# اندازه‌گیری هم زمان طول موج نور و زاویه رأس دو آینه فرنل با استفاده از پراش فرنل

زهرا عباسی[۱]، احد صابر[۲]، احسان احدی اخلاقی[۱و۳]

[۱]دانشکده فیزیک، دانشگاه تحصیلات تکمیلی علوم پایه زنجان، زنجان کد پستی ۴۵۱۳۷-۶۶۷۳۱
[۲]دانشکده علوم، دانشگاه محقق اردبیلی، اردبیل، کد پستی ۵۶۱۹۹-۱۱۳۶۷
[۳]مرکز پژوهشی اپتیک، دانشگاه تحصیلات تکمیلی علوم پایه زنجان، زنجان کد پستی ۴۵۱۳۷-۶۶۷۳۱

**با استفاده از طرح تداخلی دوآینه فرنل با مشخص بودن زاویه رأس دوآینه می‌توان طول‌موج نور فرودی را تعیین کرد. در این پژوهش از طرح پراش فرنل دوآینه فرنل برای تعیین هم‌زمان طول‌موج نور فرودی و زاویه رأس دوآینه استفاده کرده‌ایم. تغییر ناگهانی گرادیان فاز در رأس دوآینه باعث ایجاد الگوی پراش می‌شود. توزیع شدت پراشیده با استفاده از انتگرال فرنل- کیرشهف محاسبه شده است. همچنین نشان داده شده است که این توزیع شدت در راستای انتشار میانگین با فرکانس ثابتی تغییر می‌کند. با اندازه‌گیری گام توزیع شدت در راستای انتشار میانگین و در صفحه عمود بر آن، طول موج نور و زاویه رأس دوآینه، به‌طور هم‌زمان تعیین شده است. با تحلیل نتایج تجربی طول‌موج لیزر هلیوم نئون ۱±۶۳۳ نانومتر به‌دست آمد.**

کلید واژه- پراش فرنل، دو آینه فرنل ، گرادیان فاز

# Simultaneous measurement of the light wavelength and the apex angle of Fresnel double mirror using Fresnel diffraction

Zahra Abbasi1, Ahad Saber2, and Ehsan A. Akhlaghi1,3
[1]Department Physics, Institute for Advanced Studies in Basic Sciences (IASBS), Zanjan, 45137-66731, Iran
[2]Department of Science, University of Mohaghegh Ardabili, Ardabil, 56199-11367, Iran
[3]Optics Research Center, Institute for Advanced Studies in Basic Sciences (IASBS), Zanjan, 45137-66731, Iran

The interference pattern of Fresnel double mirror can be used to determine the wavelength of incident light knowing the apex angle of Fresnel double mirror. Here, we have used the diffraction pattern of Fresnel double mirror to determine the wavelength and the apex angle of Fresnel double mirror, simultaneously. Abrupt changes in the phase gradient of the wave at the apex of Fresnel double mirror causes Fresnel diffraction patterns. The diffracted intensity distribution is calculated using Fresnel-Kirchhoff integral. It is shown that intensity of the diffracted field varies with constant period along the average propagation direction. Measuring this value and the fringe spacing of the interference pattern on a plane normal to the average propagation direction, the apex angle of Fresnel double mirror and wavelength of the incident light is simultaneously derived. The experimental results analyzed and the wavelength of He-Ne laser is determined 633±1 nm.

Keywords: Fresnel diffraction, Fresnel double mirror, Phase gradient.

[ Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-05 ]



این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد

## ۱- مقدمه

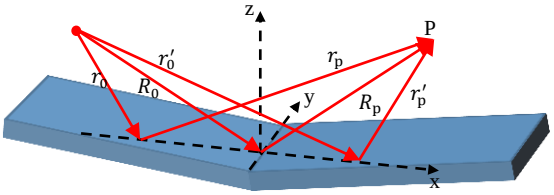
تغییرات شدید در دامنه و فاز جبهه موج سبب ایجاد الگوی پراش می‌شود. در سال‌های اخیر مطالعات نظری و کاربردی زیادی در مورد پراش به دلیل تکینگی در فاز جبهه موج صورت گرفته است. پراش از پله فازی در مدهای بازتابی و عبوری فرمول‌بندی شده است [۱-۴]. با استفاده از پارامترهایی نظیر نمایانی فریزهای پراش و توزیع شدت در راستای لبه پله، پارامترهای مختلف اپتیکی از جمله ضخامت لایه‌های نازک، ضریب‌شکست مواد نورگذر، طول موج نور فرودی، گرادیان دما در اطراف سیم داغ و فاصله کانونی عدسی‌ها اندازه‌گیری شده است [۵-۹]. همچنین نشان داده شده است که تغییرات تند در فاز جبهه‌موج باعث تشکیل الگوی پراش می‌شود [۱۰].

روش‌های گوناگونی برای اندازه‌گیری طول‌موج نور وجود دارد؛ به‌طور مثال می‌توان به روش‌های تداخلی که با تحلیل فاز یا تحلیل دوره فریزهای تداخلی طول‌موج نور را محاسبه می‌کنند اشاره کرد. روش دیگر اندازه‌گیری طول موج، استفاده از زنش نوری است. همچنین از تغییر قطبش نور برای اندازه‌گیری طول‌موج نوراستفاده شده است [۱۱]. علاوه بر این، با بررسی پراش از پله‌فازی، طول‌موج نور اندازه‌گیری شده است [۷].

در این کار، انتگرال پراش فرنل- کیرشهف برای دوآینه فرنل حل شده است و توزیع شدت پراشیده به‌دست آمده است. نشان داده می‌شود که علی‌رغم پیوستگی در دامنه و فاز جبهه موج، به‌دلیل تکینگی در گرادیان فاز، طرح پراش فرنل ایجاد می‌شود. همچنین توزیع شدت در راستای انتشار میانگین بررسی شده و نشان داده می‌شود که با فرکانس تقریبا ثابتی تغییر می‌کند. با اندازه‌گیری گام این تغییرات و نیز اندازه‌گیری گام فریزهای تداخلی به‌طور هم‌زمان طول‌موج نور فرودی و زاویه رأس دوآینه اندازه-گیری می‌شوند.

## ۲- فرمول‌بندی پراش فرنل از دو آینه فرنل

در طرح کلی از دو آینه فرنل در شکل ۱ نمایش داده شده است. محورz، در راستای نیمساز دو آینه و محور y در راستای محل اتصال دو آینه است. یک منبع خطی عمود بر صفحه xz درS قرار دارد.




شکل ۱: هندسه پراش فرنل از دو آینه فرنل

با استفاده از انتگرال فرنل- کیرشهف میدان پراشیده در نقطه دلخواه P، به مختصات $(x_p, 0, z_p)$ محاسبه می‌شود:

$$U(P) = U_0\sqrt{-\frac{i}{\lambda}}\left[\int_{-\frac{W}{2}}^{0}\frac{e^{-ik(r_0+r_p)}}{\sqrt{r_0 r_p}}dx + \int_{0}^{\frac{W}{2}}\frac{e^{-ik(r_0'+r_p')}}{\sqrt{r_0' r_p'}}dx\right] \quad (۱)$$

که $U_0$ دامنه اولیه میدان، $W$ پهنای دو آینه فرنل و فاصله چشمه و نقطه $P$ از نقاط روی سطح دوآینه برابر با

$$r_i^2 = (x - x_i)^2 + \left(-x\tan\frac{\alpha}{2} - z_i\right)^2 \quad (۲)$$

$$r_i'^2 = (x - x_i)^2 + \left(x\tan\frac{\alpha}{2} - z_i\right)^2$$

و $i = 0,\ p$ است. در تقریب فرنل خواهیم داشت:

$$r_p + r_0 = R_p + R_0 + \frac{1}{2R}x^2 - x\left(\beta - \gamma\tan\frac{\alpha}{2}\right) \quad (۳)$$

$$r_p' + r_0' = R_p + R_0 + \frac{1}{2R}x^2 - x(\beta + \gamma\tan\frac{\alpha}{2})$$

که $R, \beta, \gamma$ به‌صورت زیر تعریف شده‌اند:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_0} + \frac{1}{R_p}$$

$$\beta = \frac{x_0}{R_0} + \frac{x_p}{R_p} \quad (۴)$$

$$\gamma = \frac{z_p}{R_p} + \frac{z_0}{R_0}$$

با تعریف کمیت‌های جدید:

$$u = R\left(\beta - \gamma\tan\frac{\alpha}{2}\right) \quad (۵)$$

$$u' = R\left(\beta + \gamma\tan\frac{\alpha}{2}\right)$$

$$v = R_p + R_0 - \frac{R}{2}\left(\beta - \gamma\tan\frac{\alpha}{2}\right)^2$$

$$v' = R_p + R_0 - \frac{R}{2}\left(\beta + \gamma\tan\frac{\alpha}{2}\right)^2$$



این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد

[ Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-05 ]

و

$$u_1 = -\sqrt{\frac{2}{\lambda R}}\left(u + \frac{W}{2}\right),\quad u_2 = -\sqrt{\frac{2}{\lambda R}}u, \qquad (۶)$$

$$u_1' = -\sqrt{\frac{2}{\lambda R}}u',\quad u_2' = -\sqrt{\frac{2}{\lambda R}}\left(u' - \frac{W}{2}\right),$$

میدان پراشیده شده به‌صورت

$$U_P = U_0\sqrt{-\frac{i}{2(R_p+R_0)}}e^{-ikv}\left[l(u_2,u_1) + e^{ik(v-v')}l(u_2',u_1')\right] \qquad (۷)$$

محاسبه می‌شود. تابع $l$ بر حسب انتگرال‌های فرنل به صورت

$$l(u_i,u_j) = [C(u_j) - C(u_i)] - i[S(u_j) - S(u_i)] \qquad (۸)$$

تعریف می‌شود. شدت میدان بهنجار شده در نقطه P برابر است با:

$$I_n = \left|l(u_2,u_1) + e^{ik(v-v')}l(u_2',u_1')\right|^2. \qquad (۹)$$

توزیع شدت در امتداد محور z به‌صورت زیر بیان می‌شود:

$$I_n(0,0,z) = [(C(u_2)+0.5)^2 + (S(u_2)+0.5)^2]. \qquad (۱۰)$$

فاصله ماکزیمم شدت‌ها در امتداد محور z، برابر است با:

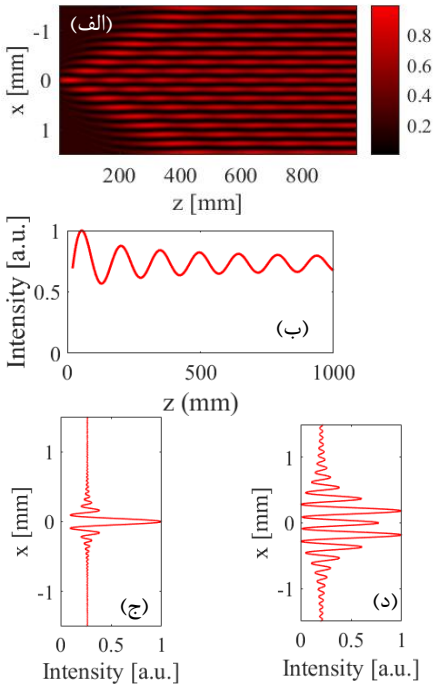
$$\Lambda_z = \frac{\lambda}{2\tan^2\frac{\alpha}{2}}. \qquad (۱۱)$$

بنابراین با داشتن گام فریزهای تداخلی $\Lambda_x = \frac{\lambda}{2\sin\alpha}$ در امتداد عمود بر انتشار می‌توان طول موج نور فرودی و زاویه دو آینه را به‌طور همزمان اندازه گرفت:

$$\alpha = 4\frac{\Lambda_x}{\Lambda_z},\qquad \lambda = 8\frac{\Lambda_x^2}{\Lambda_z}. \qquad (۱۲)$$

## ۳- نتایج شبیه‌سازی

توزیع شدت پراشیده شده از دو آینه با زاویه رأس ۰/۲ درجه، که تحت تابش عمود موج تخت با طول موج ۶۳۲/۸ نانومتر محاسبه شده است. شکل ۲(الف) توزیع شدت پراشیده از دوآینه در صفحه xz را نمایش می‌دهد، که نوسانات دوره‌ای شدت در راستای x و z به خوبی قابل مشاهده است. شکل ۲(ب) نمایه شدت در راستای محور z را نمایش می‌دهد. همچنین شکل‌های ۲(ج) و ۲(د) نمایه شدت در راستای x برای $z = ۲۰$ mm و $z = ۱۰۰$ mm را نمایش می‌دهد. با توجه به شکل، بیشینه‌های توزیع شدت در راستای محور x تغییر می‌کند که منحصرا به علت پراش ناشی از تکینگی در گرادیان فاز است.




شکل ۲: (الف) توزیع شدت پراشیده از دوآینه فرنل در صفحه xz؛ (ب) نمایه شدت پراشیده در راستای محور z؛ (ج) و (د) نمایه شدت در راستای x برای $z = ۲۰$ mm و $z = ۱۰۰$ mm.

## ۴- نتایج تجربی

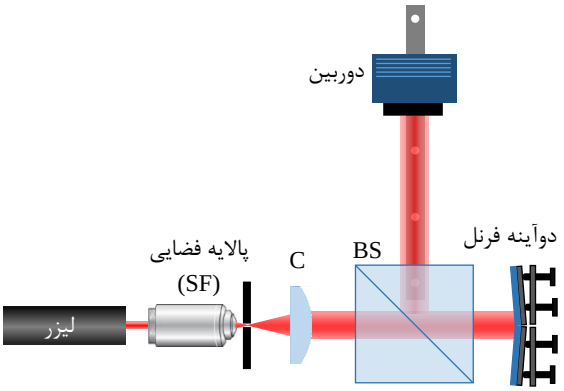
طرح کلی از چیدمان آزمایش در شکل ۳ نمایش داده شده است. از لیزر هلیوم- نئون با طول‌موج ۶۳۲/۸ نانومتر، به عنوان چشمه استفاده شده است. باریکه لیزر با استفاده از یک پالایه فضایی (SF) و یک عدسی موازی‌کننده (C) موازی می‌شود. باریکه موازی شده به طور عمود دوآینه فرنل را روشن می‌کند و باریکه پراشیده شده توسط باریکه‌شکن (BS) به سمت دوربین (Basler, daA2500-14um) هدایت شده و توزیع شدت پراشی توسط دوربین ثبت می‌شود. دوربین روی یک ریل اپتیکی قرار گرفته است که می‌تواند دوربین را در فاصله ۱۰ تا ۲۵۰ میلی‌متر از دو آینه با گام ۱ میلی‌متر حرکت دهد. در هر گام شدت $I_n$ ثبت می‌شود. با بررسی توزیع شدت، $\Lambda_x$ و $\Lambda_z$ به ترتیب برابر ۵۱/۷۴±۰/۰۱ µm و ۳۳/۸۲±۰/۰۲mm محاسبه شدند. در شکل۴، توزیع شدت پراشیده شده و نمایه متناظر با آن‌ها برای دو آینه فرنل برای $z$ برابر با



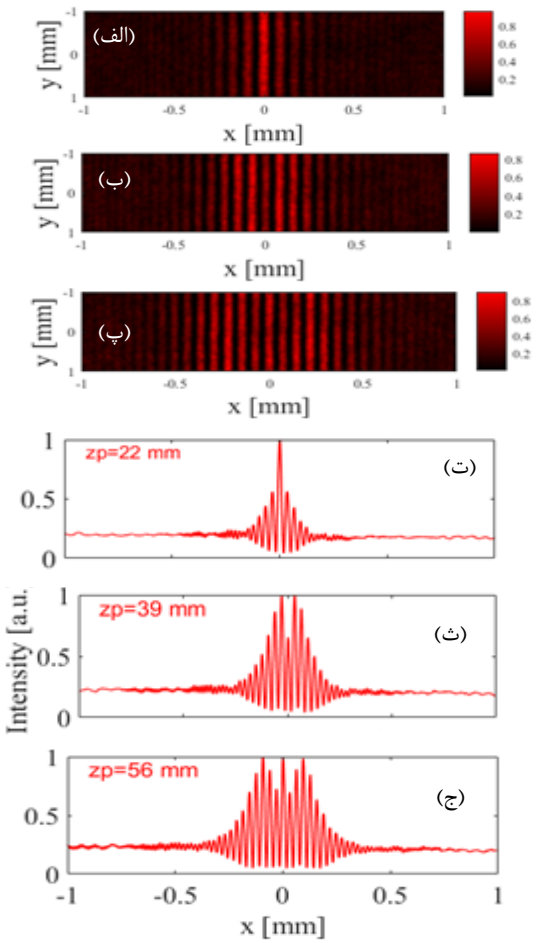
این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد

[ Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-05 ]

۲۲، ۳۹ و ۵۶ میلی‌متر نمایش داده شده است.




شکل ۳: طرح کلی از چیدمان آزمایش برای اندازه‌گیری توزیع شدت پراشیده از دو آینه فرنل.




شکل ۴: توزیع شدت پراشیده و نمایه فاز متناظر برای دو آینه فرنل: (الف)، (ب)، (پ) توزیع شدت‌ها و (ت)، (ث) و (ج) نمایه فاز متناظر آن‌ها به ترتیب برای فواصل ۲۲، ۳۹ و ۵۶ میلی‌متر.

با داشتن $\Lambda_x$ و $\Lambda_z$ و استفاده از رابطه (۱۲) طول موج نور فرودی ۲±۶۳۳ نانومتر و زاویه دو آینه ۰/۰۰۰۸±۰/۳۵۰۶ درجه به‌دست آمد. عدم قطعیت تعیین $\alpha$ و $\lambda$ به ترتیب $2\left(\frac{dx}{W}+\frac{dz}{L}\right)$ و $\frac{dx}{W}+\frac{dz}{L}$ است، که $L$ فاصله بین دو نقطه با بیشینه شدت در دو انتهای ناحیه مورد بررسی در امتداد محور $z$ است.

## ۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله، با استفاده از انتگرال فرنل- کیرشهف توزیع شدت پراشیده از دو آینه فرنل محاسبه و نشان داده شد که با مطالعه تغییرات شدت در امتداد انتشار و اندازه‌گیری فاصله فریزهای تداخلی می‌توان طول‌موج نور فرودی و زاویه دو آینه را اندازه‌گیری نمود. همچنین نتایج تئوری به‌طور تجربی مورد تائید قرار گرفت.

## مراجع


[1] M. T. Tavassoly, H. Sahloo-bai, and H. R. Khalesifard, “Fresnel diffraction from step in reflection and transmition”, Iranian J. Phys. 5, 237-246, 2001.

[2] M. Amiri and M. T. Tavassoly, “Fresnel diffraction from 1D and 2D phase steps in reflection and transmission modes,” Opt. Commun, **272**, 349–361, 2007.

[3] M. T. Tavassoly, M. Amiri, A. Darudi, R. Aalipour, A. Saber, and A. R. Moradi, “Optical diffractometry,” JOSA A **26**, 540–547, 2009.

[4] H. Salvdari, M. T. Tavassoly, and S. Hosseini, “Fresnel diffraction from a step in the general case,” JOSA A, **34**, 674–680, 2017.

[5] M. T. Tavassoly, I. M. Haghighi, and K. Hassani, “Application of Fresnel diffraction from a phase step to the measurement of film thickness,” Appl. Opt. **48**, 5497–5501, 2009.

[6] M. Taghi Tavassoly and Ahad Saber, “Optical refractometry based on Fresnel diffraction from a phase wedge,” Opt. Lett. 35, 3679-3681, 2010.

[7] S. Hosseini and M. Tavassoly, “The application of a phase step diffractometer in wavemetry,” Journal of Optics, **17**, 035605, 2015.

[8] Rasoul Aalipour, M. Taghi Tavassoly, and Ahmad Darudi, “Superimposing the waves diffracted from two similar hot and cold wires provides the temperature profile around the hot one”, Appl. Opt. 49, 3768-3773, 2010.

[9] Dashtdar, M., & Hosseini-Saber, S. M. A., “Focal length measurement based on Fresnel diffraction from a phase plate.” App. Opt. 55, 7434-7437, 2016.

[۱۰] احد صابر، احسان احدی اخلاقی، محمد تقی توسلی، بررسی پراش فرنل از محیطی با تکینگی در گرادیان فاز، کنفرانس فیزیک ایران، دانشگاه فردوسی مشهد، شهریور ۱۳۹۴.

[11] Dobosz, M. and Kożuchowski, M., “Overview of the laser-wavelength measurement methods,” Optics and Lasers in Engineering, **98**, 107-117, 2017.




این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد

[ Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-05 ]