بیستمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران
و ششمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران
۸ تا ۱۰ بهمن ماه۱۳۹۲ - دانشگاه صنعتی شیراز

برهم کنش اتم‌های دو ترازه با فوتون در یک کاواک یک بعدی در حضور تیغه‌ی فراماده

ایمان تورانی و محمد مهدی گلشن

بخش فیزیک، دانشگاه شیراز

چکیده- امروزه مطالعه انتشار نور در محیط های فراماده و استفاده های بالقوه از آن قسمت مهمی از پژوهش های اپتیکی را تشکیل داده است. در این مطالعات معمولا از نورهای کلاسیک استفاده شده، طبیعت کوانتومی نور مدنظر قرار نمی گیرد. از اینرو در این مقاله یک مدل کاملا کوانتومی شامل یک کاواک ایده آل یک بعدی، یک اتم دو ترازه و تیغه ای فراماده، بررسی می شود.گسیل خود به خود اتم باعث می شود که در کاواک تداخل ایجاد شده و منجر به تشکیل امواج ایستا گردد. با بررسی موج ایستای تشکیل شده، اثر تیغه فراماده بر فاز فوتون ها گزارش خواهد شد.

کلید واژه: برهمکنش اتم-فوتون، ضریب شکست منفی،کوانتش میدان

Interaction of Two-Level Atoms and Photons in a One Dimensional Cavity Containing a Slab of Metamaterial

Iman Toorani and M.M. Golshan

Physic Department, Shiraz University, Shiraz

Abstract-Since the realization of metamaterials in 2000, much interest has been devoted to the study of light propagation in the presence of such materials. In the previous treatments the light is taken as a classical entity and its quantum nature has been suppressed. In the present article, therefore, a quantum mechanical investigation of the behavior of light (photons), emitted by a two-level atom inside an ideal one dimensional cavity which includes slab of metamaterial is reported. Spontaneously emitted photons inside the cavity form patterns of interference which indicate the presence of metamaterial. Effects of metamaterial on the patterns are also reported.

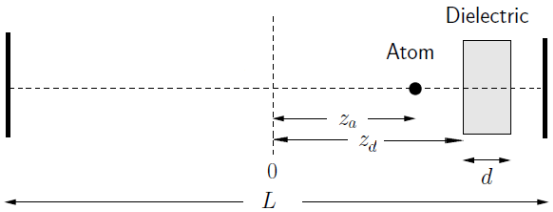
Keywords: photon-atom interaction, negative index of refraction, quantized fields

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-05]

۱- مقدمه

نظریه محیط های با ضریب شکست منفی[1]، NRM، اولین بار در سال ۱۹۶۸ توسط وسلاگو[2] مطرح شد[۱]. وسلاگو پیشبینی کرد که اگر ε, μ همزمان منفی باشند؛ محیطی خواهیم داشت که ویژگی هایش با خصوصیات محیطی معمولی تفاوت خواهد داشت. از آنجا که در چنین محیط هایی بردار میدان الکتریکی، مغناطیسی و بردار موج یک دستگاه مختصات چپگرد تشکیل می دهند؛ از این رو این مواد را چپگرد[3]، LHM، می نامند. این مواد همچنین به محیط هایی با ضریب شکست منفی نیز شناخته می شوند. بدین ترتیب واضح است که انتشار و تداخل امواج الکترومغناطیسی در محیطی با ضریب شکست منفی نسبت به حالتی که تداخل در محیط معمولی رخ می دهد متفاوت خواهد بود. این تفاوت در الگوی تداخلی را می توان ردپایی از محیط های با ضریب شکست منفی در نظر گرفت و در نتیجه حضور اینگونه محیط ها را شناسایی کرد.

برای بررسی الگوی تداخلی در حوزه کوآنتمی، در این مقاله به بررسی انتشار میدان الکترومغناطیسی چند مد، ناشی از گسیل خود به خود اتمی دو ترازه که در فضای بین دو آینه ایده آل، یک کاواک یک بعدی، خواهیم پرداخت. در این کاواک و موازی با آینه ها یک تیغه نازک از دی الکتریک با ضریب شکست منفی قرار دارد[۲]. شمایی از این مدل در شکل (۱) نشان داده شده است. برای بدست آوردن اثر تیغه بر الگوی تداخلی ابتدا لازم است که عملگر میدان الکترومغناطیسی در سه ناحیه ی خلا، تیغه و مجددا خلا را بدست آورده، عملگر هامیلتونی را برای سامانه ی مورد بحث می نویسیم. توجه می شود که در گزارش های قبلی مدلی با حداکثر دو ناحیه مورد بررسی قرار گرفته است[۳و۴]. سپس با استفاده از عملگر تحول زمانی، تحول حالت اولیه که در آن اتم برانگیخته بوده[۵] و حالت میدان الکترومغناطیسی خلاء است، را حساب می کنیم. آنگاه از نتایج این محاسبات جهت مشخص شدن افت و خیز میدان، $<E^2(z,t)>-<E(z,t)>^2$، استفاده نموده، تولید الگوهای تداخلی را بررسی می نماییم. مقایسه ای بین حالتی که تیغه دی الکتریک ضریب شکست مثبت داشته و حالتی که تیغه فراماده است منجر به تشخیص ماده اخیر خواهد شد.



شکل ۱ : شمایی از کاواک مورد بررسی. طول های مورد استفاده عبارتند از: $z_a = 0.3L$ ، $z_d = 0.4L$ ، $d = 0.016L$.

۲- عملگر میدان الکترومغناطیسی در سه ناحیه کاواک

چنانچه می دانیم،عملگر میدان الکتریکی (مغناطیسی) در نقطه $\vec{x}$ و لحظه t در کلی ترین حالت به شکل(نماد های استاندارد) :

(۱)

$$\vec{E}(\vec{x},t)=\sum_{\vec{k},\lambda}[\vec{f}_{k,\lambda}(\vec{x})a^{+}_{\vec{k},\lambda}(t)+\vec{f}^{*}_{\vec{k},\lambda}(\vec{x})a_{k,\lambda}(t)]$$

که در آن $\vec{k}$ بردار موج فوتون و λ قطبش آنست، نوشته می شود. یادآوری می شود که $\vec{f}_{\vec{k},\lambda}(\vec{x})$ در معادلات ماکسول صدق می کنند.اگر مرزی در محیط وجود نداشته باشد، $\vec{f}_{\vec{k},\lambda}(\vec{x})=\hat{\varepsilon}_{\vec{k}}\exp[i(\vec{k}.\vec{x}-\omega t)]$ خواهد بود. از طرف دیگر وجود مرزهایی مانند شکل (۱) و در نتیجه شرایط مرزی ناشی از آن، باعث می شود که ترکیب خطی از امواج تخت در $\vec{f}_{\vec{k},\lambda}(\vec{x})$ در معادله (۱) ظاهر شود. با فرض قطبش تخت و انتشار در راستای محور کاواک، محور z ها، عملگر میدان الکتریکی (مغناطیسی) را به طور خلاصه به شکل زیر می نویسیم (تصویر شرودینگر) :

$$\hat{E}(z)=\sum_{m}E_m(z)(\hat{a}_m+\hat{a}^{+}_m). \qquad (۲)$$

ارضاء شرایط مرزی در چهار مرز موجود، آینه ها و لبه های دی الکتریک، منجر به عبارات زیر برای دامنه های عملگر ها در رابطه ی (۲) می شود:

[1] Negative Refraction Material
[2] Veslago
[3] Left Handed Material

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-05]

$$E_m(z)=A_m\begin{cases}\sin k_m^{vac}(z+L/2) & z\le 0.4\\ B_m[\sqrt{\varepsilon_m\mu_m}\sin(k_m^{vac}L/2)\\ \cos\sqrt{\varepsilon_m\mu_m}k_m^{vac}(z-z_d)+ & 0.4\le z\le 0.4+d\\ \cos(k_m^{vac}L/2)\sin\sqrt{\varepsilon_m\mu_m}k_m^{vac}(z-z_d)]\\ C_m\sin k_m^{vac}(z-L/2) & z\ge 0.4+d\end{cases}$$

(۳)

در معادله (۳) شاخص m مدهایی که در کاواک می توانند وجود داشته باشند را مشخص نموده و دامنه ها (با استفاده از شرایط مرزی) برابرند با:

$$B_m=(\mu/\sqrt{\varepsilon\mu})[\sin(k_m^{vac}(z_d+L/2))/\sin(k_m^{vac}L/2)]$$

$$C_m=B_m[(\sqrt{\varepsilon\mu}/\mu)\sin(k_m^{vac}L/2)\cos(\sqrt{\varepsilon\mu}k_m^{vac}d)+\cos(k_m^{vac}L/2)\sin(\sqrt{\varepsilon\mu}k_m^{vac}d)]$$

(۴)

در دو معادله اخیر k_m^{vac} عدد موج مد m ام در خلاء را نشان می دهد. در روابط(۳) دامنه ی کلی، A_m، از برابر قرار دادن کل انرژی الکترومغناطیسی با $\hbar\omega_m$ بدست می آید.

۳- تحول زمانی افت و خیزهای میدان

در تقریب دو قطبی الکتریکی و امواج چرخان[۶]، هامیلتونی اتم-فوتون در سامانه شکل (۱) به صورت زیر نوشته می شود:

$$H=\hbar\omega_a\sigma^z+\sum_m\hbar\omega_m a_m^+a_m+\sum_m\hbar(g_m a_m\sigma^+ + g_m^* a_m^+\sigma^-)$$

(۵)

که در آن $g=g(z_a)=dE(z_a)$ مطابق $E(z_a))$ رابطه (۳)تعریف شده است) جفتیدگی اتم و فوتون ها را در محل اتم توصیف می کند. برای گذارهای تک فوتونی،حالت کلی سیستم ترکیب خطی از حالتهای $|e,0\rangle,|g,1_m\rangle$ می باشند. حالت $|e,0\rangle$ حالتی است که در آن اتم برانگیخته بوده و هیچ فوتونی وجود ندارد. از طرف دیگر $|g,1_m\rangle$ حالتی را وصف می کند که در آن اتم در حالت پایه قرار داشته و تک فوتونی در مد m ام وجود دارد.حالت کلی سیستم به صورت زیر نوشته می شود:

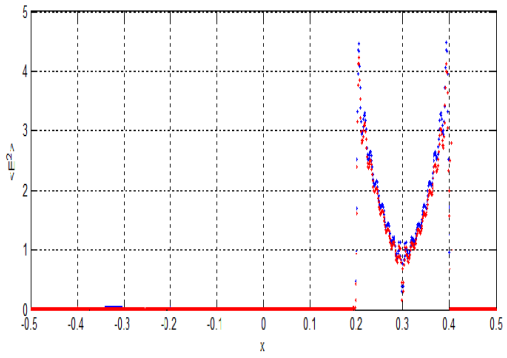
$$|\Psi(t)\rangle=c(t)|e,0\rangle+\sum_m b_m(t)|g,1_m\rangle \qquad (۶)$$

بر اساس تعریف این حالت و معادله (۲) می توان نوشت:

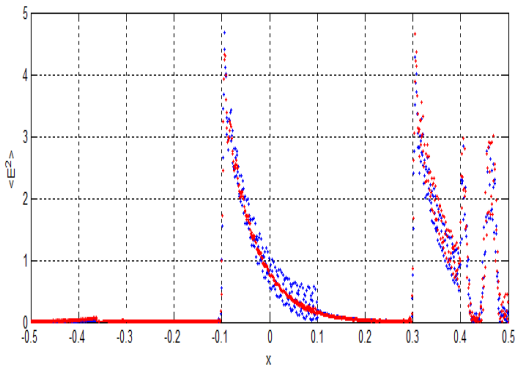
$$\langle\Psi(t)|E^2(z)|\Psi(t)\rangle=\left|\sum_m b_m(t)E_m(z)\right|^2 \qquad (۷)$$

پس از قرار دادن رابطه (۶) در معادله ی شرودینگر، معادلات حاصل برای ضرایب بسط را می توان به شیوه های مختلف حل نمود. با توجه به آنکه نتایج بدست آمده روابطی طولانی و پیچیده اند، از آوردن شکل صریح ضرایب بسط در رابطه ی (۷) خودداری می شود. با توجه به آنکه میانگین میدان الکتریکی برای حالت (۶) صفر است، افت و خیز های میدان الکتریکی در کاواک توسط رابطه ی (۷) مشخص می شود. این افت وخیز ها را بر حسب مکان و برای زمان های مشخص در شکل های (۲)، (۳) و (۴) نمایش داده ایم. در این شکل ها منحنی های آبی و قرمز افت و خیزها را برای، به ترتیب، تیغه ی فرا ماده و معمولی نشان می دهد. یادآوری می شود که در رسم این شکل ها اتم در نقطه $z_a=0.3L$ قرار گرفته است. از شکل (۲) مشخص است که احتمال حضور فوتون در نقاط $0.7L$ و $0.4L$ در زمان $t=0.1L/c$، بیشینه است. این نتیجه با توجه به آنکه در این مدت فوتون در فاصله ای به طول $0.1L$ در اطراف اتم قرار دارد، نتیجه ای معقول است. از طرف دیگر در مدت $t=0.4L/c$ فوتون پس از برخورد با آینه سمت راست بازتابیده شده و در قسمت خلا سمت راست یک موج ایستا تشکیل می دهد. این نتیجه نیز از شکل (۳) که در آن شدت میدان الکترومغناطیسی بر حسب مکان و برای $t=0.4L/c$ رسم شده است، کاملاً معلوم است. اضافه می شود که قله های کاملاً مشخص در این دو شکل نتیجه مستقیم برهمنهش مد های مختلف در کاواک است. برای مشاهده ی هرچه بهتر این نکته، در شکل (۴) جزییات الگوی تداخلی آمده است. این شکل برای محدوده ی مکانی $0.35L-0.35001L$ و در زمان $t=0.5L/c$ رسم شده است. خاطر نشان می شود که در این مدت فوتون بازتابیده در خلا سمت چپ قرار می گیرد.

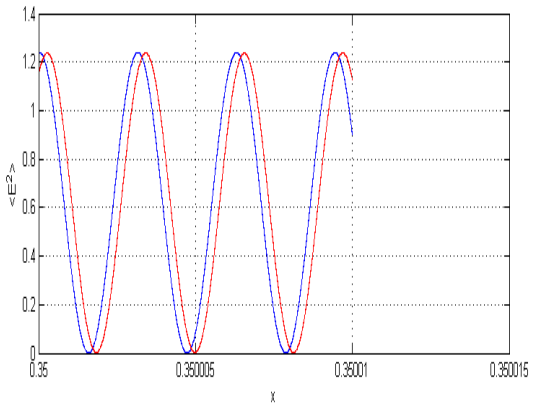
[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-05]



شکل۲: شدت میدان الکترومغناطیسی، $< E^2 >$، بر حسب x در زمان $t = 0.1L/c$. منحنی قرمز (آبی) رنگ نشانگر شدت در حضور دی الکتریک معمولی (فرامادہ) می باشد.



شکل ۳: شدت میدان الکترومغناطیسی، $< E^2 >$، بر حسب x در زمان $t = 0.4L/c$. منحنی قرمز (آبی) رنگ نشانگر شدت در حضور دی الکتریک معمولی (فرامادہ) می باشد.



شکل ۴ :جزییات موج ایستاده در بازه 0.35 تا 0.35001 در زمان $t = 0.5L/c$. منحنی قرمز (آبی) رنگ نشانگر شدت در حضور دی الکتریک معمولی (فرامادہ) می باشد.

۴- نتیجه‌گیری

در مقاله ی حاضر رفتار میدان الکترومغناطیسی کوآنتیده ناشی از گسیل خود به خود اتم دو ترازه در یک کاواک ایده آل و در حضور یک تیغه ی فرامادہ گزارش گردیده است. حضور تیغه ی فرامادہ باعث تغییر فاز فوتونی شده و در نتیجه الگوی تداخلی امواج الکترومغناطیسی، نسبت به حالتی که در آن تیغه یک دی الکتریک معمولی است، دستخوش تغییر می شود. مطالب ارایه شده می تواند به شاخصی جهت تعیین نوع ماده، معمولی یا فرامادہ گردد.

مراجع

[1] Veselago, Victor Georgievich, *The Electrodynamics of Substance with Simultaneously Negative Value of* ε *and* μ , Sov. Phys. Usp. 10, 509-514, 1968Lundstrom M., Fundamentals of Carrier Transport, p. 44, Cambridge University Press, 2000.

[2] Sikes, Daniel, *Theoretical Schemes for Negative Refraction and Enhanced Refractive Index in Atomic Systems*, university of Wisconsin-Madison,2012.

[3] Ligare, Martin.; Oliveri, R. ,*The calculated photon: Visualization of a quantum field*,. Am. J. Phys. 2002, 70, 58–66.

[4] Ligare, Martin K. and Mod, J.. ,*Propagation of Quantized Fields in Negative-Index Media*, Optics 58, 1551. 2011.

[5] Ooi Chong Heng, *Single-photon pulse propagation in and into a medium of two-level atoms:Microscopic Fresnel equations* , Physical Review A 84, 063851 (2011). (*ISI/SCOPUS Cited Publication*),2011.

[6] Sikes, Daniel and Yavuz, Deniz, *Negative Refraction with Low Absorption using Raman Transitions with Magneto-Electric Coupling*, Phys. Rev. A**82** 011806(R) (2010).

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-05]