# محاسبه تغییرات ضریب شکست در تقویت‌کننده فیبری با فرض انتشار همرفت و تابشی گرما از سطح فیبر

مریم کریمی[۱]*، کاظم جمشیدی قلعه[۲] ، مهدی امنیت طلب[۳]، امیر سپهوند[۲]، آذین شوهانی[۳]

[۱]پژوهشگاه علوم و فنون هسته‌ای، سازمان انرژی اتمی، انتهای خیابان کارگر شمالی ، تهران
[۲]گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه شهید مدنی آذربایجان
[۳]گروه فیزیک ، دانشکده علوم پایه، دانشگاه ارومیه

**چکیده –در این مقاله با افزودن تاثیر تابش از سطح فیبر به‌همراه جریان همرفت گرما، معادلات انتشار گرما در تقویت‌کننده فیبری بازنویسی شد. با حل عددی معادله مرتبه چهار، دمای سطح در تقویت‌کننده فیبر تعیین و سپس با استفاده از آن، دما و ضریب شکست در هر فاصله طولی و شعاعی از مرکز فیبر در تقویت کننده فیبری تعیین شد. همچنین تغییرات دمایی برای مقادیر مختلف پمپ ورودی محاسبه و نتایج آن با تفسیر ارائه شد.**

کلید واژه- ضریب شکست، اثرات گرمایی، انتقال تابشی حرارت.

# Calculation of refractive index variation in fiber amplifier with convection and radiation heat transfer from fiber surface

Maryam Karimi[1], Kazem Jamshidi-Ghaleh[2], Mahdi Amniat Talab[3], Amir Sepahvand[2], Azin Shohani[3]

[1]Institute of Nuclear Science and Technology, AEOI, Tehran, Iran
[2]Department of Physics, Azarbaijan Shahid Madani University, West Azarbaijan, Tabriz, Iran
[3]Department of Physics, Urmia University, 11km SERO Road, Urmia, , Iran

Abstract- In the present paper, by increasing the radiation effect on convection heat term, the heat transfer equation was rewritten at the fiber amplifier. By numerical solving of the fourth order equation, the surface temperature of fiber amplifier was determined and then using it, the temperature and refractive index at any longitudinal and radial distance of fiber amplifier was determined. The temperature variation of different pump power was calculated and the results were interpreted.

Keywords: Refractive Index, Thermal Effects, Radiation Heat Transfer

[ Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-01 ]



این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد

## ۱- مقدمه

آلاینده موجود در محیط لیزر یا تقویت‌کننده که تحت دمش قرار می‌گیرد با وجود نقص‌های کوانتمی باعث تولید حرارت در محیط فعال می‌شود.

حرارت در محیط فعال محدودیت‌هایی در افزایش توان لیزرها و تقویت‌کننده‌ها ایجاد می‌کند زیرا گرما باعث ایجاد پدیده‌های مختلف مانند لنزهای گرمایی، تنش‌های مکانیکی در محیط فعال، تغییر ضریب شکست و در نتیجه دوشکستی شدن محیط فعال می‌شود این پدیده در لیزرهای بزرگ حالت جامد باعث ایجاد عدسی گرمایی و در لیزرها و تقویت‌کننده‌های فیبری باعث پدیده نوظهور ناپایداری مدی می‌شود که باعث ایجاد نوساناتی در مقیاس کیلوهرتز در خروجی آنها می‌شود [۱].

مطالعه و بررسی توزیع حرارت و در پی آن تغییرات ضریب شکست در تقویت‌کننده‌ها و لیزرهای فیبری اولین گام برای پیش‌بینی و کنترل این پدیده در لیزرها و تقویت کننده‌های توان بالا محسوب می‌شود. در لیزرهای با سطح مقطع بزرگ خنک‌سازی معمولاً توسط جریان آب صورت می‌گیرد ولی در لیزرها و تقویت کننده‌های توان بالای فیبری خنک سازی توسط هوای اطراف انجام می‌شود. در این مقاله انتقال تابشی گرما از سطح فیبر در محاسبات انتقال حرارتی در تقویت کننده فیبری اضافه و روابط مربوطه بازنویسی شده است. همچنین تاثیر اثرات گرمایی در تغییرات ضریب شکست محاسبه و نتایج حاصل از شبیه‌سازی برای مقادیر مختلف پمپ ورودی ارائه و تفسیر شده است.

## ۲- معادلات توزیع دما با فرض انتشار همرفت و تابشی از سطح فیبر در محیط تقویت کننده

انتقال حرارت در یک محیط از سه طریق رسانشی، همرفت و تابش صورت می‌گیرد که به ترتیب با قانون‌های فوریه، نیوتن و استفان بولتزمن بررسی می‌شوند [۲]. گرما به دلیل وجود آلاینده در مغزی در همین ناحیه تولید می شود و انتشار تا سطح فیبر فقط از طریق رسانایی انجام می‌شود. سطح فیبری برای خنک سازی با هوا در تماس است و گرما از سطح فیبر با دو طریق انتقال همرفت و تابش دفع می‌شود که در برخی مقالات تاثیر تابش از سطح فیبر در محاسبات انتقال حرارت صرف‌نظر می‌شود.

در این مقاله انتقال گرما از طریق تابش در محاسبات گرمایی لحاظ شده است و معادلات با فرض انتقال همرفت و تابشی بازنویسی شده است. انتشار گرما با رابطه زیر بیان می‌شود [۳]:

$$\nabla(-K\nabla T)=Q(z), \qquad (۱)$$

که برای نواحی مختلف معادله انتشار گرما به‌صورت زیر خواهد بود:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T_{co}(r)}{\partial r}\right)=-\frac{Q(z)}{K}, \qquad (0\le r\le a) \qquad (۲)$$

و برای ناحیه غلاف داریم:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T_{cl}(r)}{\partial r}\right)=0 \qquad ,(a\le r\le c) \qquad (۳)$$

در عبات فوق $r$، مختصه شعاعی فیبر، $K=1.38Wm^{-1}K^{-1}$، ضریب هدایت گرمایی در محیط (شیشه)، $T_{co}$ و $T_{cl}$، به‌ترتیب دما در ناحیه مغزی و غلاف‌ها است. $Q(z)$، گرمای تولید شده در محیط بهره، منبع گرمای تولید شده در مغزی فیبر از رابطه $Q(z)=\frac{\alpha P_{abs}(z)}{\pi a^2}(1-S)$ پیروی می‌کند که در آن، $\alpha=\alpha_s(x)+\alpha_p$، و $\alpha_p$ تلفات در طول‌موج دمش و $\alpha_s(x)$، ضریب پراکندگی است. $S$، ضریب بهره کوانتمی است که مقدار آن برابر $\lambda_p/\lambda_s$، که $\lambda_s=1010nm$، $\lambda_p=975\,nm$ و $P_{abs}(z)$ توان جذب شده در فیبر است که برای یک تقویت کننده، $P_{abs}(z)=P_p(z)$ در نظر گرفته می‌شود [۴]. با فرض آنکه اتصال بین ناحیه غلاف و مغزی کامل باشد آنگاه طبق شرایط مرزی دما و مشتق آن در مرزها پیوسته است، دما در مرکز فیبر ثابت است زیرا مشتق دما در مرکز باید صفر باشد. با فرض برابر بودن مقادیر ضریب رسانایی گرمایی در سه ناحیه، شریط مرزی فقط در ناحیه غلاف با هوای اطراف باید لحاظ شود با این فرض فیبر تک غلافه خواهد بود و در این حالت داریم:

$$T_{co}(a)=T_{cl}(a),\ \frac{dT_{co}(r=a)}{dr}=\frac{dT_{cl}(r=a)}{dr} \qquad (۴)$$

انتشار گرما از سطح فیبر به بیرون با دو عامل همرفتی هوای اطرف و تابش از سطح فیبر انجام می‌شود با صرف-نظر از پوشش نازک خارجی فیبر شرایط مرزی در مرز هوا و غلاف فیبر به‌صورت زیر خواهد بود:

$$\frac{dT_{cl}(r=c)}{dr}=\frac{h}{K_h}\left(T_c-T_{cl}(r=c)\right)+\frac{\sigma_b\varepsilon}{K_h}\left(T^4{}_c-T^4{}_{cl}(r=c)\right) \qquad (۵)$$

در معادلات فوق $h=100\,Wm^{-2}K^{-1}$ ضریب انتقال همرفت،



این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد

[ Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-01 ]

$K_h = 0.025\ Wm^{-1}K^{-1}$، ضریب هدایت گرمایی هوا، $\sigma_b = 5.67\times10^{-8}\,W/\left(m^2K^4\right)$، ثابت استفان بولتزمن، $\varepsilon = 0.85$ ضریب تابش، $T_{cl}(r=c)$ دما در مرز غلاف و هوا است. در معادله (۵)، دما در نقطه c، مرز بین غلاف و هوا تعیین می‌شود. حل معادلات (۲) و (۳) همراه با دو شرط مرزی در مرکز و حد فاصل غلاف و مغزی، مقادیر دو ضریب ثابت از چهار ضریب را تعیین می‌کند. با جایگذاری مقادیر در رابطه (۵)، می‌توان مقدار دما را از معادله مرتبه چهار زیر به‌دست آورد:

$$f\left(T_{cl}(r=c)\right)=\frac{\sigma_b\varepsilon}{K_h}T_{cl}^4(r=c)+\frac{h}{K_h}T_{cl}(r=c) \\ -\frac{Q(z)a^2}{2Kc}-\frac{\sigma_b\varepsilon}{K_h}T_c^4-\frac{h}{K_h}T_c \qquad (۶)$$

در معادله (۶)، $T_c = 290\,K$ دمای هوای بیرونی است. با قرار دادن مقدار $T_{cl}(r=c)$ در رابطه (۲) مقدار دما در مرکز فیبر از رابطه زیر به‌دست می‌آید:

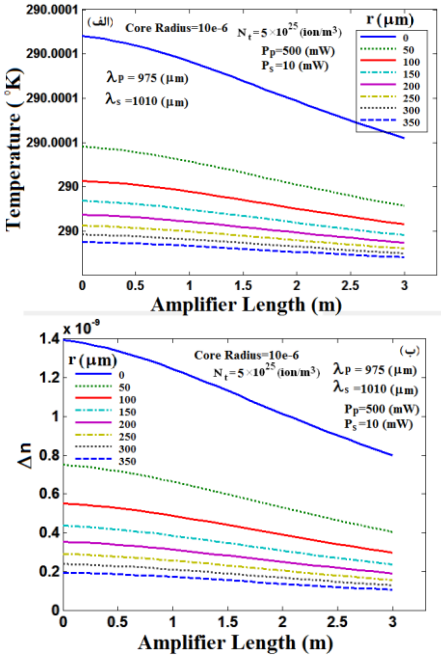
$$T_0=\frac{Q(z)a^2}{2K}\ln(c/a)+\frac{Q(z)a^2}{4K}+T_{cl}(r=c) \qquad (۷)$$

با قرار دان دما در نقطه صفر می‌توان با استفاده از روابط (۲ و ۳) دما را در هر فاصله از مرکز فیبر محاسبه کرد. با افزایش دما علاوه بر انبساط حجم جسم که خود باعث تغییر ضریب شکست می‌شود، جسم دچار تنش[۱] می‌شود. پیش از این تغییرات ضریب شکست در فیبر تک مد بر حسب تغییرات دمایی اندازه‌گیری شده است [۵]. در محاسبات و تعیین ضریب شکست این دو عامل مجموعاً باعث تغییرات ضریب شکست می‌شود [۶]. در حالت عمومی می‌توان این دو عامل را به‌صورت یک ضریب در تغییرات ضریب شکست به‌صورت $\Delta n = \Delta T\cdot dn/dT$، نظر گرفت. $dn/dT$، شیب منحنی ضریب شکست نسبت به دما وابسته طول موج است که به‌طور تجربی اندازه‌گیری می‌شود [۷]. در اکثر مواد ضریب شکست با دقت بالایی از رابطه سلمیر به‌دست می‌آید. در برخی از شیشه‌ها تغییرات ضریب شکست در برخی از طول موج‌ها نسبت به دما در مرجع [۸] به‌دست آمده است. تغییرات ضریب شکست در طول موج‌های پر کاربرد در فیبرها بطور تجربی تعیین شده است. با مقایسه آنها مقدار این ضریب را در دمای تقریبی ۳۰۰ درجه کلوین ثابت و برابر $dn/dT = 1.29\times10^{-5}/{}^0C$ فرض نمود [۹].

## ۳- نتایج محاسبات عددی

برای تعیین تغییرات دمایی، پس از حل معادلات نرخ [۱۰] و تعیین مقدار توان پمپ در هر فاصله طولی از فیبر، معادله مرتبه چهار (۶) باید حل شود. در این مقاله از روش عددی نیوتن-رافسون[۲] یا وتری برای حل این معادله استفاده شده است. از آنجا $f\left(T_{cl}(r=c)\right)$ یک معادله درجه چهار و دارای شیب بالایی است، استفاده از روش وتری در مقایسه با سایر روش‌های عددی سرعت محاسبات را افزایش می‌دهد. با حل معادله (۶)، مقدار $T_0$ از رابطه (۷) حاصل شده و می‌توان دما را در هر شعاعی از فیبر به دست آورد.

تغییرات دما و $\Delta n$ بر حسب طول تقویت‌کننده در شکل (۱-الف و ب) ترسیم شده است. همان‌طور که از این شکل مشاهده می‌شود در فاصله‌های دورتر از نقطه مرکز، دمای فیبر و در پی آن تغییرات ضریب شکست کمتر می‌شود.




شکل ۱: تغییرات الف- دمای فیبر ب- ضریب شکست، بر حسب طول تقویت کننده فیبر در فواصل مختلف از مرکز فیبر.

در شکل (۲)، تغییرات ضریب شکست برحسب شعاع فیبر برای طول موج‌های مختلف سیگنال ورودی در نقطه z=0، ترسیم شده است. همان‌طور که از این شکل مشاهده می‌شود در طول موج سیگنال ۱۰۱۰ nm تغییرات دما در تقویت کننده کمترین مقدار و در طول موج ۱۰۶۴ nm بیشترین مقدار را دار است. دلیل این امر بالا بودن سطح

[۱] Stress

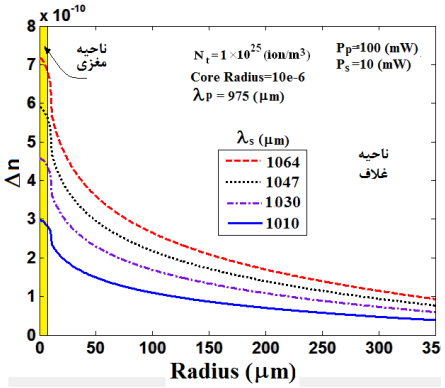
[۲] Newton-Raphson Method



این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد

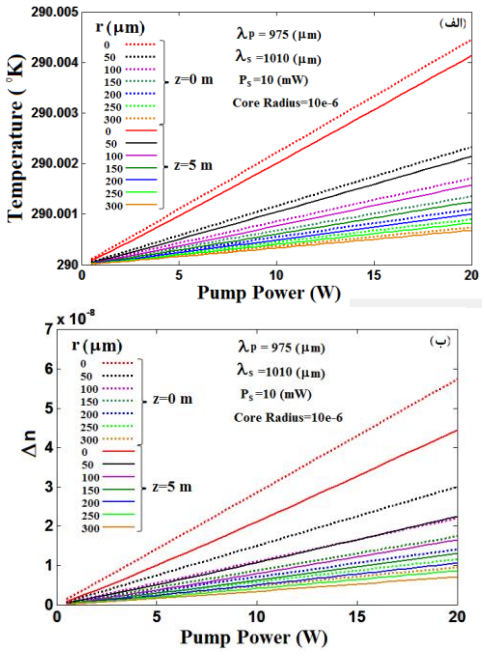
[ Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-01 ]

مقطع گسیل در طول موج ۱۰۱۰ nm نسبت به طول‌موج ۱۰۶۴ nm است که بهره تقویت‌کننده را بالا می‌برد. این امر باعث کاهش توان پمپ در هر طولی از فیبر می‌شود. به‌عبارت دیگر بزرگ بودن سطح مقطع گسیل در طول موج خاص باعث مصرف بیشتر توان پمپ شده و توان پمپ در آن نقطه کاهش می‌یابد. با کاهش توان پمپ مقدار عددی $Q$ کاهش یافته و در پی آن دما و تغییرات ضریب شکست کاهش می‌یابد.




شکل ۲: تغییرات ضریب شکست برحسب شعاع فیبر در نقطه z=0، برای مقادیر مختلف سیگنال ورودی.

در شکل (۳) تغییرات دما و $\Delta n$ بر حسب توان پمپ ورودی در تقویت‌کننده، ترسیم شده است. همان‌طور که از شکل (۳) مشاهده می‌شود با افزایش توان پمپ ورودی دما در هر نقطه از فیبر افزایش می‌یابد.




شکل ۳: تغییرات الف- دمای فیبر ب- ضریب شکست، بر حسب توان پمپ ورودی در فواصل مختلف از مرکز برای دو طول مختلف از فیبر.

در مقایسه نسبت دما در $r=0\,\mu m$ در فاصله‌های $z=0$ و $z=5$ متر، در توان ۲۰W در حدود ۵ m°C است، در حالی که در نقاط شعاعی دور از مرکز در $r=300\,\mu m$ در همان توان این اختلاف بسیار کوچک است که به دلیل وجود ضریب تغییرات دمایی در تعیین اختلاف ضریب شکست است.

## نتیجه‌گیری

نتایج شبیه‌سازی در این مقاله نشان می‌دهد در فاصله های شعاعی و طولی دورتر از مرکز، دمای فیبر و در پی آن تغییرات ضریب شکست کمتر می‌شود. در مقایسه تاثیر طول موج سیگنال در تولید گرما در تقویت‌کننده فیبری و همچنین تغییرات ضریب شکست، دما و تغییرات ضریب شکست در طول‌موج سیگنالی که بالاترین سطح مقطع گسیل را دارد کمتر است دلیل این امر استفاده بیشتر از توان پمپ و در نتیجه کاهش توان پمپ مصرف نشده و گرمای تولید شده در هر طولی از فیبر است. با افزایش توان ورودی در تقویت‌کننده، دما و در پی آن ضریب شکست افزایش می‌یابد.

## مراجع


[1] F. Kong, J. Xue, R. H. Stolen, and L. Dong, “Direct experimental observation of stimulated thermal Rayleigh scattering with polarization modes in a fiber amplifier” Optica, let., Vol. 3, pp. 975-978, 2016.

[۲] جی. پی. هولمن، "*انتقال گرما*"، انتشار مرکز نشر دانشگاهی، ۱۳۷۸.

[3] P. Yan, A. Xu, M. Gong, “Numerical analysis of temperature distributions in Yb-doped double-clad fiber lasers with consideration of radiative heat transfer”, Optic. Engin. Vol. 45, pp. 124201-124204, 2006.

[4] M. Abouricha, A. Boulezhar, N. Habiballah, “The Comparative Study of the Temperature Distribution of Fiber Laser with Different Pump Schemes”, Open J. Metal, Vol. 3, pp. 64-71, 2013.

[5] J. J. Carr, S. L. Saikkonen, and D. H. Williams, “Refractive index measurements on single-mode fiber as functions of product parameters, tensile stress, and temperature”, Fiber and Integrated Optics, Vol. 9. pp. 393-396, 1990.

[6] David C. Brown, and Hanna J. Hoffman, “Thermal, Stress, and Thermo-Optic Effects in High Average Power Double-Clad Silica Fiber Lasers”, IEEE J. Quant. Electron., Vol. 37, pp. 207-217, 2001.

[7] H. W. Icenogle, Ben C. Platt, and William L. Wolfe, “Refractive indexes and temperature coefficients of germanium and silicon” App. Opt. Vol. 15, pp. 2348-2351, 1976.

[8] B. Douglas, and B. J. Frey, “Temperature-dependent absolute refractive index measurements of synthetic fused silica”, Source of Acquisition NASA Goddard Space Flight Center, 2007.

[9] Shadi Naderi, Iyad Dajani, Timothy Madden, and Craig Robin, "Investigations of modal instabilities in fiber amplifiers through detailed numerical simulations", Opt. Express Vol. 21, Vol. 13, pp. 16111–16129, 2013.

[10] M. Karimi, “Optimization of Core size in Erbium Doped Holey Fiber Amplifiers”, Optik, Vol. 125, pp. 2780-2783, 2014.




این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد

[ Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-01 ]