





تحلیل عددی ایجاد میدان دنباله پالس میکروموج گاوسی در یک موجبر پلاسمایی

رضا فلاح، سید محمد خراشادیزاده گروه فیزیک، دانشکده علوم، دانشگاه بیرجند، بیرجند، ایران

چکیده-در این مقاله، انتشار پالس میکروموجی درون یک موجبر پلاسمایی مستطیلی درحضور یک میدان مغناطیسی یکنواخت خارجی بررسی شده است. برای این منظور، با استفاده از معادلات ماکسول و معادلات هیدرودینامیکی سیال، معادلهدیفرانسیلی برای پتانسیل دنباله پالس در موجبر محاسبه شده است. در ادامه با حل این معادله دیفرانسیل با استفاده از روش محاسباتی رانگ-کوتا مرتبه ۴، توزیع میدان الکتریکی دنباله پالس (\vec{E}_w) در موجبر پلاسمایی با فرض اینکه طول زمانی پالس برابر با دوره زمانی موج پلاسمایی است، شبیهسازی شده است. نتایج عددی نشان میدهد که میدان دنباله پالس میکروموج، با افزایش شدت پالس، طول زمانی پالس و میدان مغناطیسی خارجی تقویت یافته و با افزایش چگالی پلاسما، فرکانس پالس و عرض موجبر تضعیف میشود. بنابراین با بهینه سازی پارامترهای مربوط به پالس گاوسی و موجبر پلاسمایی، ایجاد میدان دنباله پالس قوی به منظور شتابدهی ذرات باردار امکان پذیر میباشد.

كليدواژه-برهمكنش ميكروموج با پلاسما، ميدان دنباله، موجبر پلاسمايي مستطيلي، پالس ميكروموج گاوسي، ميدان مغناطيسي خارجي

Numerical analysis of wakefield generated by a Gaussian microwave pulse in a plasma waveguide

Reza Fallah, Seyed Mohammad Khorashadizadeh

Department of Physics, Faculty of Science, University of Birjand, Brjand, Iran

Abstract-In this paper, the propagation of microwave pulse is investigated in the rectangular waveguide filled with plasma in the presence of constant external magnetic field. For this purpose, by using the Maxwell's equations and the hydrodynamic fluid equations, the differential equation is calculated for the wake potential in the plasma waveguide. In the following, the differential equation is solved by the fourth order Runge-Kutta method, the distribution of the wakefield in the plasma waveguide is simulated by assuming that the pulse duration is equal to the plasma wave duration. The numerical results show that the microwave wakefield is amplified by increasing the pulse intensity, pulse width and external magnetic field, and decreased by increasing the plasma density, the pulse frequency and the waveguide width. Therefore, by optimizing parameters related to Gaussian pulse and plasma waveguide, creating a strong wakefield can be possible to accelerate the charged particles.

Keywords: Microwave-plasma interaction, Wakefield, Plasma filled rectangular waveguide, Gaussian microwave pulse, External magnetic field.

1.1

۱- مقدمه

$$-\frac{u_g \partial n'_e}{\partial \xi} + \frac{n \cdot \partial u_z}{\partial \xi} + \frac{u_z \partial n'_e}{\partial \xi} = 0 \tag{1}$$

$$-\frac{u_g \partial u_z}{\partial \xi} + \frac{u_x \partial u_z}{\partial x} + \frac{u_z \partial u_z}{\partial \xi} = \frac{e}{m_e} \frac{\partial \varphi_w}{\partial \xi} + \frac{e u_y B_z(\xi)}{m_e} \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) + \frac{e u_y B_o}{m_e}$$
(7)

$$\mu_{e}e(n_{e+}n_{e}')u_{y} + \left(\frac{u_{g}}{c^{2}}\frac{\partial E(\xi)}{\partial\xi} + \frac{\pi B_{z}(\xi)}{a} + \frac{\partial B_{x}(\xi)}{\partial\xi}\right)\sin\left(\frac{\pi x}{a}\right) = 0 \qquad (7)$$

$$\frac{\partial^2 \varphi_w}{\partial \xi^2} = \frac{e n'_e}{\varepsilon_{\circ}} \tag{(f)}$$

که $\omega_p^2 = \frac{n_o e^2}{m_{e \&}}$ میدان دنباله، $\omega_p^2 = \frac{n_o e^2}{m_{e \&}}$ فرکانس $u_g = c \sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} - \frac{c^2}{\omega^2} (\frac{m^2 \pi^2}{a^2} + \frac{n^2 \pi^2}{b^2})}$, پلاسمایی، (سرعت گروه پالس در موجبر، m و n ثابتهایی هستند که سرعت گروه پالس در امتداد مختصات عرضی را توصیف n_e $\ll n_o$ و تغییرات میدانها در امتداد مختصات عرضی از توصیف recurrence n_o و توریم نسبیتی ضعیف $n_e' \ll n_o$ و توریم نسبیتی ضعیف $m_e' \ll n_o$ و توریم نسبیتی ضعیف $m_e' \ll n_o$ و توریم نسبیتی ضعیف $n_e' \ll n_o$ و توریم نسبیتی ضعیف $n_e' \ll n_o$ و توریم از توریم از توریم از توریم از توریم از توریم و توریم از توریم از توریم از توریم و توریم و

$$\begin{split} \frac{d^2 \varphi_w}{d\xi^2} + \frac{\omega_p^2}{u_g^2} \varphi_w &= \frac{ec^2 E_{\rm b}^2 \sin^2\left(\frac{\pi x}{a}\right)}{2m_e u_g^4} \times \\ \left[e^{-\frac{2(\xi - \frac{L}{2})^2}{W_{\rm c}^2}} \left(1 - \frac{u_g^2}{c^2}\right) - \frac{\pi^3 W_{\rm b}^2 \operatorname{erf}\left(\frac{(\xi - \frac{L}{2})}{W_{\rm c}}\right)^2}{4 a^2}\right] + \quad (\Delta) \\ &= \frac{ec^2 B_{\rm o} E_{\rm o} \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right)}{m_e u_g^3} \left[e^{-\frac{(\xi - \frac{L}{2})^2}{W_{\rm c}^2}} \left(1 - \frac{u_g^2}{c^2}\right) - \frac{\pi^2 \sqrt{\pi} W_{\rm b} E_{\rm b}}{2a^2} \left[\frac{W_{\rm c}}{\sqrt{\pi}} + (\xi - \frac{L}{2}) \operatorname{erf}\left(\frac{\xi - \frac{L}{2}}{W_{\rm c}}\right)\right]\right] \end{split}$$

به منظور بررسی ایجاد میدان دنباله پالس، معادله دیفرانسیل بالا با روش رانگ-کوتا مرتبه ۴ حل میشود و توزیع میدان دنباله پالس (\vec{E}_w)برای مقادیر مختلف شدت پالس، فرکانس پالس، عرض موجبر(a)، بزرگی میدان مغناطیسی خارجی و چگالی پلاسما شبیهسازی میشود.

شتابدهى ذرات باردار همواره موضوعى جالب براى تحقيقات نظری و آزمایشگاهی در زمینه برهمکنش لیزر با پلاسما بوده است، از سال ۱۹۷۹ که تاجیما و داوسون [۱] برای اولین بار استفاده از پالسهای کوتاه لیزری برای تحریک امواج پلاسما به منظور شتابدهی الکترونها پیشنهاد دادند، کارهای نظری و تجربی فراوانی در این زمینه صورت گرفته است[۴-۲]. اگر یک پالس پرتوان از پلاسما عبور کند، نیروی اثرگذار پالس باعث جدایی بارها شده و یک میدان دنباله بسیار قوی ایجاد می شود که به صورت طولی نسبت به زمینه ساکن یونی نوسان کرده و زمینهساز شتابدهی ذرات باردار می شود [-۵ ۶]. به استثنای تلاشهایی که برای ایجاد میدان دنباله در موجبر پلاسمایی توسط بیمهای الکترونی صورت گرفته است، لیزرها به طور گسترده برای شتابدهی به کار گرفته شده و مقدار انرژی چشمگیری هم بدست آمده است. اما لیزرهای پرتوان بسیار گران و نگهداری آنها هزینه بر است، همچنین ابزارهای پیچیده و دقیقی برای اندازه گیری نیاز است، از این رو از میکروموجها نیز برای شتابدهی ذرات باردار استفاده شده است[۸-۷]. در این پژوهش، با توجه به ساختار کمهزینه سیستمهای میکروموج و توانایی آنها در شتابدهی قابل توجه ذرات باردار، انتشار پالس میکروموجی گاوسی در یک موجبر پلاسمایی مستطیلی در حضور میدان مغناطیسی یکنواخت خارجی بررسی میشود.

۲- انتشار پالس میکروموج در موجبر

فرض میشود پالس میکروموجی با فرکانس ۵۵، شدت J_{0} و پهنای زمانی $(\tau = \frac{2\pi}{\omega_{p}})$ از یک موجبر مستطیلی (به عرض a و ارتفاع d) پر شده با یک پلاسما با چگالی n عبور میکند. معادلات حاکم بر انتشار پالس، معادلات ماکسول و هیدرودینامیکی سیال هستند. توزیع میدان الکتریکی و مغناطیسی میکروموج به ترتیب $(\frac{\pi x}{a}) = \hat{f} = \hat{f} E(\xi) \sin(\frac{\pi x}{a}) + \hat{k}B_{z}(\xi) \cos(\frac{\pi x}{a})$ مفاقده میشود. برای انجام محاسبات از تئوری اختلال استفاده میشود. با در نظر گرفتن معادلات حاکم به صورت مولفه ی، تغییر متغیر $m_{z} = x_{0}$

¹ Wakefield

۳- تحلیل عددی

برای شبیه سازی میدان ردپا، شرایط اولیه ای فرض می شود که پتانسیل دنباله φ_w و مشتق آن $\frac{d\varphi_w}{d\xi}$ در $\frac{L}{2} = \frac{3}{2}$ صفر است. در انتشار پالس میکروموج در موجبر، برای مقادیر خاصی از ابعاد موجبر، فرکانس پالس و چگالی پلاسما، حالت قطع در موجبر اتفاق می افتد. لذا در شکل ۱، تغییرات فرکانس قطع بر حسب عرض موجبر برای حالتی که ارتفاع فرکانس قطع بر حسب عرض موجبر برای حالتی که ارتفاع موجبر m^{-3} و 10¹⁵ m^{-3} ای 20 مارتفاع است. بررسی این شکل و رابطه فرکانس قطع $= c^{-1}$ است. بررسی این شکل و رابطه فرکانس قطع $= c^{-1}$ ایعاد موجبر، فرکانس قطع کاهش می یابد. همچنین این شکل نشان می دهد که با افزایش چگالی پلاسما (فرکانس نشان می دهد که با افزایش چگالی پلاسما (فرکانس پلاسمایی) مقدار فرکانس قطع افزایش می یابد. لذا در انتشار پلاسمایی) مقدار فرکانس قطع افزایش می یابد. دا در انتشار پلاسمایی که آن را پر می کند، دقت شود.



شکل ۱. تغییرات فرکانس قطع موج پلاسمایی بر حسب عرض موجبر برای f = 6 GHz.





I = mشکل ۳. تغییرات میدان دنباله در موجبر به عرض $a=4~{
m cm}$ برای $1.5 imes 10^{10} rac{w}{m^2}$



 $a{=}4$ شکل ۴. تغییرات میدان دنباله پالس در موجبر مستطیلی به عرض $n_\circ = 1.24 imes 10^{16} \, m^{-3}$ رای cm



شکل ۵. تغییرات ماکزیمم دامنه میدان دنباله پالس در موجبر مستطیلی بر حسب فرکانس پالس به عرض *a=*4 cm



۔ قابل دستر سی باشد

ماکزیمم دامنه میدان دنباله پالس بر حسب عرض موجبر رسم شده است. بررسی این شکل نشان می دهد که با افزایش عرض موجبر، ماکزیمم دامنه میدان دنباله کاهش یافته و برای حالتی که چگالی پلاسما $10^{15}m^{-3} \times 10^{15}$ است مقدار آن از $\frac{Mv}{m}$ 19 برای عرض موجبر cm 4 cm به مقدار می میده می شود که با افزایش چگالی پلاسما، ماکزیمم دامنه میدان دنباله پالس در موجبر کاهش می یابد.

۴- نتیجهگیری

در این مقاله، انتشار پالس میکروموجی با نمایه گاوسی در یک موجبر پلاسمایی مستطیلی در حضور میدان مغناطیسی خارجی بررسی شد. با استفاده از معادلات حاکم بر پلاسما، رابطهای برای پتانسیل الکتریکی دنباله پالس (ردپای پالس) محاسبه گردید، سپس با استفاده از محاسبات عددی توزیع میدان الکتریکی دنباله پالس درون موجبر پلاسمایی بر میدان الکتریکی دنباله پالس درون موجبر پلاسمایی بر شبیه سازی و بررسی شد. با توجه به نتایج تحلیل عددی، شبیه سازی و بررسی شد. با توجه به نتایج تحلیل عددی، برای ایجاد میدان دنباله پالس قوی به منظور شتابدهی ذرات باردار، پیشنهاد می شود پالس میکروموج گاوسی با شدت بالا و فرکانس کم در یک موجبر باریک که با پلاسمایی با چگالی کم پر شده و تحت تاثیر یک میدان مغناطیسی قوی قرار دارد

مراجع

- T. Tajima, J. M. Dawson, *Phys. Rev. Lett.* 43 (1997) 267.
- [2] M. Litos, E. Adli, W. An, C.I. Clarke, C.E. Clayton, et al., *Nature* 515 (2014) 92.
- [3] W. P. Leemans, A.J. Gonsalves, H.S. Mao, K. Nakamura, C. Benedetti, C.B. Schroeder, et al., *Phys. Rev. Lett.* **113** (24) (2014) 245002.
- [4] A. J. W.Reitsma, D. A.Jaroszynski, *Laser Part. Beams* 22 (2004) 407-13.
- [5] Y. Nishida, N. Sato, *Phys. Rev. Lett.* **59** (1987) 653.
- [6] H. K. Malik, S. Kumar, Y. Nishida, *Opt. Comm.* 280 (2007) 417-23.
- [7] S. Y. Park, J. L. Hirshfield, *Phys. Rev. E* 62 (1997) 1266-83.
- [8] Y. Nishida, S. Kusaka, N. Yugami, *Phys. Scr.* T 52 (1994) 65-8.

شکل۲ تغییرات میدان دنباله پالس در موجبر مستطیلی به عرض a=4 cm و ارتفاع b=6 cm برای حالتی که شدت f=5~GHz پالس $I=10^{10}rac{w}{m^2}$ پالس ، $I=10^{10}$ بزرگی میدان مغناطیسی خارجیB=1mT و چگالی باشد را $n_\circ = 3.1 imes 10^{15} m^{-3}$ باشد را $n_\circ = 0.1 imes 10^{15} m^{-3}$ باشد را $f_c = f_c$ نشان میدهد. با انتخاب مقادیر بالا، فرکانس قطع 4.53 GHz محاسبه می شود. از شکل۲ مشاهده می شود، دامنهی میدان دنباله به $rac{MV}{m}$ میرسد که با فرکانس نسبت به زمينه يونی نوسان $f_p = 4.9 imes 10^8 Hz$ میکند. در شکل۳ برای مشاهده میزان تاثیر شدت پالس میکروموج، تغییرات میدان دنباله را با در نظرگرفتن پارامترهای فرض شده در شکل ۲ با این تفاوت که در این ، بالس $I = 1.5 imes 10^{10} rac{w}{m^2}$ باشد، $I = 1.5 imes 10^{10} rac{w}{m^2}$ شبیهسازی شده است. با مقایسه شکل ۳ با ۲ مشاهده $10^{10} rac{w}{m^2}$ مىشود كه با افزايش شدت پالس از به $\frac{w}{m^2}$ به $10^{10} rac{w}{m^2}$ دامنه میدان دنباله پالس ۵۲٪ افزایش پیدا می کند و مقدار آن به حدود <u>MV</u> 29 میرسد. چگالی الكتروني يلاسمايي كه موجبر را ير ميكند نيز نقش مهمي در انتشار پالس در موجبر ایفا می کند، لذا در شکل ۴ تغییرات n= ميدان دنباله پالس درون موجبر مستطيلي براى و بر حسب سایر پارامترهای درنظر $1.24 imes 10^{16} m^{-3}$ گرفته شده در شکل ۲ شبیهسازی شده است. مقایسهی شکلهای ۴ با ۲ نشان میدهد که با افزایش چگالی پلاسما، میدان دنباله پالس به تدریج تضعیف می شود و دامنه ی آن از مقدار $\frac{Mv}{m}$ 19 مىرسد. با افزايش چگالى از مقدار $\frac{Mv}{m}$ 13 مىرسد. با افزايش جگالى پلاسما تا مقدار $10^{16}m^{-3}$ بلاسما تا مقدار ا افزایش مییابد. در شکل ۵، با درنظر $f_c = 4.61 \; GHz$ گرفتن پارامترهای فرض شده در شکل۲، توزیع دامنه بیشینه میدان دنباله بر حسب فرکانس پالس شبیهسازی شده است. این شکل به وضوح نشان میدهد که افزایش فرکانس پالس سبب تضعيف ميدان دنباله پالس شده اما تقويت ميدان مغناطيسي خارجي مي تواند باعث افزايش دامنه ميدان دنباله شود. کاهش شدید میدان دنباله با افزایش فرکانس پالس را می توان با توجه به رابطه سرعت گروه و همچنین رابطه (۵) که نشان میدهد پتانسیل دنباله به صورت معکوس به سرعت گروه وابسته است، توجیه و تفسیر کرد. در شکل ۶ تغییرات