بیست و پنجمین کنفرانس اپتیک و
فوتونیک ایران و یازدهمین کنفرانس
مهندسی و فناوری فوتونیک ایران،
دانشگاه شیراز،
شیراز، ایران.
۹-۱۱ بهمن ۱۳۹۷

درهم‌تنیدگی حالت‌های ابرهمدوس دوفوتونی

معتمدی نسب ، امین[۱] ؛ افشار ، داود[۲و۳]

[۱]دپارتمان فیزیک، دانشکده فنی و حرفه‌ای شهید چمران، دانشگاه فنی و حرفه‌ای استان خوزستان، اهواز

a.motamedi@hotmail.com

[۲] گروه فیزیک، دانشکده علوم، دانشگاه شهید چمران اهواز، اهواز

[۳] مرکز تحقیقات لیزر و پلاسما، دانشگاه شهید چمران اهواز، اهواز

da_afshar@yahoo.com

چکیده-حالت‌های ابرهمدوس دوفوتونی، ویژه‌حالت‌های توان دوم عملگر نابودی ابرتقارنی هستند. در این مقاله درهم‌تنیدگی دو دسته از این حالت‌ها را بررسی می‌کنیم. به این منظور پایه‌های متعامد و بهنجار بوزونی را معرفی کرده و با استفاده ار آن‌ها حالت‌های ابرهمدوس را به حالت-های دوکیوبیتی تبدیل می‌کنیم . مشاهده می‌شود که حالت‌های ابرهمدوس دوفوتونی درهم‌تنیده هستند و برخلاف حالت‌های ابرهمدوس تک فوتونی، درهم‌تنیدگی آن‌ها به پارامتر همدوسی وابسته است. برای پارامترهای همدوسی بزرگ، رفتار درهم‌تنیدگی این دو دسته حالت، عکس یکدیگر است اما برای هردو دسته از حالت‌ها، بیشترین افت و خیز درهم‌تنیدگی در پارامترهای همدوسی کوچک رخ می‌دهد.

کلید واژه- درهم‌تنیدگی، حالت‌های ابرهمدوس دوفوتونی

Entanglement of Two Photon Supercoherent States

A. Motamedinasab[1], D. Afshar [2,3]

[1] Department of Physics, Faculty of Shahid Chamran, Khouzestan branch, Technical and Vocational University (TVU), Ahvaz, Iran

a.motamedi@hotmail.com

[2] Department of Physics, Faculty of Science, Shahid Chamran University of Ahvaz, Ahvaz, Iran

[3] Center for Research on Laer and Plasma, Shahid Chamran University of Ahvaz, Ahvaz, Iran

da_afshar@yahoo.com

Abstract-Two- photon supercoherent states are the eigenstates of square of the supersymmetric annihilation operator. In this paper, we investigate the entanglement of two classes of these states. To this end, orthogonal and normalized bosonic bases are introduced and supercoherent states would be transformed to the two-qubit ones with the use of them. It is observed that two-photon supercoherent states are entangled and their entanglement depends on the coherency parameter unlike the one-photon supercoherent states. The entanglement behavior of these two classes of states are different for large values of the coherency parameter. However, the maximum of fluctuation of entanglement occurs for both of these two classes in small values of coherency parameter.

Keywords: Entanglement, Two photon supercoherent states

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد.

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-01]

مقدمه

نوسانگر هماهنگ بوزونی یکی از سیستم‌های پرکاربرد در فیزیک است. حالت‌های همدوس نوسانگر هماهنگ در توصیف کوآنتومی نور بسیار با اهمیت هستند و جبر موجود بین هامیلتونی و عملگرهای آفرینش و نابودی، جبر هایزنبرگ است. در تعمیم ساده‌ای از جبر هایزنبرگ عملگرهای آفرینش و نابودی بوزونی با توان m ام آن‌ها جایگزین می‌شوند ($\hat{\tilde{a}} \equiv \hat{a}^m, \hat{\tilde{a}}^\dagger \equiv \hat{a}^{\dagger m}$)[۱] . حالت‌های همدوسی که با استفاده از این عملگر نابودی به‌دست می‌آیند را حالت‌های همدوس چند فوتونی می‌نامند [۲]. در حالت خاص حالت همدوس دوفوتونی ($m=2$) ، نشان داده می‌شود که این حالت‌ها معادل با برهم‌نهی‌های زوج و فرد حالت‌های همدوس معمولی هستند [۱]. این حالت‌ها اثر خوشه‌ای و فشردگی را نشان می‌دهند و خصوصیات غیر کلاسیکی این حالت‌ها به دلیل کاربرد آن‌ها در ارتباطات کوانتومی [۳] و رمزنگاری کوآنتومی [۴] دارای اهمیت فراوانی است.

از سوی دیگر برای سیستم نوسانگر هماهنگ ابرمتقارن که مرکب از نوسانگرهای فرمیونی و بوزونی است، می‌توان حالت‌های ابرهمدوس را به عنوان ویژه‌حالت یک عملگر نابودی ابرتقارنی تعریف کرد. تعمیم‌های گوناگونی برای حالت‌های ابرهمدوس پیشنهاد شده است که از آن‌جمله می‌توان به معرفی حالت‌های ابرهمدوس دوفوتونی اشاره کرد. در این مقاله به مطالعهٔ درهم‌تنیدگی این حالت‌ها می‌پردازیم. به این منظور در بخش دوم حالت‌های ابرهمدوس چند فوتونی نوسانگر هماهنگ ابرمتقارن، را به‌صورت اجمالی بررسی می‌کنیم. در بخش سوم درهم‌تنیدگی این حالت‌ها را مطالعه کرده و بخش آخر نیز به نتیجه‌گیری اختصاص دارد.

حالت‌های ابرهمدوس چند فوتونی

یکی از روش‌های یافتن حالت‌های همدوس، تعریف آن‌ها به عنوان ویژه حالت یک عملگر نابودی است. عملگر نابودی، ویژه‌حالت هامیلتونی را به یک تراز پایین‌تر منتقل می‌کند ($\hat{A}|\psi_n\rangle = |\psi_{n-1}\rangle$). در فضای هیلبرت مرکب از فضاهای هیلبرت بوزونی و فرمیونی، عملگر نابودی تعمیم یافتهٔ نوسانگر هماهنگ ابرمتقارن به‌صورت زیر تعریف می‌شود [۶] :

$$\hat{A} = \begin{pmatrix} k_1\hat{a} & k_2 \\ k_3\hat{a}^2 & k_3\hat{a} \end{pmatrix} \qquad (۱)$$

که در حالت خاص در فضای ابرمتقارن به‌صورت زیر تعریف شده است [۵-۶] :

$$\hat{A} = \hat{a}.I_f + I_b.\hat{f}^\dagger = \begin{pmatrix} a & 1 \\ 0 & a \end{pmatrix} \qquad (۲)$$

که در آن $\hat{f}$ و $\hat{a}$ به‌ترتیب عملگرهای نابودی فرمیونی و بوزونی و همچنین I_b و I_a به‌ترتیب عملگرهای یکه در زیرفضاهای فرمیونی و بوزونی هستند.

ویژه‌حالت‌های $\hat{A}^2$ (رابطهٔ ۲) به‌عنوان حالت‌های ابرهمدوس دوفوتونی به‌صورت زیر معرفی می‌شوند [۱]:

$$|Z,m,j\rangle = \chi_1|Z,m,j\rangle_f + \chi_2|Z,m,j\rangle_s \ , \chi_1,\chi_2 \in \mathbb{C}$$
$$|Z,m,j\rangle_s = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} z^*|z,m,s_j\rangle - |z',m,s_j\rangle \\ |z,m,s_j\rangle \end{pmatrix},$$
$$|Z,m,j\rangle_f = \begin{pmatrix} |z,m,s_j\rangle \\ 0 \end{pmatrix}, \qquad (۳)$$
$$s_j = (j+1)\left(1-\delta_{(m-1),j}\right), |z',m,s_j\rangle = \hat{a}^\dagger|z,m,s_j\rangle$$

در رابطهٔ (۳)، $|z,m,j\rangle = \sum_{n=0}\frac{z^{mn+j}}{(mn+j)!}|mn+j\rangle$ حالت غیربهنجار بوزونی تعریف می‌شود . با توجه به این‌که فضای

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد.

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-01]

هیلبرت نوسانگر هماهنگ ابرمتقارن مجموع m زیرفضای متعامد است که هر زیرفضا متشکل از j زیرفضای دیگر است به نحوی که $j=0,...,m-1$ ، حالت‌های معادلهٔ (۳) ویژه‌حالت‌های عملگر $\hat{A}^m$ هستند.

درهم‌تنیدگی حالت‌های ابرهمدوس دو فوتونی

برای محاسبهٔ درهم‌تنیدگی حالت‌های به‌دست آمده از تابع توافق استفاده می‌کنیم. برای حالت خالص دوکیوبیتی زیر:

$$\begin{aligned}\left|\psi^{AB}\right\rangle = a\left|0^A,0^B\right\rangle + b\left|0^A,1^B\right\rangle \\ + c\left|1^A,0^B\right\rangle + d\left|1^A,1^B\right\rangle\end{aligned} \qquad (۴)$$

تابع توافق عبارت است از [۷] :

$$C\left(\psi^{AB}\right) \equiv 2\left|ad-bc\right| \qquad (۵)$$

در حالتی که $m=2, j=0$ است با استفاده از روابط (۳) حالت ابرهمدوس دوفوتونی را به‌صورت زیر به‌دست می‌آوریم:

(۶)

$$\left|Z\right\rangle_{2,0} = N_2^0\begin{pmatrix}\chi_1\left(\left|z\right\rangle+\left|-z\right\rangle\right)+\frac{\chi_2}{\sqrt{2}}\left(z^*\left(\left|z\right\rangle-\left|-z\right\rangle\right)-\left(\left|z\right\rangle'+\left|-z\right\rangle'\right)\right)\\ \frac{\chi_2}{\sqrt{2}}\left(\left|z\right\rangle+\left|-z\right\rangle\right)\end{pmatrix},$$

$$\left|N_2^0\right|^2 = \left(4\left|\chi_1\right|^2\cosh\left|z\right|^2 + 4\left|\chi_2\right|^2\cosh\left|z\right|^2 - 4\left|\chi_2\right|^2\left|z\right|^2 e^{-\left|z\right|^2}\right)^{-1}$$

اینک با استفاده از روش مرجع [۸] پایه‌های متعامد و بهنجار زیرفضاهای بوزونی و فرمیونی زیر را تعریف می‌کنیم:

$$\left|0\right\rangle_f = \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} \quad , \quad \left|1\right\rangle_f = \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$$

$$\left|0\right\rangle_b = \frac{1}{2\sqrt{\cosh\left|z\right|^2}}\left(\left|z\right\rangle+\left|-z\right\rangle\right), \qquad (۷)$$

$$\left|1\right\rangle_b = \frac{1}{\sqrt{F}}\left(z^*\left(\left|z\right\rangle-\left|-z\right\rangle\right)-\left(\left|z\right\rangle'+\left|-z\right\rangle'\right)\right)$$

که در آن $F=-8\left|z\right|^2 e^{-\left|z\right|^2}+4\cosh\left|z\right|^2$ است.

درهم‌تنیدگی حالت ابرهمدوس (۶) با استفاده از معادلهٔ (۴) عبارت است از:

$$C = 2\left|\chi_2\right|^2\sqrt{F\cosh\left|z\right|^2}\left|N_2^0\right|^2 \qquad (۸)$$

به‌طریق مشابه حالت ابرهمدوس متناظر با $m=2, j=1$ به‌صورت زیر به‌دست می‌آید :

(۹)

$$\left|Z\right\rangle_{2,1} = N_2^1\begin{pmatrix}\chi_1\left(\left|z\right\rangle-\left|-z\right\rangle\right)+\frac{\chi_2}{\sqrt{2}}\left(z^*\left(\left|z\right\rangle+\left|-z\right\rangle\right)-\left(\left|z\right\rangle'-\left|-z\right\rangle'\right)\right)\\ \frac{\chi_2}{\sqrt{2}}\left(\left|z\right\rangle-\left|-z\right\rangle\right)\end{pmatrix},$$

$$\left|N_2^1\right|^2 = \left(4\left|\chi_1\right|^2\sinh\left|z\right|^2 + 4\left|\chi_2\right|^2\sinh\left|z\right|^2 + 4\left|\chi_2\right|^2\left|z\right|^2 e^{-\left|z\right|^2}\right)^{-1}$$

درهم‌تنیدگی این حالت با تعریف پایه‌های متعامد و بهنجار مشابه رابطهٔ (۷) :

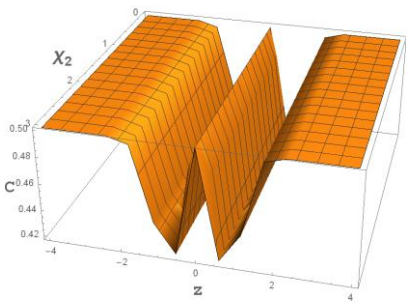
به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$C = 2\left|\chi_2\right|^2\sqrt{G\sinh\left|z\right|^2}\left|N_2^1\right|^2 \qquad (۱۰)$$

که در آن $G=8\left|z\right|^2 e^{-\left|z\right|^2}+4\sinh\left|z\right|^2$ است.

در شکل (۱) درهم‌تنیدگی حالت‌های ابرهمدوس دوفوتونی $\left|Z\right\rangle_{2,0}$ و $\left|Z\right\rangle_{2,1}$ را با فرض $\chi_1=\chi_2$ برحسب پارامتر همدوسی و χ_2 رسم کرده‌ایم.

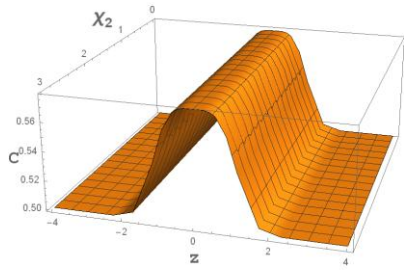
(الف)



این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد.

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-01]

(ب)



شکل-۱: نمودار درهم‌تنیدگی حالت‌های ابرهمدوس دوفوتونی با فرض $\chi_1 = \chi_2$ الف) $m=2, j=0$ ب) $m=2, j=1$.

همان‌گونه که از شکل (۱) پیداست، درهم‌تنیدگی حالت-های ابرهمدوس دوفوتونی به‌ازاء $m=2, j=0$، در zهای کوچک دارای افت و خیز است و در پارامترهای بزرگ همدوسی، درهم‌تنیدگی به سمت بیشینهٔ خود یعنی $C=0.5$ میل می‌کند. رفتار درهم‌تنیدگی حالت ابرهمدوس دوفوتونی به‌ازاء $m=2, j=1$ متفاوت است. درهم‌تنیدگی این حالت‌ها با افزایش پارامترهمدوسی به سمت کمینه خود یعنی $C=0$ میل می‌کند.

نتیجه‌گیری

حالت‌های ابرهمدوس چند فوتونی ویژه حالت توان mام از عملگر نابودی هستند. این حالت‌ها دارای خصوصیات غیرکلاسیکی هستند. در این مقاله برای حالت خاص $m=2$ دو ویژه‌حالت $\hat{A}^2$ را به‌دست آورده و درهم-تنیدگی آن‌ها را مورد مطالعه قرار دادیم. مشاهده می‌شود که درهم‌تنیدگی به پارامتر همدوسی وابسته است ودر پارامترهای همدوسی بزرگ، رفتار این دوحالت عکس یکدیگر است. همچنین در هر دو حالت، درهم‌تنیدگی در پارامترهای همدوسی کوچک دارای افت و خیز می‌باشد؛ حال آن‌که درهم‌تنیدگی در حالت $m=1$ (حالت‌های ابرهمدوس)، که در مرجع [۸] مورد بررسی قرار گرفته است به پارامتر همدوسی بستگی دارد.

References

[1] M C. Celeita, E. D.Bautista and D. J. Fernandez," Multiphoton supercoherent states," arXiv:1804.08543, 2018.

[2] V. Buzzek, I. Jex and T. Quang, "K-Photon coherent states," J. Mod. Optics. Vol. 37, pp. 159-163, 1990.

[3] C. H. Bennett, P.W. Shor, J. A. Smolin and A. V. Thapliyal, "entanglement-assisted classical capacity of noisy quantum channels," Phys. Rev. Lett. Vol. 83, pp. 3081-3084, 1999.

[4] C. H. Bennett, G. Brassard and N. D. Mermin, "Quantum cryptography without Bells theorem," Phys. Rev. Lett. Vol. 68, pp. 557-559, 1992.

[5] C. Aragone and F. Zypman, "Supercoherent states," J. Phys. A: Math. Gen Vol. 19, pp. 2267-2279, 1986.

[6] M. Kornbluth and F. Zypman, "Uncertainties of coherent states for a generalized supersymmetric annihilation operator," J. Math. Phys. Vol. 54, pp. 012101-1-13, 2013.

[7] S. Hill and W. K. Wootters, "Entanglement of a pair of quantum bits," Phys. Rev. Lett. Vol. 78, pp. 5022-5025, 1997.

[8] A. Motamedinasab, D. Afshar and M. Jafarpour; "Entanglement and non-classical properties of generalized supercoherent states," Opik. Vol. 157, pp. 1166-1176 2018.

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-01]

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد.