بیست و پنجمین کنفرانس اپتیک و
فوتونیک ایران و یازدهمین کنفرانس
مهندسی و فناوری فوتونیک ایران، دانشگاه
شیراز، شیراز، ایران.
۹-۱۱ بهمن ۱۳۹۷

رنگین کمان با منشا پراش و امکان‌سنجی طیف سنجی بر مبنای توری‌های شعاعی

سیف اله رسولی[۱و۲]، سعید حمزه‌لویی[۱] و داود حبری[۱]

[۱]دانشکده فیزیک دانشگاه تحصیلات تکمیلی علوم پایه، زنجان

[۲] مرکز پژوهشی اپتیک، دانشگاه تحصیلات تکمیلی علوم پایه، زنجان

rasouli@iasbs.ac.ir, s.hamzeloui@iasbs.ac.ir, davud.hebri@iasbs.ac.ir

چکیده - در این مقاله پراش نور سفید از توری‌های شعاعی دامنه‌ای به طور نظری و تجربی مورد بررسی قرار می‌گیرد. بررسی نظری این‌کار مبتنی بر انتگرال فرنل-کیرشهف است. در بخش تجربی کار، نور سفید لامپ هالوژن پس از موازی‌سازی از میان توری دامنه‌ای شعاعی عبور می‌کند. در فواصل مختلف از توری نقش پراش روی صفحه حساس دوربین عکاسی انداخته و بطور دیجیتال ذخیره می‌شود. الگوی طرح پراش بدست آمده که به "فرش تالبوت صفحه عرضی" مشهور است، در انتشار شکل ثابتی دارد. وجه بارز این الگوی پراش، وجود ناحیه میانی تقریباً تاریک و حلقه رنگین‌کمانی پرنور در مجاورت ناحیه‌ی تاریک مرکزی آن است. رنگ این حلقه‌ی رنگین‌کمانی از بنفش در مجاورت ناحیه تاریک مرکزی تا قرمز با افزایش شعاع تغییر می‌کند. ما این پدیده را "رنگین کمان با منشا پراش" نام گذاری می‌کنیم. در الگوی طرح پراش در شعاع‌های بزرگتر، خود-تصویرهای پره‌های توری بطور رنگین دیده می‌شوند. نتایج محاسبات نظری و کارهای تجربی با هم سازگارند. با عنایت به تشکیل حلقه پرنور رنگین‌کمانی در ناحیه مرکزی الگوی پراش، این پدیده می‌تواند برای طیف‌سنجی مورد استفاده قرار گیرد.

کلید واژه- پراش، توری‌های شعاعی، خود تصویرسازی، طیف سنجی، فرش تالبوت عرضی.

Diffraction-based rainbow and feasibility of the radial grating-based spectrometry

Saifollah Rasouli[1, 2], Saeed Hamzeloui[1], and Davud Hebri[1]

[1]Department of Physics, Institute for Advanced Studies in Basic Sciences (IASBS), Zanjan, Iran.
[2]Optics Research Center, Institute for Advanced Studies in Basic Sciences (IASBS), Zanjan, Iran.
rasouli@iasbs.ac.ir, s.hamzeloui@iasbs.ac.ir, davud.hebri@iasbs.ac.ir

Abstract- In this work we theoretically and experimentally investigate the diffraction of white light beam from the radial amplitude gratings. Theoretical part of the work is resolved with the Fresnel–Kirchhoff integral. In the experimental part, a collimated wave-front of a white light beam emitting from a halogen lamp source is transmitted through a radial amplitude grating. We digitally record the diffraction pattern in various distances from the grating using a digital camera. The resulted diffraction pattern that is known "Talbot carpet at the transverse plane" has a uniform profile under propagation. The significant aspect of this pattern is the existence of a quite patternless dark area located around the optical axis and an intense rainbow-like ring in the vicinity of the patternless area. The rainbow color changes radially from the violet in the vicinity of the patternless area to red by increasing the radius. We call this phenomena "Diffraction-based rainbow". In addition, the transverse plane Talbot carpet consists colorful self-images of grating's spokes at the larger radii. The theoretical calculations and experimental results verify each other completely. The introduced diffraction-based rainbow can be utilized in determining the spectrum of the white source.

Keywords: Diffraction and gratings, Talbot Carpet and self-imaging, spectrometry.

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد.

[Downloaded from www.opsi.ir on 2025-11-11]

مقدمه

توری‌ها از ادوات پر کاربرد در اپتیک هستند. متداول‌ترین نوع توری‌ها، توری‌های خطی هستند که شامل ساختار یک بعدی تناوبی‌اند. این تناوب می‌تواند دامنه یا فاز موج فرودی را در عبور یا انعکاس دچار تغییر کند. بدین جهت توری‌ها می‌توانند دامنه‌ای یا فازی و عبوری یا انعکاسی باشند. همچنین بسته به نمایه تحریر تغییرات روی جبهه موج نیز آنها نام‌گذاری می‌شوند. بطور مثال توری‌ها می‌توانند نمایه عبور یا انعکاس سینوسی، باینری، مثلثی و دندان‌اره‌ای داشته باشند [۱]. از جمله کاربردهای توری-های خطی می‌توان به استفاده از آنها در تداخل‌سنجی [۲]، انحراف‌سنجی ماره‌ای [۳]، طیف‌سنجی [۴]، لیتوگرافی، و جابجایی سنجی [۵] اشاره کرد.

نوع دیگری از توری‌ها، توری‌های شعاعی‌اند که متشکل از خطوطی هستند که از یک نقطه انشعاب و زاویه مابین هر دو خط مجاور آن برابر است. با توجه به هندسه توری‌های شعاعی گام فضایی با افزایش شعاع بزرگتر می‌شود.

پراش نور تکفام از توری‌های شعاعی دامنه‌ای با استفاده از انتگرال فرنل-کیرشهف منجر به نتایج بسیار شگفت‌انگیزی می‌شود [۶]. بر خلاف مشاهدات مرسوم در پراش میدان نزدیک از توری‌های خطی که ناحیه بسیار نزدیک به توری، ناحیه سایه هندسی، ناحیه بسیار دور از آن ناحیه پراش میدان-دور و ناحیه میانی ناحیه میدان-نزدیک نامیده می-شود در پراش از توری‌های شعاعی مرز این سه ناحیه از حالت تخت بصورت انحنادار در می آیند و این نواحی در هم آمیخته می‌شوند بنحوی که در هر صفحه عرضی در هر فاصله دلخواه از توری ناحیه مجاور محور اپتیکی ناحیه پراش میدان-دور است. ناحیه شعاع‌های میانی متعلق به ناحیه میدان-نزدیک است و شعاع‌های دور دست همواره متعلق به ناحیه سایه هندسی است. همچنین نشان داده شده است که برخلاف پراش از توری‌های خطی که فرش تالبوت در صفحه طولی در امتداد انتشار گسترده می‌شود در پراش نور از توری‌های شعاعی فرش تالبوت در صفحات عرضی نمایان می شود.

همچنین پراش نور تکفام از توری‌های شعاعی فازی با استفاده از انتگرال فرنل-کیرشهف و کاربست مسقیم معادله موج مورد بررسی قرار گرفته است. کار اول منجر به معرفی کلاس جدیدی از باریکه‌های غیرپراشی، خودترمیم‌گر و شتاب‌دار شده است که باریکه‌های "فرش تالبوت شعاعی" نام گذاری شده‌اند [۷]. در کار دوم علاوه بر پیش بینی باریکه‌های فرش تالبوت شعاعی، باریکه‌های گلبرگ-گونه، نامتقارن شدتی، حلقه-گونه گردابی که دارای اندازه حرکت مداری هستند معرفی شدند. این طیف وسیع از باریکه‌ها در قالب یک خانواده عظیم "باریکه‌های ترکیبی نیم صحیح بسل-گونه" معرفی شدند [۸].

در کار دیگری پراش باریکه‌های گردابی از توری‌های شعاعی دامنه‌ای برای تعیین اندازه و علامت بار توپولوژیکی باریکه فرودی مورد استفاده قرار گرفته است. در این کار پدیده‌ی بسیار زیبایی معرفی شد که بسیار مشابه اثر لکه آراگو-پواسون است و ما آنرا "لکه آراگو-پواسون-گونه" می‌نامیم. این اثر عبارت است از نمایان شدن شدت بیشینه اصلی روی محور نوری در پراش باریکه های دونات با بار توپولوژیکی برابر با تعداد پره های توری از این نوع توری‌ها است که قبل از پراش روی محور شدت نور صفر است [۹].

در این کار برای اولین بار پراش نور سفید از توری‌های شعاعی دامنه‌ای مورد بررسی قرار می‌گیرد. نشان می‌دهیم طرح پراش تولید شده در انتشار شکل ثابتی دارد. ناحیه میانی آن تقریباً تاریک و یک حلقه رنگین‌کمانی پرنور در کناره این ناحیه‌ی تاریک تشکیل می‌شود. تشکیل حلقه رنگین‌کمانی پرنور در ناحیه مرکزی الگوی پراش، این پدیده را کاندید مناسبی برای طیف‌سنجی می‌کند.

پراش موج تخت بسفام از توری‌های شعاعی

با توجه به ساختار هندسی توری‌های شعاعی، می‌توان انتگرال فرنل-کیرشهف را که در مختصات دکارتی با رابطه

$$g(x,y)=h_0\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} f(x',y')e^{i\alpha[(x-x')^2+(y-y')^2]}dx'dy', \qquad (۱)$$

داده می شود و در آن $f(x',y')$ دامنه مختلط نور بلافاصله بعد از توری، $h_0=1/(iz\lambda)\ exp(ikz)$ ، $\alpha=\pi/z\lambda$ و λ طول موج نور و k عدد موج است [۶]، در دستگاه قطبی به صورت زیربازنویسی کرد:

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد.

[Downloaded from www.opsi.ir on 2025-11-11]

$$g(r,\theta)=h_0 e^{i\alpha r^2}\int_0^{+\infty}\int_0^{2\pi} r'dr'd\theta' f(r',\theta')e^{i\alpha r'^2}e^{-2i\alpha r r'\cos(\theta'-\theta)}, \quad (۲)$$

می توان معادله (۲) را برای توری‌های شعاعی به صورت زیر بدست آورد:

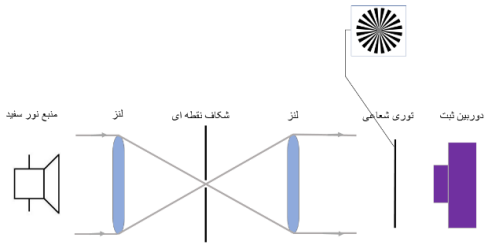
$$g(r,\theta,z)=\frac{e^{ikz}}{2}\{1+\sqrt{\rho}e^{i\rho}\sqrt{\frac{\pi}{2}}(-i)^{\frac{m}{2}+1}\times [J_{\frac{m+1}{2}}(\rho)+J_{\frac{m-1}{2}}(\rho)]\cos(m\theta)\}, \quad (۳)$$

که در آن توابع بسل نوع اول به چشم می‌خورد. شدت نور، با ضرب معادله (۳) در مزدوج مختلط آن بدست می آید. در رابطه فوق، بیشینه شدت روی شعاع مشخصی نمایان می شود. با توجه به وابستگی طول موجی موقعیت بیشینه مرکزی می‌توان از پراش نور سفید از توری های شعاعی برای طیف سنجی استفاده کرد.

کارهای تجربی و نتایج

مطابق شکل ۱ نور بسفام و تقریبا سفید منبع (**MD6039 220V 4W LED Lamp**) را با عبور از یک روزنه کوچک و دو عدد عدسی با فاصله کانونی ۱۵ سانتی موازی و پهن می کنیم. توری شعاعی سوار بر نگهدارنده، به طور عمود بر راستای محور اپتیکی نور قرار می‌گیرد. برای ثبت طرح پراش دوربین عکاسی (**NIKON D7200**) فاقد لنز مورد استفاده قرار گرفت. دوربین بر روی پایه و در فاصله ۸۰ سانتی از توری قرار می‌گیرد. برای یک توری شعاعی با تعداد پره **m**، می توان شعاع حلقه مرکزی رنگی را به صورت زیر نوشت [۶]:

$$r_{in}=\sqrt{\frac{m\lambda z}{\pi}}, \quad (۴)$$



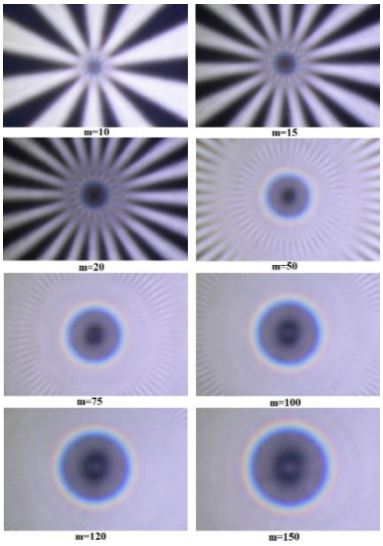
شکل ۱: آرایش آزمایشگاهی مورد استفاده.

شکل ۲، طرح پراش ثبت شده برای توری‌های شعاعی رانکی با تعداد پره‌های مختلف را نشان می دهد. با افزایش تعداد پره‌ها شاهد افزایش شعاع حلقه‌های رنگی هستیم که صحت معادله (۴) را تایید می‌کنند. هرچه بر تعداد پره‌ها بیفزاییم می توانیم به وضوح، ناحیه میانی تقریباً تاریک و حلقه رنگین‌کمانی پرنور در مجاورت ناحیه‌ی تاریک مرکزی آن را مشاهده کنیم. همچنین در شعاع‌های بزرگتر، خود-تصویرهای پره‌های توری بطور رنگین دیده می‌شوند. رابطه (۳) نشان می دهد که طرح های پراش از توری های شعاعی دارای ساختار ناواردا تحت انتشار هستند. این واقعیت برای نوردهی تکفام بطور تجربی هم نشان داده شده است [۶]. به منظور تمیز رنگ‌ها از یکدیگر، به طور تجربی تفکیک رنگ‌ها انجام شد. برای یک توری شعاعی رانکی با تعداد پره-های ۱۵۰، از سه نوع فیلتر رنگی قرمز، سبز و آبی استفاده شد. این فیلتر ها هر کدام به طور جداگانه بلافاصله قبل از شکاف نمایش داده شده در شکل ۱، قرار داده شدند. نور سفید در گذر از این فیلترها تنها قادر به عبور بخشی از طیف چشمه نور می‌باشد. شکل ۳ (الف) الگوی پراش توری بدون وجود فیلتر را نشان می‌دهد و در شکل‌های (ب)، (ج) و (د) به ترتیب طرح های پراش در حضور فیلترهای آبی، سبز و قرمز را نمایش می‌دهند و شاهد رشد شعاعی حلقه‌ی رنگی بر اساس طول موج مرکزی آن‌ها هستیم. در نمودار سمت راست شکل ۳ به کمک برنامه **MATLAB** محل شعاع پرشدت سه رنگ اصلی را در برحسب طول موج مرکزی رسم کردیم.

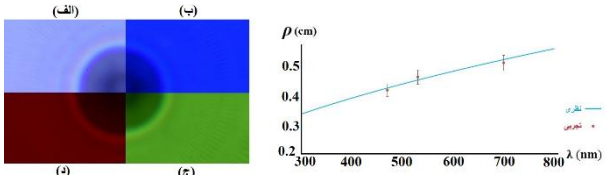
به منظور نمایش طیفی مناسب از طول‌موج‌های نور مریی در طرح پراش از توری شعاعی رانکی با تعداد پره‌های m=۷۵، مختصات دکارتی مربوط به پیکسل‌های یک قاچ (X,Y) از تصویر طرح پراش که با خط‌چین قرمز نشان داده شده، شکل ۴ (الف)، توسط برنامه MATLAB فراخوانی شده و سپس ناحیه انتخابی با تبدیل در مختصات قطبی، به صورت شکل ۴ (ب) برحسب (θ,ρ) رسم می‌شود.

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد.

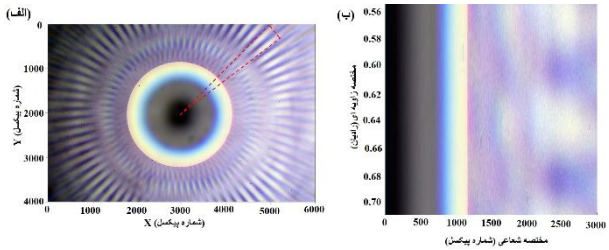
[Downloaded from www.opsi.ir on 2025-11-11]



شکل ۲: طرح های پراش برای توری های شعاعی رانکی با تعداد پره های مختلف. توری ها در فاصله z= ۸۰ سانتی از دوربین قرار گرفته اند. با بالا رفتن تعداد پره‌ها، شعاع حلقه‌های رنگی طبق رابطه ۴ افزایش پیدا می کنند.



شکل ۳: تفکیک رنگ های اصلی قرمز، سبز و آبی به صورت تجربی. طرح پراش اولیه برای یک توری رانکی شعاعی با تعداد پره ۱۵۰ که در فاصله‌ی ۸۰ سانتی متر از دوربین قرار گرفته است (الف)، طرح پراش در حضور فیلتر رنگ آبی (ب)، سبز (ج) و قرمز (د). نمودار سمت راست: محل شعاع پرشدت سه رنگ اصلی.



شکل ۴: الف) انتخاب یک قاچ (خط چین قرمز) از طرح ثبتی پراش برای توری شعاعی رانکی با تعداد پره‌های m=۷۵. ب) نمایش دکارتی قاچ انتخابی با تبدیل در مختصات قطبی به صورت نمایش طیفی.

نتیجه‌گیری

در این مقاله پراش نور سفید از توری های شعاعی مورد بررسی قرار گرفت. ناحیه میانی طرح پراش تقریباً تاریک و حلقه رنگین‌کمانی پرنور در مجاورت ناحیه‌ی تاریک مرکزی مشاهده و ثبت شد. این حلقه‌ی رنگین‌کمانی برای نور مریی از بنفش در مجاورت ناحیه تاریک مرکزی تا قرمز با افزایش شعاع به وضوح دیده می‌شود. ما این پدیده را "رنگین کمان با منشاء پراش" نام گذاری کردیم. روی حلقه رنگی مرکزی با استفاده از تفکیک تصویر به سه ماتریس تک رنگ اصلی، بیشینه شدت برای سه رنگ آبی، سبز و قرمز به ترتیب در شعاع های ۴/۱۷، ۴/۶۰ و ۵/۰۶ میلی‌متر بدست آمد که این مقادیر کاملا سازگار با رابطه (۴) است. با بررسی طیفی حلقه پرنور رنگین‌کمانی در ناحیه مرکزی الگوی پراش، می-توان از این پدیده برای طیف‌سنجی استفاده کرد.

سپاس گزاری

از بنیاد ملی نخبگان جهت حمایت از دوره پسا دکترا به شماره قرارداد ۱۵۳۸۶، سپاس گزاری می شود.

مرجع‌ها

[1] S. Rasouli and D. Hebri, "Contrast enhanced quarter-Talbot images", JOSA A **34** (12), 45, (2017).
[2] S. Rasouli, F. Sakha, M. Yeganeh, "Infinite-mode double-grating interferometer for investigating thermal-lens-acting fluid dynamics", Meas. Sci. Technol. **29**, 085201 (2018).
[3] S. Rasouli, "An adjustable, high sensitivity, wide dynamic range two channel wave-front sensor based on moiré deflectometry", Optics Letters **35**, 1470, (2010).
[4] M. C. Hettrick and S. Bowyer, Applied Optics **22**, 3921 (1983).
[5] S. Rasouli and M. Shahmohammadi, "A portable and long-range displacement and vibration sensor that chases moving moiré fringes using the three-point intensity detection method", OSA Continuum **1** (3), 1012 -1025 (2018).
[6] S. Rasouli, A. M. Khazaei, D. Hebri, "Talbot carpet at the transverse plane produced in the diffraction of plane wave from amplitude radial gratings", JOSA A **35**, 55 (2018).
[7] S. Rasouli, A. M. Khazaei, D. Hebri, "Radial carpet beams: A new class of nondiffracting, accelerating, and self-healing beams", Phys. Rev. A **98**, 03844 (2018).
[8] D. Hebri and S. Rasouli, "Combined half-integer Bessel-like beams: A set of solutions of the wave equation", Phys. Rev. A **98**, 043826, (2018).
[9] D. Hebri, S. Rasouli, M. Yeganeh, "Intensity based measuring of the topological charge alteration by the diffraction of vortex beams from amplitude sinusoidal radial gratings", JOSA B **35**, 724 (2018).

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد.

[Downloaded from www.opsi.ir on 2025-11-11]