بیست و پنجمین کنفرانس اپتیک و
فوتونیک ایران و یازدهمین کنفرانس
مهندسی و فناوری فوتونیک ایران،
دانشگاه شیراز،
شیراز، ایران.
۹-۱۱ بهمن ۱۳۹۷

تولید و تبادل درهم‌تنیدگی حالت‌های همدوس برای دست‌یابی به پروتکل تکرارگر کوانتومی

مهناز، قاسمی و محمّدکاظم، توسلی

گروه اتمی و مولکولی، دانشکده فیزیک، دانشگاه یزد، یزد

mktavassoly@yazd.ac.ir

m.ghasemi@stu.yazd.ac.ir

چکیده – در این مقاله به بررسی تولید حالت‌های درهم‌تنیده همدوس با استفاده از شکافنده پرتو و نیز تبادل درهم‌تنیدگی با به کارگیری روش اندازه‌گیری یک حالت بِل می‌پردازیم. چهار موقعیت A، B، C و D با فواصل معین را در نظر می‌گیریم. ابتدا، با استفاده از شکافنده پرتو، حالت‌های درهم‌تنیده برای موقعیت‌های (A,B) و (C,D) به طور جداگانه ایجاد می‌شود. سپس، با استفاده از روش اندازه‌گیری یک حالت بِل، درهم‌تنیدگی از حالت‌های درهم‌تنیده (A,B) و (C,D) به جفت (A,D) منتقل می‌شود. تعداد موقعیت‌ها می‌تواند به سهولت به 2^N موقعیت که $N=3,4,...$ است تعمیم یابد و لذا این مدل را می‌توانیم به عنوان یک تکرارگر کوانتومی معرفی کنیم.

کلید واژه- تبادل درهم‌تنیدگی، تکرارگر کوانتومی، روش اندازه‌گیری حالت بِل، حالت‌های شبه‌بِل.

Producing and swapping of the entanglement of coherent states towards the quantum repeater protocol

Mahnaz, Ghasemi, Mohammad Kazem, Tavassoly

Atomic and Molecular Group, Faculty of Physics, Yazd University, Yazd

Abstract- In this paper we consider the entangled coherent states production using beam splitter as well as the entanglement swapping via the Bell state measurement method. We consider four locations A, B, C and D with specified distance. At first, the entangled states for locations (A, B) and (C, D) have been produced separately by using beam splitter. Finally, the entanglement from the entangled states (A, B) and (C, D) is swapped to the pair (A, D) using Bell state measurement method. The locations can be easily generalized to 2^N locations where $N=3,4,\ldots$ and so one can introduce this model as a quantum repeater.

Keywords: Entanglement Swapping, Quantum Repeater, Bell State Measurement Method, Quasi Bell States.

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد.

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-10-31]

مقدمه

حالت‌های همدوس درهم‌تنیده می‌توانند با استفاده از شکافنده پرتو تولید شوند. حالت اولیه را می‌توان به صورت برهم‌نهی خاصی از حالت‌های همدوس در نظر گرفت که به حالت‌های گربه شرودینگر مشهور هستند و پس از عبور از شکافنده پرتو، حالت‌های همدوس درهم‌تنیده بین دو نقطه برقرار خواهند شد [۱]. پس از آن می‌توان حالت درهم‌تنیده همدوس تولید شده را بین دو نقطه با فاصله زیاد منتقل کرد، امّا به دلیل وجود انکارناپذیر اتلاف فوتونی در کانال‌های اپتیکی نمی‌توان حالت‌های (شکننده) غیرکلاسیکی را به‌طور مستقیم بین دو نقطه دور از هم منتقل کرد. برای غلبه بر این مشکل از تکرارگر کوانتومی استفاده می‌شود [۲و۳]. در این روش، فاصله طولانی بین دو نقطه هدف به چندین بخش کوچک‌تر تقسیم می‌شود. سپس با روش‌هایی مانند اندازه‌گیری یک حالت بِل [۴و۵]، برهم‌کنش بین اجزاء غیردرهم‌تنیده [۶و۷] و با استفاده از سازوکار شکافنده پرتو [۸و۹] درهم‌تنیدگی بین بخش‌های جداپذیر ایجاد می‌شود.

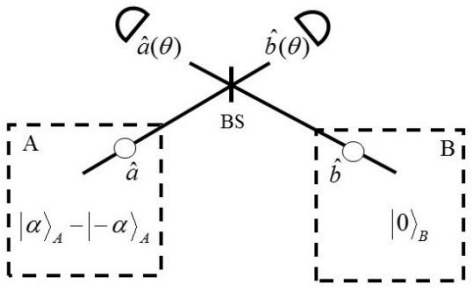
مدل و روابط پایه

دو موقعیت A و B را در نظر بگیرید که از موقعیت A حالت فرد (مُد $\hat{a}$) به صورت:

$$|-\rangle_A = \frac{1}{\sqrt{N_-}}\left(|\alpha\rangle_A - |-\alpha\rangle_A\right) = \frac{e^{-|\alpha|^2/2}}{\sqrt{N_-}}\left(e^{\alpha\hat{a}^\dagger} - e^{-\alpha\hat{a}^\dagger}\right)|0\rangle_A = \frac{1}{\sqrt{N_-}}\left(D_{\hat{a}}(\alpha) - D_{\hat{a}}(-\alpha)\right)|0\rangle_A, \quad N_- = 2(1-e^{-2|\alpha^2|}), \tag{۱}$$

و از موقعیت B حالت خلاء (مُد $\hat{b}$) به سمت شکافنده پرتو فرستاده می‌شوند (شکل ۱). در رابطه (۱)، $\hat{a}$ عملگر مربوط به موقعیت A است. شکافنده پرتو با ماتریس انتقال یکانی زیر توصیف می‌شود [۸]:

$$U_{BS}(\theta) = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}. \tag{۲}$$



شکل۱: تولید حالت‌های درهم‌تنیده همدوس بین دو موقعیت A و B با استفاده از یک شکافنده پرتوی ۵۰-۵۰. حالت فرد از موقعیت A و حالت خلاء از موقعیت B به سمت شکافنده پرتو فرستاده می‌شوند. حالت درهم‌تنیده مربوط به دو موقعیت A و B نتیجه ترکیب این دو حالت، بعد از شکافنده پرتو است.

مُدهای $\hat{a}$ و $\hat{b}$ به ترتیب از موقعیت‌های A و B توسط شکافنده پرتو با هم ترکیب می‌شوند. بنابراین، مُدها بعد از عبور از این شکافنده پرتو به صورت زیر تبدیل می‌شوند [۱]:

$$\begin{pmatrix} \hat{a}(\theta) \\ \hat{b}(\theta) \end{pmatrix} = U_{BS}(\theta)\begin{pmatrix} \hat{a} \\ \hat{b} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta\hat{a} - \sin\theta\hat{b} \\ \sin\theta\hat{a} + \cos\theta\hat{b} \end{pmatrix}. \tag{۳}$$

بدیهی است که داریم:

$$\frac{d\hat{a}(\theta)}{d\theta} = -\hat{b}(\theta), \quad \frac{d\hat{b}(\theta)}{d\theta} = \hat{a}(\theta). \tag{۴}$$

حال، از مقایسه رابطه (۴) با معادله هایزنبرگ‌گونه $\frac{d\hat{c}(\theta)}{d\theta} = \frac{1}{i\hbar}\left[\hat{c}(\theta), \hat{H}\right]$ که در آن $\hat{c}(\theta) = \hat{a}(\theta), \hat{b}(\theta)$ است، هامیلتونی شکافنده پرتو به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\hat{H} = i\hbar(\hat{a}\hat{b}^\dagger - \hat{a}^\dagger\hat{b}). \tag{۵}$$

اکنون، عملگر یکانی $\hat{u}_{BS}(\theta)$ مربوط به شکافنده پرتو با

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد.

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-10-31]

استفاده از هامیلتونی (۵) با رابطه زیر (این عملگر در رابطه $\begin{pmatrix}\hat{a}(\theta)\\ \hat{b}(\theta)\end{pmatrix}=\hat{u}_{BS}^{\dagger}(\theta)\begin{pmatrix}\hat{a}\\ \hat{b}\end{pmatrix}\hat{u}_{BS}(\theta)$ نیز صدق می‌کند [۱۰]):

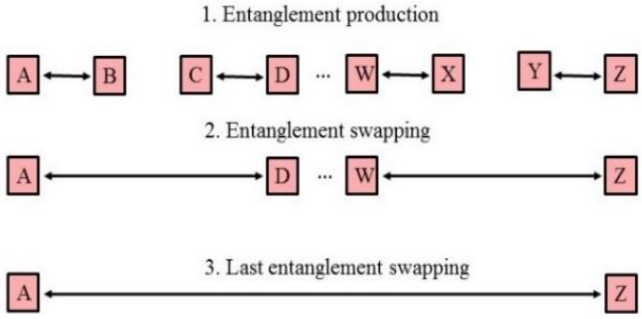
$$\hat{u}_{BS}(\theta)=e^{-i\frac{\hat{H}}{\hbar}\theta}=e^{(\hat{a}\hat{b}^{\dagger}-\hat{a}^{\dagger}\hat{b})\theta}, \qquad (۶)$$

روی حالت اولیه $|-\rangle_A|0\rangle_B$ (حالت ورودی به شکافنده پرتو) اثر می‌کند و خروجی زیر حاصل می‌شود:

$$\begin{aligned}&\hat{u}_{BS}(\theta)|-\rangle_A|0\rangle_B=\frac{1}{\sqrt{N_-}}\big(\hat{u}_{BS}(\theta)D_{\hat{a}}(\alpha)\hat{u}_{BS}^{\dagger}(\theta)\\&-\hat{u}_{BS}(\theta)D_{\hat{a}}(-\alpha)\hat{u}_{BS}^{\dagger}(\theta)\big)\hat{u}_{BS}(\theta)|0\rangle_A|0\rangle_B \qquad (۷)\\&=\frac{1}{\sqrt{N_-}}\big(|\alpha\cos\theta\rangle_A|\alpha\sin\theta\rangle_B\\&-|-\alpha\cos\theta\rangle_A|-\alpha\sin\theta\rangle_B\big).\end{aligned}$$

اکنون با انتخاب مقدار θ برای $\frac{\pi}{4}$ (شکافنده پرتوی موجود در شکل ۱ را ۵۰-۵۰ در نظر می‌گیریم)، حالت (۷) به صورت حالت شبه‌بِل[۱] زیر حاصل می‌شود [۱۱]:

$$|\psi_-\rangle_{AB}=\frac{1}{\sqrt{N_-}}\left(\left|\frac{\alpha}{\sqrt{2}}\right\rangle_A\left|\frac{\alpha}{\sqrt{2}}\right\rangle_B-\left|-\frac{\alpha}{\sqrt{2}}\right\rangle_A\left|-\frac{\alpha}{\sqrt{2}}\right\rangle_B\right). \qquad (۸)$$



شکل۲: تکرارگر کوانتومی: تعمیم مدل ارائه شده به 2^N موقعیت که $N=3,4,\ldots$ است. در وهله اول، درهم‌تنیدگی با استفاده از شکافنده پرتو بین اجزاء، تولید و در حافظه کوانتومی ذخیره می‌شود. سپس با اندازه‌گیری‌های متوالی حالت‌های بِل مناسب به تعداد $2^{N-1}-1$ بار، این ویژگی بین دو موقعیت اولیه و نهایی برقرار می‌شود.

اگر عملیات بالا برای دو موقعیت C و D تکرار شود (شکل ۲) حالت درهم‌تنیده مشابه با حالت شبه‌بِلی مانند رابطه (۸) برای این دو موقعیت به دست می‌آید:

$$|\psi_-\rangle_{CD}=\frac{1}{\sqrt{N_-}}\left(\left|\frac{\alpha}{\sqrt{2}}\right\rangle_C\left|\frac{\alpha}{\sqrt{2}}\right\rangle_D-\left|-\frac{\alpha}{\sqrt{2}}\right\rangle_C\left|-\frac{\alpha}{\sqrt{2}}\right\rangle_D\right). \qquad (۹)$$

تبادل درهم‌تنیدگی

اکنون به تبادل درهم‌تنیدگی به روش اندازه‌گیری یک حالت بِل می‌پردازیم تا درهم‌تنیدگی را از حالت‌های درهم‌تنیده (A,B) و (C,D) به حالت جداپذیر (A,D) منتقل کنیم. سامانهٔ شامل چهار موقعیت A، B، C و D، حالت جداپذیر $|\psi_-\rangle_{AB}\otimes|\psi_-\rangle_{CD}$ را می‌تواند اشغال کند که در ادامه به بررسی این حالت می‌پردازیم.

حالت کلی سامانه شامل موقعیت‌های A، B، C و D به صورت $|\psi_-\rangle_{AB}\otimes|\psi_-\rangle_{CD}$ است. برای تبادل درهم‌تنیدگی از حالت‌های درهم‌تنیده (A,B) و (C,D) به حالت جداپذیر (A,D) از حالت شبه‌بِل زیر استفاده می‌کنیم:

$$\begin{aligned}&|qB\rangle_{BC}=\\&\frac{1}{\sqrt{2(1-e^{-2|\beta|^2})}}\big(|\beta\rangle_B|\beta\rangle_C-|-\beta\rangle_B|-\beta\rangle_C\big).\end{aligned} \qquad (۱۰)$$

در رابطه (۱۰) حالت‌های همدوس $|\beta\rangle_{B(C)}$ به صورت $e^{\beta\hat{b}^{\dagger}(\hat{a}^{\dagger})-\beta^{*}\hat{b}(\hat{a})}|0\rangle_{B(C)}$ هستند که برای موقعیت‌های B و C تعریف شده‌اند. اکنون با اعمال اندازه‌گیری حالت شبه‌بِل (۱۰) روی حالت جداپذیر $|\psi_-\rangle_{AB}\otimes|\psi_-\rangle_{CD}$، حالت درهم‌تنیده زیر برای دو موقعیت A و D به دست می‌آید:

$$\begin{aligned}&|\psi_-\rangle_{AD}=\frac{1}{\sqrt{N_-}}\left(\left|\frac{\alpha}{\sqrt{2}}\right\rangle_A\left|\frac{\alpha}{\sqrt{2}}\right\rangle_D\right.\\&\left.-\left|-\frac{\alpha}{\sqrt{2}}\right\rangle_A\left|-\frac{\alpha}{\sqrt{2}}\right\rangle_D\right).\end{aligned} \qquad (۱۱)$$

[۱] Quasi-Bell (qB) state

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد.

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-10-31]

هم‌چنین اگر حالت شبه‌بِل به صورت زیر:

$$\left|qB'\right\rangle_{BC}=\frac{1}{\sqrt{2(1-e^{-2|\beta|^2})}}\left(\left|\beta\right\rangle_B\left|-\beta\right\rangle_C-\left|-\beta\right\rangle_B\left|\beta\right\rangle_C\right), \quad (۱۲)$$

برای اعمال اندازه‌گیری یک حالت بِل روی حالت $\left|\psi_-\right\rangle_{AB}\otimes\left|\psi_-\right\rangle_{CD}$ انتخاب شود، موقعیت‌های A و D به حالت شبه‌بِل زیر منتقل می‌شوند:

$$\left|\phi_-\right\rangle_{AD}=\frac{1}{\sqrt{N_-}}\left(\left|\frac{\alpha}{\sqrt{2}}\right\rangle_A\left|-\frac{\alpha}{\sqrt{2}}\right\rangle_D-\left|-\frac{\alpha}{\sqrt{2}}\right\rangle_A\left|\frac{\alpha}{\sqrt{2}}\right\rangle_D\right). \quad (۱۳)$$

حالت‌های شبه‌بِل تولید شده در (۱۱) و (۱۳) با رهیافت اندازه‌گیری حالت بِل، با فرض این که α و β حقیقی هستند حاصل شده‌اند. با توجه به شباهت حالت‌های شبه‌بِل (۸)، (۹) و (۱۱) می‌توان موقعیت‌ها را به 2^N موقعیت که $N=3,4,...$ است تعمیم داد و با اعمال اندازه‌گیری‌های متوالی یک حالت بِل متشکل از حالت شبه‌بِل (۱۰) به تعداد $2^{N-1}-1$ بار، دو موقعیت ابتدایی و انتهایی را درهم‌تنیده نمود (توضیحات شکل ۲). لازم به ذکر است که اگر حالت شبه‌بِل (۱۲) برای تبادل درهم‌تنیدگی از حالت‌های درهم‌تنیده (A,B) و (C,D) به حالت جداپذیر (A,D) انتخاب شود، بعد از تعمیم مدل نیز باید برای اعمال اندازه‌گیری یک حالت بِل از همین حالت شبه‌بِل (حالت شبه‌بِل (۱۲)) برای ایجاد درهم‌تنیدگی بین دو موقعیت ابتدایی و انتهایی استفاده شود.

نتیجه‌گیری

هدف ما در این مقاله تولید حالت‌های درهم‌تنیده همدوس بین دو موقعیت دور از هم بود که در این راستا توانستیم با در نظر گرفتن یک چینش مناسب، شامل شکافنده پرتو به این هدف دست یابیم. بعد از تولید درهم‌تنیدگی به وسیله شکافنده پرتو، از رهیافت اندازه‌گیری یک حالت بِل برای تبادل درهم‌تنیدگی استفاده کردیم. حالت درهم‌تنیده تولید شده از هر دو موقعیت که از یکدیگر جداپذیر بودند با اندازه‌گیری یک حالت بِل (با استفاده از یک حالت شبه‌بِل مناسب) درهم‌تنیده شدند. این فرآیند با حالت‌های شبه‌بِل متفاوت بررسی شد. هم‌چنین، نتایج نشان داد که می‌توان موقعیت‌ها را به تعداد 2^N موقعیت که $N=3,4,...$ است تعمیم داد و با اعمال اندازه‌گیری‌های متوالی حالت‌های بِل متشکل از یک حالت شبه‌بِل مناسب به تعداد $2^{N-1}-1$ بار، دو موقعیت ابتدایی و انتهایی را درهم‌تنیده کرد. به نظر می‌رسد که می‌توانیم این مدل را به عنوان طرح‌واره‌ای برای بنای تکرارگر کوانتومی معرفی کنیم که توسط آن حالت‌های همدوس درهم‌تنیده می‌توانند بین فواصل طولانی منتقل شوند.

مرجع‌ها

[1] N. Sangouard, C. Simon, N. Gisin, J. Laurat, R. Tualle-Brouri and P. Grangier, "Quantum repeaters with entangled coherent states." *J. Opt. Soc. Am. B* **27**, 6 (2010).

[2] H. J. Briegel, D. Wolfgang, J. Cirac and P. Zoller, "Quantum repeaters: the role of imperfect local operations in quantum communication." *Phys. Rev. Lett.* **81**, 5932 (1998).

[3] M. Ghasemi and M. K. Tavassoly, "Quantum repeater protocol in mixed single-and two-mode Tavis-Cummings models." *EPL (Europhysics Letters)* **123**, 2 (2018).

[4] Q. H. Liao, G. Y. Fang, Y. Y. Wang, M. A. Ahmad and S. Liu, "Entanglement swapping in two independent Jaynes-Cummings models." *Eur. Phys. J. D* **61**, 475 (2011).

[5] M. Ghasemi, M. K. Tavassoly and A. Nourmandipour, "Dissipative entanglement swapping in the presence of detuning and Kerr medium: Bell state measurement method." *Eur. Phys. J. Plus* **132**, 12 (2017).

[6] Y. Ming, W. Song and Z-L Cao, "Entanglement concentration for unknown atomic entangled states via entanglement swapping." *Phys. Rev. A* **71**, 3 (2005).

[7] R. Pakniat, M. K. Tavassoly and M. H. Zandi, "A novel scheme of hybrid entanglement swapping and teleportation using cavity QED in the small and large detuning regimes and quasi-Bell state measurement method." *Chin. Phys. B* **25**, 10 (2016).

[8] S. Agarwal, “Quantum Optics” Cambridge University Press (2013).

[9] R. Pakniat, M. H. Zandi and M. K. Tavassoly, "On the entanglement swapping by using the beam splitter." *Eur. Phys. J. Plus* **132**, 1 (2017).

[10] C. Gerry and P. L. Knight, “Introductory quantum optics” Cambridge University Press (2005).

[11] O. Hirota, "Error Free Quantum Reading by Quasi Bell State of Entangled Coherent States." *Quantum Meas. Quantum Metrol.* **4**, 1 (2017).

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-10-31]

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد.