بیست و پنجمین کنفرانس اپتیک و
فوتونیک ایران و یازدهمین کنفرانس
مهندسی و فناوری فوتونیک ایران،
دانشگاه شیراز،
شیراز، ایران.
۹-۱۱ بهمن ۱۳۹۷

انتقال درهم‌تنیدگی از حالت همدوس غیرخطی سه مدی درهم‌تنیده به کیوبیت‌های جداپذیر

اعظم انبارکی[۱]، داود افشار[۱،۲]

[۱] گروه فیزیک، دانشکدهٔ علوم، دانشگاه شهید چمران اهواز، اهواز

[۲] مرکز تحقیقات لیزر و پلاسما، دانشگاه شهید چمران اهواز، اهواز

Azam_anbaraki@yahoo.com, Da_afshar@yahoo.com

چکیده: حالت میدان به‌صورت برهم‌نهی دو حالت همدوس غیرخطی سه مدی با اختاف فاز π معرفی و درهم‌تنیدگی آن به‌وسیلهٔ سنجهٔ توافق محاسبه می‌شود. برهم‌کنش این حالت با سیستم سه کیوبیتی جداپذیر که هر سه کیوبیت در حالت پایه قرار دارند تحت مدل جینز-کامینگز در نظر گرفته می‌شود. سپس تحول درهم‌تنیدگی سیستم کیوبیتی پس از این برهم‌کنش، به‌وسیلهٔ سنجهٔ منفیت مطالعه می‌گردد. مشاهده می‌شود که در زمان‌های مشخص و به ازاء مقدار خاصی از پارامتر همدوسی، درهم‌تنیدگی سیستم کیوبیتی بیشینه می‌شود.

کلید واژه: حالت‌های همدوس غیرخطی، کیوبیت، انتقال درهم‌تنیدگی.

Entanglement transfer from entangled three-mode nonlinear coherent states to separable qubits

Azam Anbaraki[1], Davood Afshar[1,2]

[1] Department of physics, Faculty of science, Shahid Chamran University of Ahvaz, Ahvaz, Iran

[2] Center for Research on Laser and Plasma, Shahid Chamran University of Ahvaz, Ahvaz, Iran

Azam_anbaraki@yahoo.com, Da_afshar@yahoo.com

Abstract: The field state is introduced as superposition of two three-mode nonlinear coherent states with π out of phase and its entanglement is studied using concurrence. Interaction between this field state and three-qubit system with all qubits in the ground state is considered under Jaynes-Cummings model. Then, entanglement evolution of the qubit system is studied using negativity after interaction. The entanglement of the qubit system has been observed to be maximized at specific times and a certain value of coherency parameter.

Keywords: nonlinear coherent states, qubits, entanglement transfer.

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد.

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-08-15]

۱-مقدمه

کاربرد سیستم‌های کیوبیتی در فرآیندهای اطلاعات کوآنتومی تا کنون به کرات مورد بررسی قرار گرفته‌اند. اساس فرآیندهای اطلاعات کوآنتومی توزیع درهم‌تنیدگی بین گره‌ها در شبکه‌های کوآنتومی است؛ هر گره یک سیستم کوآنتومی است که اطلاعات کوآنتومی را درقالب بیت‌ها نگهداری کرده و با استفاده از گیت‌های کوآنتومی آن‌ها را پردازش می‌کند [۱،۲]. از این‌رو انتقال درهم‌تنیدگی بین سیستم‌های کیوبیتی و سیستم‌های متغیر-پیوسته نقشی اساسی در نظریهٔ اطلاعات کوآنتومی بازی می‌کند.

مدل جینز-کامینگز یک مدل نظری مهم در مطالعهٔ برهم‌کنش دو سیستم کوآنتومی نامتشابه است [۳]؛ یک سیستم کیوبیتی و یک میدان با متغیرهای پیوسته را می‌توان به‌عنوان دو سیستم نامتشابه در نظر گرفت و با استفاده از این مدل به بررسی برهم‌کنش آن‌ها پرداخت. یکی از ویژگی‌های جالب این مدل، تحول درهم‌تنیدگی هر دو سیستم در طول برهم‌کنش است. در این مقاله به مطالعهٔ برهم‌کنش میدانی در حالت همدوس غیرخطی سه مدی درهم‌تنیده با سیستمی سه کیوبیتی می‌پردازیم و انتقال درهم‌تنیدگی از میدان به سیستم کیوبیتی را بررسی می‌کنیم.

پیکربندی این مقاله در ادامه می‌آید: در بخش دوم حالت سه مدی درهم‌تنیده غیرخطی میدان، با در نظر گرفتن تابع غیرخطی مربوط به حالت‌های هماهنگ معرفی می‌شود. سپس در بخش سوم درهم‌تنیدگی این حالت بررسی خواهد شد و در بخش چهارم برهم‌کنش این حالت میدان با سه کیوبیت جداپذیر در حالت پایه تحت مدل جینز-کامینگز مطالعه می‌شود. در نهایت در بخش پنجم نتیجه‌گیری ارائه خواهد شد.

۲- حالت همدوس غیرخطی سه مدی درهم‌تنیده

در این بخش، به‌طور مشابه با حالت‌های همدوس دو مدی غیرخطی [۴،۵]، به تعریف حالت همدوس غیرخطی سه‌مدی می‌پردازیم. حالت همدوس غیرخطی سه‌مدی مورد مطالعه در این مقاله، متشکل از حالت‌های همدوس غیرخطی با اختلاف فاز π به‌صورت زیر می‌باشد:

$$|\Psi\rangle = N\left(|\alpha,f\rangle|\alpha,f\rangle|\alpha,f\rangle + |-\alpha,f\rangle|-\alpha,f\rangle|-\alpha,f\rangle\right) \quad (۱)$$

که در آن $|\alpha,f\rangle$ حالت همدوس غیرخطی و N ثابت بهنجاری است. تابع غیرخطی مورد استفاده در این مقاله متناظر با حالت‌های هماهنگ بوده و به‌صورت زیر تعریف می‌شود [۶]:

$$f(n) = \frac{1}{\sqrt{n}} \quad (۲)$$

۳-تعیین درهم‌تنیدگی حالت همدوس غیرخطی سه‌مدی درهم‌تنیده

جهت محاسبهٔ درهم‌تنیدگی حالت سه‌مدی، آن را به‌صورت یک حالت متشکل از دو زیر سیستم در نظر می‌گیریم که یک زیر سیستم شامل یک ذره و زیر سیستم دوم شامل دو ذره دیگر است. حالت سه‌مدی (۱)، متشکل از حالت‌های نامتعامد است بنابراین پیش از ارزیابی درهم‌تنیدگی، پایه‌های متعامد را معرفی و حالت (۱) را بر حسب این پایه‌ها بازنویسی می‌کنیم. پایه‌های راست هنجار زیرسیستم‌های مرتبط با حالت (۱) را می‌توان به‌صورت زیر تعریف کرد:

پایه‌های راست هنجار زیرسیستم اول:

$$|0\rangle_1 = \frac{|\alpha,f\rangle + |-\alpha,f\rangle}{\sqrt{2\left(1+\langle\alpha,f|-\alpha,f\rangle\right)}}$$
$$|1\rangle_1 = \frac{|\alpha,f\rangle - |-\alpha,f\rangle}{\sqrt{2\left(1-\langle\alpha,f|-\alpha,f\rangle\right)}} \quad (۳)$$

پایه‌های راست هنجار زیرسیستم دوم:

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد.

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-08-15]

$$|0\rangle_{2,3}=\frac{|\alpha,f\rangle|\alpha,f\rangle+|-\alpha,f\rangle|-\alpha,f\rangle}{\sqrt{2\left(1+\langle\alpha,f|-\alpha,f\rangle\langle\alpha,f|-\alpha,f\rangle\right)}}$$
$$|1\rangle_{2,3}=\frac{|\alpha,f\rangle|\alpha,f\rangle-|-\alpha,f\rangle|-\alpha,f\rangle}{\sqrt{2\left(1-\langle\alpha,f|-\alpha,f\rangle\langle\alpha,f|-\alpha,f\rangle\right)}} \quad (۴)$$

بنابراین حالت سه‌مدی (۱) را می‌توان به‌صورت زیر بر حسب پایه‌های راست هنجار بازنویسی نمود:

$$|\Psi\rangle=\Big(N\sqrt{1+\langle\alpha,f|-\alpha,f\rangle}\sqrt{1+\langle\alpha,f|-\alpha,f\rangle^2}|0\rangle_1|0\rangle_{2,3}$$
$$+\sqrt{1-\langle\alpha,f|-\alpha,f\rangle}\sqrt{1-\langle\alpha,f|-\alpha,f\rangle^2}|1\rangle_1|1\rangle_{2,3}\Big) \quad (۵)$$

برای محاسبهٔ درهم‌تنیدگی هر سیستم کیوبیتی دوبخشی، $|\Phi\rangle=a|0,0\rangle+b|0,1\rangle+c|1,0\rangle+d|1,1\rangle$، از سنجهٔ توافق با تعریف زیر می‌توان استفاده کرد:

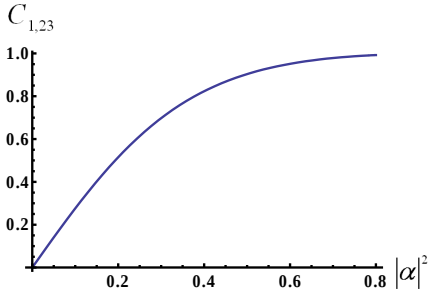
$$C=2|ad-bc| \quad (۶)$$

در رابطهٔ فوق $0\le C\le 1$ است که مقدار یک (صفر) آن مربوط به حالت‌های به‌طور بیشینه درهم‌تنیده (جداپذیر) است.

با استفاده از روابط (۵) و (۶)، سنجهٔ توافق حالت $|\Psi\rangle$، به‌صورت زیر محاسبه می‌شود [۷]:

$$C_{1,23}=2|N|^2\left|\sqrt{\left(1-\langle\alpha,f|-\alpha,f\rangle^2\right)\left(1-\langle\alpha,f|-\alpha,f\rangle^4\right)}\right| \quad (۷)$$

سنجهٔ توافق محاسبه شده در رابطهٔ (۷) در شکل (۱) بر حسب دامنهٔ همدوسی، α، به تصویر کشیده شده است. چنان‌چه این شکل نشان می‌دهد، سنجهٔ توافق حالت $|\Psi\rangle$ بسته به مقدار α مقداری بین صفر و یک دارد، به‌گونه‌ای که مقدار آن به‌طور یکنواخت با افزایش α افزایش یافته و به مقدار یک نزدیک می‌شود.



شکل (۱): نمودار سنجهٔ توافق حالت $|\Psi\rangle$ بر حسب $|\alpha|^2$.

۴- برهم‌کنش میدان-کیوبیت

جهت بررسی برهم‌کنش میدان و سیستم سه کیوبیتی، سه کیوبیت را در سه کاواک جداگانه و یکسان در نظر گرفته و حالت میدان سه‌مدی را وارد این کاواک‌ها می‌کنیم. هر مد میدان با کیوبیت واقع در کاواک خود تحت مدل جینز-کامینگز برهم‌کنش می‌کند. در راستای ساده سازی مسئله، جفتیدگی بین کیوبیت‌ها و مدهای میدان را مشابه در نظر گرفته و فرض می‌کنیم که فرکانس هر مد میدان تابشی نیز مشابه با فرکانس گذار هر کیوبیت باشد. بنابراین هامیلتونی برهم‌کنش هر مد میدان و هر یک از کیوبیت‌ها طبق مدل کوآنتومی جینز-کامینگز به‌صورت زیر است [۳]:

$$H=g\left(|e\rangle\langle g|a_i+a^\dagger_i|g\rangle\langle e|\right),\ i=1,2,3 \quad (۸)$$

که در آن a_i ($a_i^\dagger$) عملگر نابودی (آفرینش) هر مد میدان است و g ثابت جفتیدگی هر مد میدان با هر یک از کیوبیت‌هاست. $|g\rangle$ ($|e\rangle$) نیز حالت پایه (برانگیخته) هر یک از کیوبیت‌ها است.

عملگر تحول زمانی سیستم میدان-کیوبیت به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$U_T(t)=u_{1,f_1}(t)\otimes u_{2,f_2}(t)\otimes u_{3,f_3}(t) \quad (۹)$$

که در آن $u_{1(2)(3),f_1(f_2)(f_3)}(t)$ به‌صورت زیرتعریف می‌شود:

$$u_{1(2)(3),f_1(f_2)(f_3)}(t)=\exp(-iHt) \quad (۱۰)$$

اگر عملگر چگالی سیستم کیوبیتی ρ_q و عملگر چگالی میدان نیز ρ_f باشد، عملگر چگالی کل سیستم تحت تحول زمانی طبق رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$\rho(t)=U_T(t)\rho_q\otimes\rho_f U_T^\dagger(t) \quad (۱۱)$$

حال اگر فرض کنیم که سه کیوبیت ابتدا در حالت پایه باشند، عملگر چگالی سیستم کیوبیتی در لحظهٔ $t=0$ به‌صورت زیر است:

$$\rho_q=|ggg\rangle\langle ggg| \quad (۱۲)$$

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد.

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-08-15]

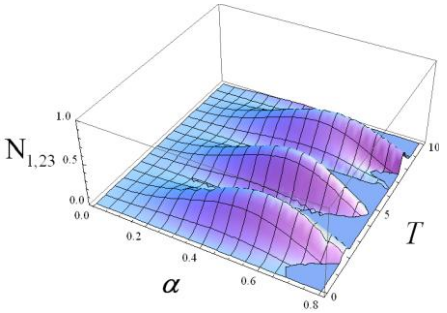
عملگر چگالی سیستم کیوبیتی بعد از برهم‌کنش با حالت میدان با استفاده از گرفتن رد روی حالت‌های میدان (۱۱) به‌دست می‌آید:

$$\rho_{1,2}(t) = Tr_{A,B}\left(U_T(t)\rho_{1,2} \otimes \rho_{A,B} U_T^{\dagger}(t)\right) \qquad (۱۳)$$

درهم‌تنیدگی حالت (۱۳) را با استفاده از سنجهٔ منفیت طبق تعریف زیر بررسی می‌کنیم:

$$N = -2\sum_i \mu_i \qquad (۱۴)$$

که در آن μ_iها ویژه‌مقادیر منفی ترانهادهٔ جزئی ماتریس چگالی کاهش یافته زیرسیستم کیوبیتی هستند. منفیت، مقداری بین صفر و یک داشته که مقدار یک آن متناظر با بیشینهٔ درهم‌تنیدگی و مقدار صفر آن مربوط به حالت‌های جداپذیر است. منفیت سیستم کیوبیتی (۱۳) را محاسبه و در شکل (۲) به تصویر کشیده‌ایم. چنان‌چه شکل (۲) نشان می‌دهد به ازاء مقادیر ثابتی از T با افزایش مقدار α، مقدار منفیت سیستم کیوبیتی افزایش یافته و پس از رسیدن به مقداری بیشینه مجدداً کاهش یافته تا به صفر برسد.



شکل (۲): منفیت سیستم سه کیوبیتی پس از برهم‌کنش با حالت همدوس غیرخطی سه‌مدی بر حسب α و $T = gt$.

۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله، یک حالت همدوس غیرخطی سه مدی درهم‌تنیده معرفی و سپس با در نظر گرفتن تابع غیرخطی مربوط به حالت‌های هماهنگ، درهم‌تنیدگی این حالت با استفاده از سنجهٔ توافق مورد بررسی قرار گرفت. سپس برهم‌کنش این حالت غیرخطی سه مدی با یک سیستم جداپذیر سه کیوبیتی که هر سه کیوبیت در حالت پایه قرار دارند مطالعه و تحول درهم‌تنیدگی سیستم کیوبیتی پس از این برهم‌کنش مورد ارزیابی قرار گرفت. بررسی درهم‌تنیدگی حالت همدوس غیرخطی سه مدی نشان داد که سنجهٔ توافق این حالت بسته به مقدار پارامتر همدوسی می‌تواند مقداری بین صفر تا یک داشته باشد. برهم‌کنش حالت همدوس غیرخطی سه مدی با سیستم سه کیوبیتی جداپذیر بررسی گردید و محاسبات نشان داد که سیستم کیوبیتی پس از این برهم‌کنش در بیشتر زمان‌ها و بیشتر مقادیر پارامتر همدوسی درهم‌تنیده است. همچنین درهم‌تنیدگی سیستم کیوبیتی در زمان‌های مشخصی و به ازاء مقدار خاصی از پارامتر همدوسی دارای بیشینهٔ درهم‌تنیدگی است.

منابع

[1] D. Loss, D. P. DiVincenzo, “Quantum computation with quantum dots”, Phys. Rev. A, Vol. 57, No. 1, pp. 120-126, 1998.

[2] J. I. Cirac, P. Zoller, “Quantum computations with cold trapped ions”, Phys. Rev. lett, Vol. 74, No. 20, pp. 4091-4094, 1995

[3] E. T. Jaynes, F. W. Cummings, “Comparison of quantum and semiclassical radiation theories with application to the beam maser”, Proceedings of the IEEE , Vol. 51, No. 1, pp. 89-109, 1963.

[4] D. Afshar, A. Anbaraki, “Nonclassical properties and entanglement of superposition of two-mode separable nonlinear coherent states”, J. Opt. Soc. Am. B,Vol. 33, No. 4, pp. 558-565, 2016..

[5] A. Anbaraki, D. Afshar, M. Jafarpour, “Entangled nonlinear coherent states of trapped ion motion and their non-classical properties”, Optik, Vol. 136, pp.36-43, 2017.

[6] E. C. G. Sudarshan, “Diagonal harmonious state representations”, Int. J. Theor. Phys., Vol. 32, No. 7, pp. 1069-1076, 1993.

[7] W. K. Wootters, “Entanglement of formation and concurrence”, Quantum Inf. & Comput., Vol. 1, No. 1, pp. 27-44, 2001.

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد.

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-08-15]