

اثرات فراماده بر ضرایب جفت‌شدگی توری‌های پراش موجبری مثلثی

نازنین کاکولکی، عبدالله حسن زاده

گروه فیزیک، دانشگاه کردستان، سنندج، ایران

چکیده- در این مقاله انتشار امواج الکترومغناطیسی در یک ساختار متناوب، توسط روابط امواج جفت‌شده توضیح داده شده است و ما روابط موج جفت شده را برای موجبری که پوشش آن از فراماده تشکیل شده است، ارائه می‌دهیم و جفت‌شدگی بین مدهای جلورونده و عقب‌رونده را در توری‌های موجبری چپگرد مورد بحث قرار می‌دهیم. ضریب جفت‌شدگی عرضی و طولی بدست آمده برای مدهای قطبش TE ، پیچیده‌تر از توری‌های موجبری راستگرد است. نتایج محاسبات ما برای توری‌های پراش مثلثی شکل که پوشش آنها از مواد چپگرد است، افزایش قابل توجهی در ضریب جفت‌شدگی را نسبت به همان ساختار اما با پوشش مواد معمولی نشان می‌دهد و ضریب جفت‌شدگی طولی غیر صفر بدست می‌آید.

کلید واژه- ضریب جفت‌شدگی، فراماده، توری‌های موجبری.

The effects of metamaterial on the coupling coefficients of triangular waveguide gratings

Nazanin Kakoolaki, Abdollah Hassanzadeh

Department of Physics, University of Kurdistan, Sanandaj, Iran

Abstract- In this paper, the propagation of electromagnetic waves in a periodic structure is described by the coupled-wave equations. We find the coupled-wave equations for the waveguides containing LHM cover, and the coupling between two forward and backward modes in LHM waveguides grating is discussed. The transverse and longitude coupling coefficients for the TE modes is obtained and is more complex than the results for RHM waveguide gratings. Also our results show considerable enhancement in the coupling coefficient for triangular structure. On the other hand, longitude coupling coefficient isn't zero.

Keywords: coupling coefficient, metamaterial, waveguide grating.

مقدمه

فرامواد، موادی با ضریب شکست منفی که همزمان دارای ضرایب گذردهی الکتریکی و تراوایی مغناطیسی منفی می باشند که بصورت تئوری توسط وسلاگو در سال ۱۹۶۸ معرفی شدند [۱] و برای اولین بار توسط شلی و همکارانش ساخته شدند [۲]. در چنین محیطی میدان الکتریکی، مغناطیسی و بردار موج، امواج الکترومغناطیس یک سیستم چپگرد را تشکیل می دهند، به همین دلیل است که آن ها به مواد چپگرد نیز شهرت یافته اند. فراماده با ساختار متناوب ساختهی دست بشر هستند که خواصشان به ساختار طراحی شده وابسته است درحالی که مواد معمولی (راستگرد) خواصشان را بر اساس ساختار ذاتی اتم ها و مولکول هایشان کسب می کنند. در سال های اخیر انواع مختلفی از این مواد با ویژگی های خاص و جدید ساخته شده اند و توجه بسیاری از گروه های تحقیقاتی در سراسر جهان را در موارد کاربردی بسیاری از جمله: کاهش سایز آنتن ها [۳]، لنزهای کامل [۴]، جفت کننده های مستقیم [۵]، فیلترها [۶] را به خود جلب کرده است.

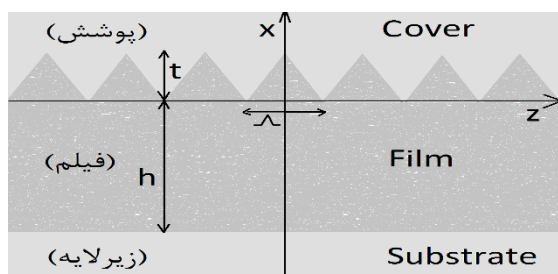
یکی از کاربردهای این مواد که تا به حال به آن پرداخته نشده است، توری های موجبری فراماده ای است. البته امواج در توری های موجبری هدایتی معمولی با ارائه ی برخی از ویژگی های آنالیز شده است [۷-۸]. در این مقاله عملکرد یک موجبر دی الکتریک با ساختار متناوب، که اصطلاحاً توری موجبری نامیده می شود، را با در نظر گرفتن لایه ی پوشش از جنس فراماده و زیر لایه و فیلم از جنس دی الکتریک بررسی می کنیم.

در موجبرهای سه لایه ای معمولی چندین مد می توانند بطور مستقل از هم و بدون اندرکنش با هم (بدون آنکه انرژی مابین آنها رد و بدل شود و یا اصطلاحاً به همدیگر جفت شوند) در موجبر انتشار یابند. درحالی که با اعمال اختلال و تغییرات کوچکی در موجبر مثلاً تغییرات در ضریب شکست لایه های مختلف موجبر و ایجاد توری موجبری مدهای اصلی موجبر مختل شده می توانند به یکدیگر جفت شوند و دیگر نمی توانند مستقل از هم در توری موجبری مختل شده انتشار یابند. تئوری مدهای جفت شده که اندرکنش بین مدها را توضیح می دهد، می تواند مدهای انتشار یافته در توری های موجبری را بر حسب مدهای منتشر شده در موجبر اولیه ی

مختل نشده توصیف کند. با وجود اینکه میدانهای الکترومغناطیسی در ساختار جدید متأثر از همه ی مدهای هدایتی و تابشی می باشند، در بسیاری موارد با در نظر گرفتن شرایطی همچون شرط براگ، اندرکنش مابین تنها دو مد هدایتی در نظر گرفته می شود. به عنوان یک نمونه ی کاربردی جفت شدگی بین دو مد هم راستا را در نظر بگیرید که با ثابت های انتشار برابر و مختلف علامت، در خلاف جهت هم انتشار می یابند. توری های موجبری، یک ساختار متناوب با دوره ی تناوب Λ که قابل مقایسه با طول موج نور فرودی است، می تواند این دو مد را در طول توری به یکدیگر جفت کند و این امکان را فراهم آورد که انرژی بین آنها مبادله گردد.

توری های موجبری به عنوان یک ساختار متناوب نقش مهمی در اپتیک و فوتونیک دارند و کاربردهای زیادی در ادوات اپتیکی مانند دستگاه های ورودی و خروجی دراپتیک امواج هدایتی [۹]، فیلترهای اپتیکی [۱۰]، فیلترهای تبدیل کننده ی مدهای TM-TE [۱۱] و انواع مختلف حسگرها [۱۲] دارند.

شکل ۱، توری موجبری مثلی را نشان می دهد که در حقیقت موجبر فیلم نازکی است که ضریب شکست در ناحیه ی فیلم موجبری، بصورت تناوبی در راستای انتشار موج تغییر می کند.



شکل ۱: توری موجبری تشکیل شده از سه ناحیه ی زیر لایه، فیلم موجبری و پوشش به ترتیب با ضرایب شکست n_c , n_f , n_s . ضخامت فیلم، t ارتفاع اختلالات تناوبی و Λ دوره تناوب ساختار است.

۲- تئوری

می توان با در نظر گرفتن یک سلول واحد از ساختار متناوب، اختلال ضرایب گذردهی الکتریکی و تراوایی مغناطیسی را به کمک روابط زیر تعریف نمود:

$$\Delta \epsilon_r = \epsilon_f - \epsilon_c \quad (الف.۱)$$

$$\Delta \mu_r = \mu_f - \mu_c \quad (ب.۱)$$

توری موجبری را بدست آورد.

حال به منظور بررسی بیشتر ضرایب جفت‌شدگی که توسط روابط ۴ و ۵ تعریف شدند، ضرایب بسط فوریه را برای ساختارهای مثلی معرفی می‌کنیم [۱۳].

$$\Delta\epsilon_{rq} = \frac{-i(\epsilon_f - \epsilon_c)}{2\pi q} \times \quad (۶)$$

$$\int_0^t \left(e^{iqK(\frac{\Lambda}{2} - \frac{\Lambda}{2t}x)} e^{iqK(\frac{\Lambda}{2t}x - \frac{\Lambda}{2})} \right) dx$$

$$\Delta\mu_{rq} = \frac{-i(\mu_f - \mu_c)}{2\pi q} \times \quad (۷)$$

$$\int_0^t \left(e^{iqK(\frac{\Lambda}{2} - \frac{\Lambda}{2t}x)} - e^{iqK(\frac{\Lambda}{2t}x - \frac{\Lambda}{2})} \right) dx$$

با جایگذاری رابطه‌های ۶ و ۷ در ۴ و ۵ می‌توان ضرایب جفت‌شدگی را در مورد اولین مرتبه‌ی توری‌های موجبری با ساختار مثلی به شکل زیر معرفی کنیم. (توجه داشته باشید که در انجام محاسبات از تقریب $\gamma_{ct} \leq 1$ استفاده کرده‌ایم)

$$K_{vv1}^t = \frac{\omega t E_c^2}{2\pi^2} \left[(\epsilon_f - \epsilon_c) + \frac{(\mu_f - \mu_c)\beta^2}{\omega^2 \mu_c^2} \right] \quad (۷)$$

$$K_{vv1}^z = \frac{\gamma_c^2 t E_c^2 (\mu_f - \mu_c)}{2\omega \pi^2 \mu_c^2} \quad (۸)$$

حال به منظور مقایسه‌ی ضریب جفت‌شدگی توری موجبری مثلی با پوشش فراماده ($\epsilon_c = -1$ ، $\mu_c = -1$) با ضریب جفت‌شدگی توری موجبری مثلی با پوشش مواد راستگرد با مشخصات معلوم:

$$\mu_s = \mu_c = \mu_f = \mu_0 \text{ و } \epsilon_c = 1, \epsilon_s = (1, 515)^2, \epsilon_f = (1, 54)^2$$

ضرایب جفت‌شدگی هر دو نوع موجبر را برای سه مد هدایتی اول برحسب ضخامت لایه‌ی فیلم نرمالایز شده رسم می‌کنیم. مشاهده می‌کنیم که ضریب جفت‌شدگی عرضی برای مد اول بیشترین مقدار را دارد و با افزایش مرتبه‌ی مد، کاهش می‌یابد. از مقایسه شکل ۲ و ۴ مشاهده می‌شود که ضریب جفت‌شدگی عرضی توری موجبری با پوشش فراماده، یک مرتبه افزایش می‌یابد. این درحالی است که ضریب جفت‌شدگی برای مد اصلی موجبر حذف می‌شود چراکه این یکی از ویژگی‌های خاص توری‌های موجبری با

چون اختلال ضرایب گذردهی الکتریکی و تراوایی مغناطیسی مربوطه بطور متناوب در موجبر مختل‌شده شکل ۱ تکرار می‌شوند، می‌توان به کمک سری فوریه آنها را چنین بسط داد [۷]:

$$\Delta\epsilon_r = \sum_{q=-\infty}^{\infty} \Delta\epsilon_{rq} e^{-jqKz} \quad (\text{الف.۲})$$

$$\Delta\mu_r = \sum_{q=-\infty}^{\infty} \Delta\mu_{rq} e^{-jqKz} \quad (\text{ب.۲})$$

که در آن $\Delta\epsilon_{rq}$ و $\Delta\mu_{rq}$ ثابت‌های فوریه و $K=2\pi/\Lambda$ بردار موج توری می‌باشند. از طرفی به کمک معادلات مد جفت شده و آنالیز اختلال می‌توان ارتباط بین مولفه‌های عرضی و طولی توری موجبری و موجبر مختل‌نشده را نوشت:

$$\int \frac{d}{dz} [(E_{0t}^* \times H_t + E_t \times H_{0t}^*) \cdot \hat{z}] ds = \quad (۳)$$

$$\int [\mu_0 \Delta\mu_r H_0^* \cdot H + \epsilon_0 \Delta\epsilon_r E_0^* \cdot E] ds$$

در اینجا ω فرکانس زاویه‌ای، ϵ_0 و μ_0 به ترتیب ضریب گذردهی الکتریکی و تراوایی مغناطیسی خلأ، E و H مولفه‌های عرضی میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی موجبر مختل‌شده و E_0 و H_0 میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی موجبر مختل‌نشده و t معرف مولفه‌های عرضی میدان‌ها می‌باشد. با جایگذاری مولفه‌های عرضی میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی که تابعی از (x, y) هستند در سمت چپ تساوی و میدان‌های کل که هر دو مولفه‌ی طولی و عرضی را شامل می‌شوند در سمت راست تساوی (برای مدهای TE) و انتگرال‌گیری روی تمام سطح مقطع موجبر، ضرایب جفت‌شدگی طولی و عرضی را چنین می‌نویسیم.

$$K_{\ell vq}^t = \frac{\omega}{4} \times \quad (۴)$$

$$\int [\Delta\epsilon_{rq} e_{vt} \cdot e_{\ell t}^* + \Delta\mu_{rq} h_{vt} \cdot h_{\ell t}^*] dx$$

$$K_{\ell vq}^z = \frac{\omega}{4} \times \quad (۵)$$

$$\int \left[\frac{\epsilon_r \Delta\epsilon_{rq}}{\epsilon_r + \Delta\epsilon_{rq}} e_{vz} \cdot e_{\ell z}^* + \frac{\mu_r \Delta\mu_{rq}}{\mu_r + \Delta\mu_{rq}} h_{vt} \cdot h_{\ell t}^* \right] dx$$

که بیانگر جفت‌شدگی دو مد هدایتی درون توری موجبری هستند (شکل ۱). برای موجبر مختل‌نشده می‌توان با حل معادلات ماکسول و اعمال شرایط مرزی، میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی را به دست بیاوریم و به کمک آنها میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی مدهای انتشاریافته در

محسوب شود.

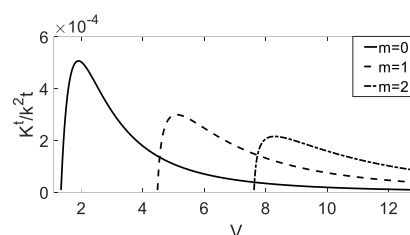
پوشش فراماده است [۱۴].

۳- نتیجه گیری

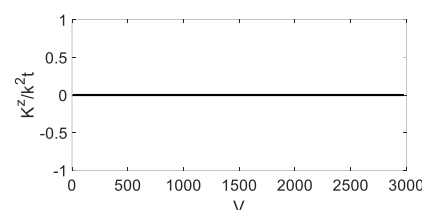
در این مقاله ما یک توری موجبری مثلثی با لایه‌ی پوشش فراماده طراحی و ضرایب جفت‌شدگی عرضی و طولی آن را محاسبه کردیم و نشان دادیم که ضرایب جفت‌شدگی عرضی چنین ساختاری نسبت به توری امواج هدایتی با پوشش معمولی افزایش می‌یابد. درحالی‌که ضریب جفت‌شدگی طولی برای ساختارهای توری موجبری ساخته شده از مواد معمولی صفر است. همچنین مشاهده شد که ضریب جفت‌شدگی برای مد اصلی موجبر حذف می‌شود زیرا این موجبر توانایی هدایت چنین مدی را ندارد.

مراجع

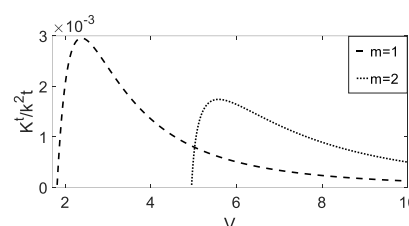
- [1] V. G. Vesalago "The electrodynamics of substances with simultaneously negative values of ϵ and μ " Sov. Phys. Usp. 10, 509, 1968.
- [2] D. R. S. R. A. Shelby, and S. Schultz, "Experimental verification of a negative index of refraction" Science, vol. 292, p. 77, 2001.
- [3] Yuandan Dong, Tatsuo Itoh "Metamaterial-based antennas" IEEE, Vol. 100, Issue: 7, 2012.
- [4] J. B. Pendry, "Negative refraction makes a perfect lens" Phys. Rev. Lett., vol. 85, pp. 3966-3969, 2000
- [5] L. S. S. Xiao, and S. He, "A novel directional coupler utilizing a left-handed material" IEEE Photon. Technol. Lett. vol. 16, pp. 171-173, 2004.
- [6] H. Cory and A. Barger, "Surface-wave propagation along a metamaterial slab" Microwave Opt. Technol. Lett. 38, pp. 392-395, 2003.
- [7] Ch. L. Chen, "Foundations for guided-wave optics, Wiley-Interscience", Hoboken, New Jersey, 2007.
- [8] T. Suhara and H. Nishihara, "Integrated optics components and devices using periodic structures" IEEE. QE-22, pp. 845-867, 1986.
- [9] M.L. Dakss, L. Kuhn, P.F. Heidrich and B.A. Scott, "Grating Couplers for efficient excitation of optical guided waves" Appl. Phys. Lett. 16, pp. 523, 1970.
- [10] Catherine M. Ragdale, et al., "Narrowband fiber grating filters" IEEE, vol. 8, pp. 1146-1150, 1990.
- [11] K. O. Hill and G. Meltz, "Fiber Bragg grating technology fundamentals and overview," IEEE, Lightwave Technol. 15, pp. 1263-1275, 1997.
- [12] S. M. L. a. S. B. L. A.N. Chryssis, "High sensitivity evanescent field fiber Bragg grating sensor" IEEE, vol. 17, No. 6, pp. 1253-1255, 2005.
- [13] W. Streifer, D. R. Scifres and R. D. Burnham, "Coupling coefficients for distributed feedback single- and double-heterostructure Diode Lasers" IEEE. Quantum Electron, QE-11, No. 11, pp. 867-873, 1975.
- [14] Z. H. Wang, Z. Y. Xiao, and S. P. Li, "Guided modes in slab waveguides with a left handed material cover or substrate" Optics Communications, vol. 281, pp. 607-613, 2008.



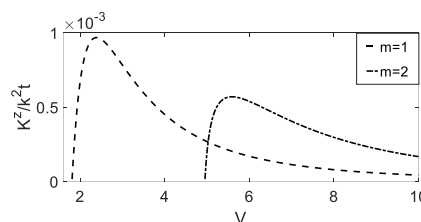
شکل ۲: ضریب جفت‌شدگی عرضی برای توری‌های موجبری با مواد معمولی



شکل ۳: ضریب جفت‌شدگی طولی برای توری‌های موجبری با مواد معمولی



شکل ۴: ضریب جفت‌شدگی عرضی برای توری‌های موجبری با پوشش فراماده



شکل ۵: ضریب جفت‌شدگی طولی برای توری‌های موجبری با پوشش فراماده

همچنین از مقایسه شکل ۳ و ۵ مشاهده می‌شود که ضریب جفت‌شدگی طولی توری موجبری با پوشش فراماده، مقداری قابل مقایسه با ضریب جفت‌شدگی عرضی توری به خود اختصاص می‌دهد. این درحالی‌است که ضریب جفت‌شدگی طولی برای توری‌های ساخته شده از مواد معمولی و غیرمغناطیسی کاملاً صفر است. این ویژگی می‌تواند از مهمترین خصوصیات توری‌های موجبری با پوشش فراماده