بیست و پنجمین کنفرانس اپتیک و
فوتونیک ایران و یازدهمین کنفرانس
مهندسی و فناوری فوتونیک ایران،
دانشگاه شیراز،
شیراز، ایران.
۹-۱۱ بهمن ۱۳۹۷

ترابرد حالت‌های همدوس غیرخطی برهم‌نهاده

اعظم انبارکی[۱]، داود افشار[۱،۲]

[۱] گروه فیزیک، دانشکدهٔ علوم، دانشگاه شهید چمران اهواز، اهواز

[۲] مرکز تحقیقات لیزر و پلاسما، دانشگاه شهید چمران اهواز، اهواز

Azam_anbaraki@yahoo.com, Da_afshar@yahoo.com

چکیده: ترابرد کوآنتومی فرآیندی است که طی آن یک حالت کوآنتومی از یک مکان به مکان دیگر منتقل می‌شود بدون این‌که اطلاعاتی در خصوص آن حالت منتشر شود. این فرآیند بواسطه اندازه‌گیری‌های کوآنتومی و ارتباطات کلاسیکی انجام می‌شود. در این مقاله ترابرد حالت‌های همدوس غیرخطی برهم‌نهاده به کمک حالت‌های شبه بل غیر خطی زوج و فرد بررسی می‌شود. مشاهده می‌شود زمانی‌که حالت‌های شبه بل به‌طور بیشینه درهم‌تنیده را به‌عنوان کانال کوآنتومی در نظر بگیریم احتمال ترابرد موفق تابعی افزایشی از پارامترهای مربوطه است.

کلید واژه: ترابرد، حالت‌های برهم نهاده، حالت‌های همدوس غیرخطی

Teleportation of superposed nonlinear coherent states

Azam Anbaraki[1], Davood Afshar[1,2]

[1] Department of physics, Faculty of science, Shahid Chamran University of Ahvaz, Ahvaz, Iran

[2] Center for Research on Laser and Plasma, Shahid Chamran University of Ahvaz, Ahvaz, Iran

Azam_anbaraki@yahoo.com, Da_afshar@yahoo.com

Abstract: Quantum teleportation is a process in which a quantum state is transmitted from one location to another, without disclosing any information about it. This process is performed by quantum measurements and classical communications. In this paper, the teleportation of superposed nonlinear coherent coherent states is investigated using even and odd nonlinear quasi bell states. It is observed that when we consider the maximally entangled quasi Bell states as quantum channel, the probability of successful teleportation is an increasing function of the parameters involved.

Keywords: teleportation, superposed states, nonlinear coherent states

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-10-30]

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد.

۱-مقدمه

ترابرد کوآنتومی به معنای انتقال یک حالت کوآنتومی بین دو زیرسیستم با استفاده از یک کانال کوآنتومی است. در ترابرد کوآنتومی حالت انتقال یافته برای فرستنده و گیرنده ناشناخته بوده و تنها دو بیت اطلاعات کلاسیکی بین دو زیرسیستم مبادله می‌شود. گیت‌های کوآنتومی را می‌توان با استفاده از پروتکل‌های ترابرد بیت‌های کوآنتومی که به‌واسطهٔ حالت‌های درهم‌تنیده انجام می‌شوند معرفی کرد؛ که از این گیت‌ها می‌توان جهت ساخت کامپیوترهای کوآنتومی بهره جست [۱].

حالت‌های همدوس غیرخطی درهم‌تنیده بسته به تابع غیرخطی، نمایش دهندهٔ خصوصیات غیرکلاسیکی مختلفی هستند [۳,۲]. در این مقاله ترابرد برهم‌نهی حالت‌های همدوس غیرخطی مطالعه خواهد شد و از حالت‌های همدوس غیرخطی درهم‌تنیده نیز به عنوان کانال استفاده می‌شود. از این‌رو در بخش دوم، درهم‌تنیدگی حالت‌های همدوس غیرخطی درهم‌تنیده محاسبه می‌شود. سپس در بخش سوم مبانی نظری ترابرد کوآنتومی حالت‌های همدوس غیرخطی برهم‌نهاده ارائه می‌شود. احتمال ترابرد موفق برای تابع غیر خطی متناظر با حالت‌های هماهنگ در بخش چهارم محاسبه خواهد شد. نتیجه‌گیری نیز در بخش پنجم ارائه می‌شود.

۲-حالت‌های همدوس غیرخطی درهم‌تنیده

حالت‌های همدوس غیرخطی را می‌توان به‌صورت زیر بر حسب حالت‌های عددی تعریف کرد [۴, ۵]:

$$|\alpha,f\rangle = N_f \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}[f(n)]!}|n\rangle \qquad (۱)$$

که در آن $f(\hat{n})$ تابعی غیرخطی وابسته به عملگر عدد $\hat{n}$ و α نیز مقداری مختلط است.

در این مقاله، حالت‌های مورد استفاده به‌عنوان کانال کوآنتومی، حالت‌های همدوس غیرخطی درهم‌تنیده با تعریف زیر هستند [۲, ۳]:

$$|\Phi_{1,2}\rangle = g_{1,2}(|\alpha,f\rangle|\alpha,f\rangle \pm |-\alpha,f\rangle|-\alpha,f\rangle) \qquad (۲)$$

در رابطهٔ (۲) علامت بالا (پایین) متناظر با زیرنویس اول (دوم) است. همچنین $g_{1,2}$ ثابت بهنجاری است. درهم‌تنیدگی حالت‌های (۲) را می‌توان با تعریف پایه‌های متعامد مربوط به زیرسیستم‌ها و با استفاده از تابع توافق محاسبه نمود. تابع توافق حالت‌های (۲) به‌صورت کلی زیر به‌دست می‌آید [۶]:

$$C = 2|g_{12}|^2\sqrt{(1-|\langle\alpha,f|-\alpha,f\rangle|^2)(1-|\langle-\alpha,f|\alpha,f\rangle|^2)} \qquad (۳)$$

محاسبات نشان می‌دهند که تابع توافق حالت $|\Phi_1\rangle$ بسته به مقدار پارامترهای مربوطه مقداری بین صفر و یک داشته در حالی‌که حالت $|\Phi_2\rangle$ مستقل از مقدار پارامتر همدوسی و شکل تابع غیرخطی همیشه به‌طور بیشینه درهم‌تنیده است.

۳-ترابرد حالت‌های گربهٔ شرودینگر همدوس غیرخطی

در این مقاله، ترابرد حالت‌های گربهٔ شرودینگر همدوس غیرخطی با تعریف زیر بررسی می‌شود:

$$|\alpha,f\rangle_{cat} = N_1|\alpha,f\rangle + N_2|-\alpha,f\rangle \qquad (۴)$$

کانال کوآنتومی درهم‌تنیدهٔ مورد نیاز جهت ترابرد حالت (۴)، حداقل باید دو بخشی باشد. از این‌رو از حالت‌های درهم‌تنیدهٔ (۲)، که درجهٔ درهم‌تنیدگی آن‌ها پیش از این تعیین شد به‌عنوان کانال کوآنتومی استفاده می‌شود.

فرض می‌کنیم که آلیس می‌خواهد حالت (۴) را برای باب بفرستد، حالت (۴) و یک مد از حالت‌های (۲) نزد آلیس و مد دیگر حالت‌های (۲) نزد باب است، بنابراین حالت کل سیستم به‌صورت زیر نوشته می‌شود:

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد.

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-10-30]

$$|\Psi\rangle_{123}=|\alpha,f\rangle_{cat}|\Phi_{1,2}\rangle=g_{1,2}\big(N_1|\alpha,f\rangle|\alpha,f\rangle|\alpha,f\rangle \pm N_1|\alpha,f\rangle|-\alpha,f\rangle|-\alpha,f\rangle + N_2|-\alpha,f\rangle|\alpha,f\rangle|\alpha,f\rangle \pm N_2|-\alpha,f\rangle|-\alpha,f\rangle|-\alpha,f\rangle\big) \quad (۵)$$

حال آلیس روی بخش‌های مربوط به زیرسیستم خود تبدیل یکانی $\hat{U}_2\hat{A}_{12}\hat{U}_2$ را انجام می‌دهد. که در آن $\hat{U}_2$ متناظر با یک جابجایی فاز به اندازهٔ $\pi/2$ روی مد دوم و $\hat{A}_{12}$ متناظر با تأثیر عبور مدهای اول و دوم از یک شکافندهٔ پرتوی 50:50 است. حالت سیستم کلی پس از تبدیل یکانی قید شده به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$|\Psi'\rangle_{123}=\hat{U}_2\hat{A}_{12}\hat{U}_2|\Psi\rangle_{123} =e^{-i\frac{\pi}{2}a_2^\dagger a_2}e^{i\frac{\pi}{4}\left(a_1^\dagger a_2+a_2^\dagger a_1\right)}e^{-i\frac{\pi}{2}a_2^\dagger a_2}|\Psi\rangle_{123} \quad (۶)$$

بنابراین حالت $|\Psi'\rangle_{123}$ را با استفاده از تعریف حالت‌های همدوس غیرخطی می‌توان به‌صورت زیر به‌دست آورد:

$$|\Psi'\rangle_{123}=g_{1,2}\Big(N_1\big(|\sqrt{2}\alpha,f\rangle|0\rangle|\alpha,f\rangle \pm|0\rangle|\sqrt{2}\alpha,f\rangle|-\alpha,f\rangle\big) - N_2\big(\mp|-\sqrt{2}\alpha,f\rangle|0\rangle|-\alpha,f\rangle -|0\rangle|-\sqrt{2}\alpha,f\rangle|\alpha,f\rangle\big)\Big) \quad (۷)$$

بعد از تبدیلات یکانی فوق، آلیس یک اندازه‌گیری عددی روی مدهای اول و دوم انجام می‌دهد، بنابراین احتمال شمارش n_1 فوتون در مد اول و n_2 فوتون در مد دوم توسط آلیس از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$P(n_1,n_2)=\left|\langle n_1,n_2|\Psi'\rangle\right|^2 \quad (۸)$$

با توجه به روابط (۷) و (۸)، این امکان وجود ندارد که هر دو مقدار n_1 و n_2 به‌طور هم‌زمان غیر صفر باشند، بنابراین اگر $n_1=0$ و n_2 عددی غیر صفر باشد مد سوم یا به‌عبارتی زیر سیستم باب در حالت زیر قرار می‌گیرد:

$$|\Psi_3'\rangle=N_1|-\alpha,f\rangle\pm N_2(-1)^{n_2}|\alpha,f\rangle \quad (۹)$$

پس از این اندازه‌گیری آلیس، باب به‌واسطهٔ یک کانال کلاسیکی از این اندازه‌گیری مطلع می‌شود؛ رابطهٔ (۹) نشان می‌دهد که با در نظر گرفتن $|\Phi_1\rangle$ ($|\Phi_2\rangle$) به‌عنوان کانال کوآنتومی، اگر n_2 عددی زوج (فرد) باشد و باب یک تبدیل یکانی متناظر با جابجایی فاز به اندازهٔ π روی زیرسیستم خود انجام دهد، زیرسیستم باب در حالت (۴) قرار می‌گیرد. به‌طور مشابه، اگر در اندازه‌گیری آلیس $n_2=0$ باشد، حالت زیرسیستم باب به‌صورت زیر خواهد بود:

$$|\Psi_3'\rangle=N_1|\alpha,f\rangle-N_2(-1)^{n_1}|-\alpha,f\rangle \quad (۱۰)$$

با توجه به رابطهٔ فوق، با در نظر گرفتن $|\Phi_1\rangle$ ($|\Phi_2\rangle$) به‌عنوان کانال کوآنتومی، در صورتی‌که n_1 عددی زوج (فرد) باشد، زیرسیستم باب در حالت (۴) قرار می‌گیرد. با توجه به روابط (۹) و (۱۰)، احتمال قرار گرفتن زیرسیستم باب در حالت (۴) طبق رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$P(n_1,n_2)=P(n_1,0)+P(0,n_2) \quad (۱۱)$$

محاسبات نشان می‌دهند که $P(n_1,0)=P(0,n_2)$ است، بنابراین:

$$P(n_1,n_2)=2\sum_{even\,(odd)\,n}P(n,0) \quad (۱۲)$$

با توجه به رابطهٔ (۷)، مقدار احتمال فوق برای مقادیر زوج (فرد) n، به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$P(n_1,n_2)=2|g_{1,2}|^2\left|\langle n|\sqrt{2}\alpha,f\rangle\right|^2 \quad (۱۳)$$

۴-تابع غیرخطی متناظر با حالت‌های هماهنگ

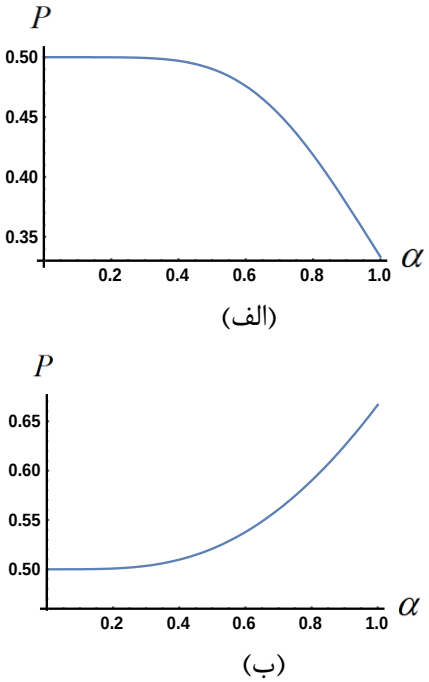
حالت‌های هماهنگ در نورشناخت کوآنتومی از اهمیت ویژه‌ای برخوردار هستند. تابع غیرخطی متناظر با حالت‌های هماهنگ طبق رابطهٔ زیر تعریف می‌شود [۷]:

$$f(n)=\frac{1}{\sqrt{n}} \quad (۱۴)$$

با جایگذاری تابع غیرخطی (۱۴) در رابطهٔ (۱۳) به محاسبهٔ احتمال ترآبرد موفق می‌پردازیم؛ نتایج این محاسبات در شکل (۱) آورده شده است.

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد.

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-10-30]



شکل ۱: احتمال ترابرد موفق حالت گربهٔ شرودینگر غیرخطی برای تابع غیر خطی (۱۳) با استفاده از حالت الف) $|\Phi_1\rangle$، ب) $|\Phi_2\rangle$ به‌عنوان کانال کوآنتومی.

چنان‌چه شکل (۱-الف) نشان می‌دهد، احتمال ترابرد موفق حالت (۴)، با استفاده از حالت $|\Phi_1\rangle$ به‌عنوان کانال کوآنتومی در مقادیر کوچک پارامتر همدوسی برابر با 0.5 بوده و با افزایش مقدار این پارامتر، احتمال ترابرد نیز کاهش می‌یابد. شکل (۱-ب) نیز نشان می‌دهد که احتمال ترابرد حالت (۴) با استفاده از حالت $|\Phi_2\rangle$ در مقادیر کوچک پارامتر همدوسی برابر با 0.5 است ولی با افزایش مقدار پارامتر همدوسی، مقدار احتمال نیز به‌طور مناسبی افزایش می‌یابد.

۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله ترابرد برهم‌نهی حالت‌های همدوس غیرخطی با اختلاف فاز π مورد مطالعه قرار گرفت. از این‌رو دو حالت شبه بل غیرخطی زوج و فرد به‌عنوان کانال کوآنتومی معرفی و سپس درهم‌تنیدگی آن‌ها بررسی شد. محاسبات ما نشان داد که حالت شبه بل غیرخطی فرد مستقل از مقدار پارمترهای مرتبط همیشه به‌طور بیشینه درهم‌تنیده بوده در حالی‌که درهم‌تنیدگی حالت شبه بل زوج به مقدار پارامترها بستگی دارد. احتمال ترابرد موفق حالت همدوس غیرخطی برهم‌نهاده برای تابع غیرخطی متناظر با حالت‌های هماهنگ محاسبه شد. این محاسبات نشان داد که احتمال ترابرد زمانی‌که از حالت‌های شبه بل فرد به‌عنوان کانال کوآنتومی استفاده کنیم، بسته به مقدار پارامتر همدوسی می‌تواند افزایش یابد، بنابراین این افزایش احتمال می‌تواند انگیزهٔ مناسبی جهت استفاده از ترابرد حالت‌های برهم‌نهادهٔ غیرخطی با استفاده از کانال‌های شبه بل غیرخطیِ به‌طور بیشینه درهم‌تنیده برای مقاصد تجربی باشد.

مرجع‌ها

[1] D. Gottesman, I. L. Chuang, “Quantum teleportation is a universal computational primitive”, *arXiv preprint quant-ph/9908010*, 1999.

[2] D. Afshar, A. Anbaraki, “Nonclassical properties and entanglement of superposition of two-mode separable nonlinear coherent states”, J. Opt. Soc. Am. B, Vol. 33, No. 4, pp. 558-565, 2016.

[3] A. Anbaraki, D. Afshar, M. Jafarpour, “Entangled nonlinear coherent states of trapped ion motion and their non-classical properties”, Optik, Vol. 136, pp. 36-43, 2017.

[4] R. L. de Matos Filho, W. Vogel, “Nonlinear coherent states”, Phys. Rev. A, Vol. 54, No. 5, pp. 4560-4563, 1996.

[5] V. I. Man'ko, G. Marmo, E. F. G. Sudarshan, F. Zaccaria, “f-Oscillators and nonlinear coherent states”, Phys. Scripta, Vol. 55, No. 5, pp. 528-541, 1997.

[6] X. Wang, “Bipartite entangled non-orthogonal states”, J. Phys. A- Math. Gen. Vol. 35, No. 1, pp. 165-173, 2001.

[7] E. C. G. Sudarshan, “Diagonal harmonious state representations”, Int. J. Theor. Phys., Vol. 32, No. 7, pp. 1069-1076, 1993.

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد.

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-10-30]