدار ممکن را نشان می‌دهد.

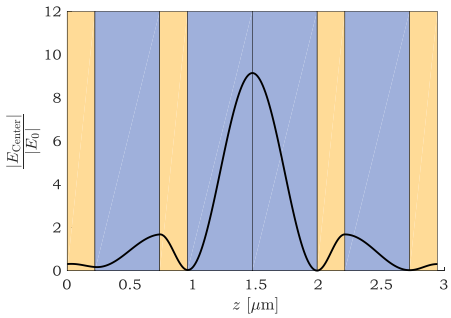


شکل ۲: مؤلفه‌های تانسور رسانندگی برای گرافن دولایه‌ای با انرژی جهش بین‌لایه‌ای $\gamma = 0.4\,\mathrm{eV}$، گاف انرژی متناظر با حالت کوانتومی هال غیر عادی $\Delta_T = 1\,\mathrm{meV}$ و فرکانس برخورد $\eta = 0.05\,\mathrm{eV}$.

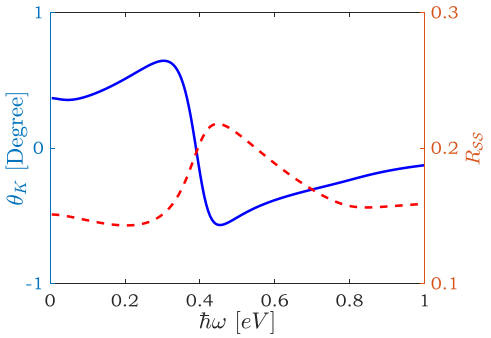


شکل ۳: پارامتر کیفیت FOM به ازای $\xi = 2.33$ و تعداد دوره تناوب‌های متفاوت $n = 1, 2, 3, 4$ در ساختار آینه‌ای.

این افزایش در پارامتر کیفیت بدلیل افزایش میدان در مرکز ساختار آینه‌ای، جایی که گرافن دولایه‌ای در آن قرار گرفته است، می‌باشد (شکل ۴ را ببینید). چرخش کِر و دامنه بازتاب نیز برای قطبش s در شکل ۵ نشان داده شده است.



شکل ۴: پروفایل میدان الکتریکی در ساختار آینهای 2-تناوبی شامل گرافن دولایه با افزایش میدان تقریبا ده برابری در مرکز ساختار.



شکل ۵: چرخش کِر و دامنه بازتاب برای قطبش s.

نتیجه‌گیری

ماتریس انتقال ۴×۴ تعمیم‌یافته در لایه‌های دی‌الکتریک به همراه لایه مرزی رسانا با رسانندگی تانسوری تعیین و روابط تحلیلی برای دامنه‌های عبور و بازتاب از ساختار آینه‌ای n-تناوبی بدست آمده است. ساختارهای آینه‌ای کاندیداهای مناسبی برای افزایش میدان الکتریکی در مرکز تقارن هستند، بطوریکه می‌توانند سیگنال کِر را تا چند برابر تقویت کنند. در ساختار پیشنهادی، ساختار آینه‌ای 2-تناوبی قادر است میدان را تا ده برابر تقویت کرده و بیشینه زاویه چرخش کِر ۰/۶۴ درجه با ضریب بازتاب ۱۵٪ را نتیجه دهد.

مرجع‌ها

[1] E. P. Randviir, D. A. Brownson, C. E. Banks, “A decade of graphene research: production, applications and outlook”, Mater. Today, Vol. 17, No. 9, pp. 426-432, 2014.

[2] E. V. Gorbar, V. P. Gusynin, A. B. Kuzmenko, S. G. Sharapov, “Magneto-optical and optical probes of gapped ground states of bilayer graphene”, Phys. Rev. B, Vol. 86, p. 075414, 2012.

[3] G. Széchenyi, M. Vigh, A. Kormányos, J. Cserti, “Transfer matrix approach for the Kerr and Faraday rotation in layered nanostructures,” J. Phys. Condens. Matter, Vol. 28, p. 375802, 2016.

[4] S. A. Nulli, M. S. Ukhtary, R. Saito, “Significant enhancement of light absorption in undoped graphene using dielectric multilayer system”, Appl. Phys. Lett. Vol. 112, p. 073101, 2018.

[5] J. Zak, E. R. Moog, C. Liu and S. D. Bader, “Universal Approach to Magneto-Optics”, J. Magn. Magn. Mater.,Vol. 89, pp.107-123, 1990.

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد.

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-10-31]