تأثیر میدان الکتریکی فرکانس بالا در برانگیختگی امواج فراصوت در یک پلاسمای کوانتومی نیمه رسانا

مونا حسین زاده فیروزی، احمد مهرآمیز

دانشگاه بین المللی امام خمینی(ره)، قزوین

چکیده - در این پژوهش، به شیوه‌ای تحلیلی برانگیزش پارامتریک امواج فراصوت در یک پلاسمای نیمه‌رسانای پیزوالکتریک و در حضور میدان الکتریکی نوسانی فرکانس بالا، بررسی می‌شود. ابتدا با در نظر گرفتن جنبه‌های کوانتومی محیط، تاثیرات میدان الکتریکی نوسانی را تحقیق می‌کنیم. نتایج نشان می‌دهند که میدان الکتریکی فرکانس بالا (و نزدیک به فرکانس پلاسمایی) با ایجاد جفت شدگی غیرخطی میان امواج فراصوت و امواج الکترونی پلاسما باعث رخداد ناپایداری می‌گردد. علاوه بر این نشان داده می‌شود که جنبه‌های کوانتومی می‌تواند ناپایداری را افزایش دهد.

کلید واژه- نیمه رسانای پیزوالکتریک، امواج فراصوت، پلاسمای کوانتومی.

The effects of high frequency electric field on the excitation of ultrasonic waves in a semiconductor quantum plasma

Mona Hosseinzade Firouzi, Ahmad Mehramiz

Imam Khomeini International University, Qazvin

Abstract- In this research, an analytical investigation has been performed on the parametric excitation of an ultrasonic wave in a piezoelectric semiconductor plasma by the application of a high-frequency electric field. In the first place, estimating the quantum features of the medium, we investigate the effects of oscillating electric field on plasma. The results show that the high- frequency electric field, near the electron-plasma frequency, produces a nonlinear coupling between the ultrasonic waves and electron-plasma waves and leads to an instability which can be increased by quantum effects.

Keywords: Piezoelectric Semiconductor, Ultrasonic Waves, Quantum Plasmas.

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-02]

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد

۱-مقدمه:

تحریک و تقویت پارامتریک امواج فراصوت در نیمه رساناهای پیزوالکتریک به دلایل کاربردی از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. یافته‌ها گویای آن است که این نیمه‌رساناها به‌دلیل خاصیت پیزوالکتریسیته، توانایی تبدیل انرژی مکانیکی به الکتریکی و برعکس را دارد[۱]. موج فراصوت منتشر شده در جهت‌های معین دریک نیمه رسانای پیزوالکتریک(مانند CdS)، می‌تواند توسط یک میدان الکتریکی یکنواخت تقویت و یا تضعیف شود. شارش یک جریان مستقیم درمحیط و در حضور یک موج فراصوت منجر به تولید میدان الکتریکی نوسانی شده که در نهایت با موج فراصوت برهم کنش می‌کندو هنگامیکه سرعت رانش الکترون‌ها از سرعت صوت فراتر می‌رود تقویت رخ می‌دهد[۲]. حضور میدان الکتریکی نوسانی فرکانس پایین (نزدیک به فرکانس موج فراصوت $\omega_0 \approx \omega$)، سبب جفت شدگی میان مدهای مختلف موج فراصوت می‌گردد. اگر از یک میدان الکتریکی نوسانی فرکانس بالا استفاده شود (نزدیک به فرکانس امواج الکترونی پلاسما $\omega_0 \approx \omega_p$)، جفت شدگی میان موج فراصوت و امواج الکترونی پلاسما رخ می‌دهد[۳]. تاکنون بیشتر پژوهش‌ها در این باره، در رژیم کلاسیکی صورت گرفته است. در این پژوهش امکان رخداد ناپایداری در موج فراصوت عبوری از یک پلاسمای کوانتومی نیمه‌رسانای پیزوالکتریک (CdS) بررسی می‌گردد. به این منظور مجموعه‌ای از معادلات یک شاره کوانتومی به کار گرفته می‌شوند تا شرایط رخداد ناپایداری موج فراصوت عبوری از یک پلاسمای نیمه‌رسانای پیزوالکتریک بیان گردد. در ادامه پس از معرفی معادلات پایه شامل تصحیحات کوانتومی، رابطه پاشندگی موج فراصوت در حضور میدان الکتریکی فرکانس بالا که توسط پالس لیزر co_2 تولید می‌شود، محاسبه شده و امکان ناپایداری موج در هر دو حوزه کلاسیکی و کوانتومی بررسی می‌گردد. در بخش پایانی نیز تحلیل عددی ارائه خواهد شد.

۲-فرضیات و معادلات:

در این بخش یک نیمه‌رسانای آلاییده در نظر گرفته می‌شود و با استفاده از معادلات حرکت برای شبکه و نیز معادلات مدل هیدرودینامیک کوانتومی (QHD) برای پلاسما، رابطه پاشندگی به‌دست آورده می‌شود. گفتنی است که معادلات مدل گفته شده را می‌توان از روی مدل‌های میکروسکوپی ویگنر-پواسون و شرودینگر-پواسون به‌دست آورد[۴]. اولین معادله مورد نیاز، معادله مرتبه صفرم حرکت الکترون‌ها می‌باشد

$$\frac{\partial \vec{v}_0}{\partial t} + \upsilon \vec{v}_0 = \frac{e}{m} E_0 \cos\omega_0 t \qquad (۱)$$

این رابطه نشان می‌دهد که الکترون‌ها تحت تاثیر میدان الکتریکی $E_0 \cos\omega_0 t$ نوسان می‌کنند. υ (با شرط $\upsilon \ll \omega_0 (\approx \omega_p)$)، فرکانس برخورد الکترون‌ها است. سپس معادله دیگر به‌صورت زیر است

$$\rho \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2} = c \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial x^2} - K \frac{\partial \vec{E}}{\partial x} \qquad (۲)$$

که حرکت شبکه در کریستال پیزوالکتریک را توضیح می‌دهد. $\vec{u}$ جابه‌جایی شبکه، ρ چگالی کریستال ، c ثابت الاستیک وK ضریب پیزو الکتریک است. میدان الکتریکی E نیز از رابطه پوآسون

$$\vec{\nabla}.\vec{E} = \rho_e + \rho_{polarization} \qquad (۳)$$

به‌دست می‌آید. عبارت دوم سمت راست در رابطه (۳)، سهم پیزوالکتریک در قطبش را نشان می‌دهد. در این رابطه ε ثابت دی‌الکتریک نیمه‌رسانا است. در صورتی‌که شرط $\omega_0 \approx \omega_p$ برقرار باشد، $\varepsilon = \varepsilon_\infty$ و اگر $\omega_0 \approx \omega$ باشد $\varepsilon = \varepsilon_0$ را داریم.

حال روابط مدل QHD (پیوستگی و تکانه) برای سیال الکترون‌ها به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\frac{\partial n_1}{\partial t} + \vec{v_0}.(\nabla.n_1) + n_0.(\nabla.\vec{v_1}) = 0 \qquad (۴)$$

$$\frac{\partial \vec{v_1}}{\partial t} + \vec{v_0}.(\nabla.\vec{v_1}) = -\frac{e}{m}\vec{E} - \vec{v_1}\upsilon - \frac{1}{mn_0}(\nabla P - \frac{\hbar^2 \nabla(\nabla^2 n)}{4m}) \qquad (۵)$$

رابطه (۵) تاثیرات پراش کوانتومی و آمار کوانتومی را بر سیستم‌های پلاسمایی نشان می‌دهد. e و m بار و جرم الکترون هستند، n_o و n چگالی الکترون‌های تعادلی و اختلالی و $p = mV_F{}^2 n_1{}^3 / 3n_0{}^2$ فشار فرمی با $V_F^2 = 2k_B T_F / m$ سرعت فرمی می‌باشد. k_B و T_F نیز به ترتیب ثابت بولتزمن و دمای فرمی هستند. بدین ترتیب معادله (۵) به صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$\frac{\partial \vec{v_1}}{\partial t} + \vec{v0}.\nabla\vec{v_1} = -\frac{e}{m}\vec{E} - \vec{v_1}\upsilon - V_F^2(1+(k^2 V_F^2 / 4\omega_p^2)(\hbar^2\omega_p^2 / 4k_B^2 T_F^2))\frac{\vec{\nabla}n}{n_0} \qquad (۶)$$

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-02]

در این رابطه $\omega_p^2 = 4\pi n_0 e^2 / \varepsilon m$ است. برای انتشار طولی موج در یک کریستال متقارن، مناسب است که تقریب یک بعدی با ثابت های پیزوالکتریک و الاستیک اسکالر را در نظر بگیریم. از این رو فرض شده است که بردار الکتریکی در جهت محور تقارن قرار دارد.

۳-محاسبات و بحث:

ناپایداری امواج فراصوت ناشی از جفت‌شدگی با امواج الکترونی پلاسما است که می‌تواند توسط میدان الکتریکی ایجاد شود. اختلال موج فراصوت در شبکه، افت و خیز چگالی الکترون‌ها را در همان فرکانس افزایش می‌دهد. این مساله باعث جفت شدن غیرخطی با میدان خارجی می‌شود و از سوی دیگر سبب تحریک الکترون‌های محیط در فرکانس‌های تفاضلی و جمعی خواهد بود که قابل تنظیم و نزدیک به فرکانس پلاسمایی ω_p است. افت و خیز چگالی الکترون‌ها در فرکانس ω_p و نیز جفت شدگی غیرخطی می تواند سبب نوسان مجدد چگالی الکترون‌های شبکه اختلال در فرکانس فراصوت شود. بنابراین تحت شرایط گفته شده امواج الکترونی پلاسما و امواج فراصوت باعث ناپایداری یکدیگر در حضور میدان الکتریکی خارجی می‌شوند. به دلیل عدم وابستگی میدان الکتریکی خارجی به محیط، لازم است برای جفت شدگی غیر خطی ، امواج فراصوت و امواج الکترونی پلاسما بردار موج با اندازه یکسان |k| داشته باشند. فرض این است که $kl \gg 1$ و $\upsilon \ll \omega_p$ بنابراین $k\lambda_D \ll 1$ که λ_D طول دبای است. برای این مقدار از k، میرایی بسیار ضعیفی را برای امواج الکترونی پلاسما خواهیم داشت.

فرض براین است که فرکانس تحریک ω_0 از فرکانس موج فراصوت بسیار بیشتر باشد. بنابراین شبکه به اختلالات با فرکانس نزدیک به ω_0 پاسخی نخواهد داد. بنابراین چگالی و سرعت الکترون‌ها را این‌گونه می‌نویسیم

$$n = n_s + n_f \qquad (۷)$$

$$v = v_s + v_f \qquad (۸)$$

n_s مربوط به اختلالاتی است که نزدیک به فرکانس امواج فراصوت نوسان می‌کنند. n_f نیز شامل اختلالاتی با فرکانس بالاتر، یعنی امواج پلاسمایی است. با فرض وابستگی اختلالات به صورت $exp(ikx - i\omega t)$ با فرکانس پایین و کمک گرفتن از روابط (۲) و (۳) رابطه میان جابه‌جایی شبکه u و n_s را به دست می‌آوریم.

$$u(\omega^2 - k^2\frac{c}{\rho} - \frac{4\pi k^2 K^2}{\varepsilon_o \rho}) = \frac{4\pi e K}{\varepsilon_o \rho} n_s \qquad (۹)$$

اگر $\omega, \upsilon \ll \omega_o$ و $keE_0 / m\omega_0^2 \ll 1$ (طول گردش الکترونها در میدان خارجی در مقایسه با طول موج آکوستیک کوچک است) معادلات (۳) تا (۵) را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\frac{\partial^2 n_f}{\partial t^2} + \upsilon\frac{\partial n_f}{\partial t} + \omega_D^2 n_f = -ikn_s\frac{e}{m}E_0\cos\omega_0 t \qquad (۱۰)$$

$$(\omega_D^2 - i\upsilon\omega)n_s + \frac{k^2 e n_0}{m}\frac{4\pi K}{\varepsilon_0}u = ikn_f\frac{e}{m}E_0\cos\omega_0 t \qquad (۱۱)$$

که فرکانس $\omega_D^2 = -\omega_p^2 - k^2V_F^2(1 + \frac{k^2V_F^2}{4\omega_p^2}\frac{\hbar^2\omega_p^2}{4k_B^2T_F^2})$ پراکندگی امواج الکترونی پلاسما است که عبارت تصحیح کوانتومی در آن مستتر است. n_f دارای مؤلفه‌هایی در $\omega \pm \omega_0$ است. از آن جایی‌که $keE_0 / m\omega_0^2 \ll 1$، جمله-های مرتبه بالاتر $\omega \pm n\omega_0$ که $n > 1$ است، قابل صرف-نظر کردن هستند، همچنین جملات مرتبه بالاتر بر خلاف $\omega \pm \omega_0$ غیر رزونانسی هستند. ($\omega \ll \omega_0 \approx \omega_p$) معادله (۱۰) می تواند برای دو مقدار n_f حل شود تا با قرار گرفتن در رابطه (۱۱) دومین معادله بین n_f و u بدست آید.(اولین، رابطه (۹) است) با حذف دو متغیر، معادله پاشندگی اصلاح شده برای انتشار امواج فراصوت با عبارت تصحیح کوانتومی به دست می آید.

ابتدا فرض می‌کنیم $E_0 = 0$ و رابطه پاشندگی را در حالتی که میدان الکتریکی خارجی وجود ندارد، به‌دست می‌آوریم

$$\omega^2 = k^2\frac{c}{\rho} - \frac{4\pi}{\varepsilon_0\rho}k^2K^2(1 + \frac{{\omega_P}^2}{{\omega_D}^2 - i\omega\upsilon}) \qquad (۱۲)$$

سپس با فرض $E_0 \neq 0$

$$\omega^2 - k^2\frac{c}{\rho} - \frac{4\pi}{\varepsilon_0}k^2K^2 + A{\omega_D}^2\left[1 - \frac{i\omega\upsilon}{\omega_D^2} + B\left(\frac{\omega_D}{\omega + \delta + 1/2i\upsilon} - \frac{\omega_D}{\omega - \delta + 1/2i\upsilon}\right)\right]^{-1} = 0 \qquad (۱۳)$$

که در آن

$$A = \frac{4\pi k^2}{\varepsilon_o\rho}\beta^2\frac{{\omega_p}^2}{{\omega_D}^4}, B = \frac{e^2k^2{E^2}_0}{8m^2{\omega_D}^4}, \delta = \omega_o - \omega_D$$

می باشد. رابطه (۱۲) یک موج فراصوت میرا را نشان

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-02]

می‌دهد که میرایی آن ناشی از جفت شدگی با الکترون‌ها است. این رابطه حالت خاصی است که در پژوهش‌های پیشین [۲] بدست آمده است. اگر مقدار $B=\frac{e^2k^2E_0^2}{8m^2\omega_D^4}$ محدود باشد در آن‌صورت برطبق رابطه (۱۳) می‌توان نشان داد که موج فراصوت با شرط زیر ناپایدار می‌شود

$$[2B\delta\omega_D^2/(\delta^2+\frac{1}{4}\upsilon^2)^2]>1 \qquad (۱۴)$$

نکته قابل توجه آن است که شرط ناپایداری به فرکانس موج فراصوت ω بستگی ندارد زیرا قبلا شرط $\omega \gg \upsilon$ در نظر گرفته شده بود. کمینه میدان الکتریکی آستانه با بهینه سازی عبارت سمت چپ و نیز با توجه به δ بدست آمده است. براین اساس $\delta=\frac{1}{2}\upsilon$ خواهد بود. در نتیجه شرط ناپایداری شکل زیر را به خود می‌گیرد:

$$\delta>0 \qquad \text{یعنی } \omega_0 \succ \omega_D \text{ یا } (\omega_o \approx \omega_D+\frac{1}{2}\upsilon) \qquad (۱۵آ)$$

و

$$(keE_0/m\omega_D^2)>(2\upsilon^3/\omega_D^3)^{\frac{1}{2}} \qquad (۱۵ب)$$

همچنین می‌توان نشان داد که تغییر متناسب در قسمت حقیقی فرکانس یا در واقع همان فاز سرعت در موج فراصوت نسبتا کوچک است.

در ادامه معیارهای کوانتومی بودن محیط ارزیابی می‌شود. بدین منظور دو معیار متفاوت را بیان می‌کنیم[۵]. بر این اساس، اگر میانگن فاصله بین ذرات یا شعاع ویگنر $(a=(3/4\pi n_o)^{\frac{1}{3}})$ با طول موج دوبروی قابل مقایسه یا کوچکتر باشد $(\lambda_B=\hbar/mv_T)$، در آن صورت این محیط همانند یک پلاسمای کوانتومی رفتار می‌کند. محیط مورد فرض ما نیمه‌رسانای CdS در دمای ۷۷ کلوین با چگالی الکترونی متغیر از $10^{22}m^{-3}$ تا $10^{24}m^{-3}$ است. برای این محیط شعاع در رنج $2.7564\times10^{-8}m$ تا $5.938\times10^{-9}m$ متغیر خواهد بود. (به طور خاص در چگالی $n_0=1.14\times10^{24}m^{-3}$ شعاع ویگنر برابر $a=5.938\times10^{-9}m$ می‌شود). درحالیکه λ_B برابر با $4.882\times10^{-8}m$ است. بدین ترتیب بر اساس معیار معرفی شده محیط را می‌توان کوانتومی انگاشت. از طرف دیگر برای انگاشتن محیط به عنوان پلاسمای کوانتومی پارامتر تبهگنی هم باید بزرگتر یا مساوی یک باشد[۶].

برآورد عددی نشان می‌دهد که این شرط نیز برقرار می‌باشد.

برای فهم بهترنتایج به صورت عددی، می‌توان پارامترهای متداول نیمه رسانای CdS به شرح زیر را بکار برد

$\rho=4.826\times10^3 kgm^{-3}$, $m=0.19\,m_0$

$k=10^4 cm^{-1}$, $n_o=10^{22}-10^{24}m^{-3}$

$\upsilon=10^{12}$, $K=0.054cm^{-2}$

که m_0 جرم الکترون آزاد است.

استفاده از مقادیر عددی فوق نشان می‌دهد که فرکانس پلاسمایی قابل مقایسه با فرکانس لیزر co_2 با طول موج 10.6μاست.

۴-نتیجه گیری:

در بخش های قبل نشان داده شد که حضور میدان الکتریکی نوسانی فرکانس بالا با شرط $\omega_o \approx \omega_p$ سبب جفت‌شدگی امواج فراصوت و امواج الکترونی پلاسمایی در نیمه رساناهای پیزو الکتریک می‌شود. همچنین ارضای شرط (۱۵) موجب ناپایداری در امواج فراصوت می‌گردد. بررسی‌های تحلیلی بر اساس معادلات هیدرودینامیک کوانتومی برای یک نیمه رسانای تبهگن صورت گرفت.

مشخص شد میدان الکتریکی فرکانس بالا که می‌تواند توسط لیزر co_2ایجاد شود، باعث برانگیزش موج فراصوت می گردد. شرط ناپایداری موج فراصوت در معادله (۱۵) به دست آمد و در آن جمله تصحیح کوانتومی در ω_D ظاهر شد. مشاهده می‌شود که این شرط در هر دو حوزه کوانتومی و کلاسیکی برقرار است، اما بر اساس رابطه (۱۴) وجود جمله کوانتومی، میزان ناپایداری را افزایش می‌دهد.

مراجع

[1] H.A. Sodano, D.J. Inman, *A review of power harvesting from vibration using piezoelectric materials*, Smart Mater, Struct.16- R1–21, 2007.

[2] D.L.White, *Amplification of ultrasonic waves in piezoelectric semiconductors*, J. Appl.Phys.33-2547-2554, 1962.

[3] M.A. Breazeale, *Parametric excitation of ultrasonic waves*, J. Acoust. Soc. Am. 47, 82, 1970.

[4] Fernando Haas, *Quamtum Plasmas An Hydrodynamic Approach*, Springer, 2011.

[5] G. Manfredi, *How to mode lquantum plasmas*, FieldsInst, Commun. 46-263-287, 2005.

[6] P.K.Shukla, B.Eliasson, Colloquium:*Nonlinear collective interactions in quantum plasmas with degenerate electron fluids*, Rev.Mod.Phys.83-885-910,2011.

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-02]