بیست و سومین کنفرانس اپتیک و فوتونیک و نهمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران
دانشگاه تربیت مدرس
۱۲-۱۴ بهمن ۱۳۹۵
23rd Iranian Conference on Optics and Photonics and 9th Conference on Photonics Engineering and Technology
Tarbiat Modares University, Tehran, Iran
January 31- February 2, 2017

# گسیل فوتون از دو اتم دوترازی در کاواک اتلافی دومدی

سهیلا، سلیمیان[۱]- محمد کاظم، توسلی[۱و۲]

گروه اتمی و ملکولی- دانشکده فیزیک -دانشگاه یزد[۱]

آزمایشگاه پردازش اطلاعات کوانتومی- دانشگاه یزد[۲]

**چکیده: در این مقاله، دو اتم دوترازی که با یک میدان دومدی اتلافی برهم‌کنش می‌کند را در نظر گرفته‌ایم. اثر اتلاف‌هایی مانند گسیل خودبخودی اتم دوترازی، جذب و پراکندگی فوتون توسط آینه‌های کاواک نیز در نظر گرفته می‌شود. تحول دینامیکی سامانه کوانتومی، با یک معادله مستر برای عملگر چگالی توصیف می‌شود. برای توصیف میدان خروجی کاواک، احتمال اندازه‌گیری یک فوتون در این مد را به احتمال آشکارسازی نوری، که با روش مسیر کوانتومی داده شده است، مرتبط می‌کنیم، که از آنجا می‌توانیم شکل واضحی از مد میدان خارج شده از کاواک را به دست آوریم.**

کلمات کلیدی: کاواک اتلافی، اتم دوترازی، گسیل فوتون.

# Photon emission by two two-level atoms in a two-mode lossy cavity

**soheila, salimian [1]; Mohammad Kazem, Tavassoly [1,2]**

*[1]Atomic and Molecular Group, Faculty of Physics, Yazd University*
*[2]The Laboratory of Quantum Information Processing, Yazd University*

Abstract- In this paper we consider two two-level atoms interacting with a two-mode lossy cavity. The effects of losses such as spontaneouse emissions of two-level atoms, photon absorption and scattering by the cavity mirrors are considered. Dynamical evolution of the quantum system is expressed by a master equation for density operator. We relate the probability to measure a photon in the considered two field modes with the photodetection probability theory as given by the quantum trajectory and so we can see clearly the shape of the two modes of the extracted cavity field.

Keywords: Lossy cavity, Two-level atom, Photon emission.

[ Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-01 ]



این مقاله به شرط در دسترس بودن در وبگاه www.opsi.ir معتبر است.

**۱- مقدمه**: هدف ما در این مقاله بررسی تحول دینامیکی و میدان خروجی ناشی از برهم‌کنش دو اتم دوترازی با یک میدان دومدی در کاواک است، که تعمیمی است از مرجع [۱] که در آن یک اتم دوترازی و یک میدان تک‌مد در نظر گرفته شده است. با اضافه-کردن جملات اتلافی به هامیلتونی و حل معادله شرودینگر وابسته به زمان، احتمال‌های خروج، جذب و گسیل خودبخودی را به دست می‌آوریم. سپس، تحول دینامیکی سامانه که با معادله مستر حاکم بر عملگر چگالی توصیف می‌شود، را ارائه می‌کنیم. سپس، احتمال خروج فوتون[ ۲] از کاواک را محاسبه کرده و در نهایت، میدان خروجی کاواک که با یک مد فضایی-زمانی توصیف می‌شود را توسط احتمال اندازه‌گیری یک فوتون در مد خارج شده از کاواک (که با احتمال اشکارسازی نوری که توسط روش مسیر کوانتومی [۳،۴] داده می‌شود)، به دست می‌آوریم.

**۲- مدل**: سامانه مورد نظر، از دو اتم دوترازی که در یک کاواک دومدی قرار گرفته‌اند تشکیل شده است. هامیلتونی توصیف‌کننده سامانه به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$H/\hbar = \frac{(\Omega_1+\Omega_2)}{2}(a^\dagger a + \mathrm{b}^\dagger \mathrm{b}+1) + \frac{\omega_z^A \sigma_z^A}{2} + \frac{\omega_z^B \sigma_z^B}{2} + \frac{\omega_z^A \sigma_z^A}{2} + \frac{\omega_z^B \sigma_z^B}{2} + \lambda_{ab} \times (a\,\mathrm{b}\,\Sigma^+ + a^\dagger \mathrm{b}^\dagger \Sigma^-) + \Delta\sigma_{22}^A + \Delta'\sigma_{22}^B. \quad (۱)$$

در اینجا $\omega_z^A, \omega_z^B$ بسامدهای دو اتم دوترازی جفت شده با دو مد کاواک با بسامدهای $\Omega_1, \Omega_2$ هستند. $\lambda_{ab}$ ثابت جفت‌شدگی اتم-میدان و $a, b$ $(a^\dagger, b^\dagger)$ به ترتیب عملگر-های نابودی (آفرینش) مدهای اول و دوم میدان هستند. مد-های کاواک به اندازه $\Delta, \Delta'$ از بسامد اتم‌های دوترازی ناکوکی دارند و $\omega_z^A = \Omega_1 + \Delta$ و $\omega_z^B = \Omega_2 + \Delta'$. عملگرهای بالا برنده و پایین آورنده کلی اتم‌ها $\Sigma^+, \Sigma^-$ را به این صورت تعریف کرده‌ایم: $\Sigma^+ = \sigma_+^A \sigma_+^B$ , $\Sigma^- = \sigma_-^A \sigma_-^B$. در ادامه حالت‌های اتم-میدان را به این صورت نمایش می‌دهیم: $|a\rangle = |2,0\rangle$ (اتم در تراز بالایی خود است و هیچ فوتونی در کاواک نیست)، $|b\rangle = |1,1\rangle$ (اتم در تراز پایینی خود و یک فوتون در میدان است) و $|c\rangle = |1,0\rangle$ (اتم در تراز پایینی خود است و هیچ فوتونی در میدان نیست). حالت c به علت جذب و پراکندگی فوتون از آینه‌های کاواک و گسیل خودبخودی اتم دوترازی ایجاد می‌شود. حال اگر فرض کنیم در زمان $t_0$ هر دو اتم در تراز بالایی خود و در حالت $|a\rangle$ باشند، بردار حالت کل سامانه به صورت $|\psi(0)\rangle = |a_1, a_2\rangle$ نوشته می‌شود. برای تعیین حالت سامانه در زمان t با فرض این که هیچ جهشی دراین بازه زمانی وجود نداشته باشد، باید معادله شرودینگر غیر-یکانی را حل کنیم. برای تعیین بردار حالت سامانه در زمان t با فرض این که هیچ جهشی در این بازه زمانی وجود نداشته باشد، باید معادله شرودینگر غیریکانی $H'|\psi\rangle = i\hbar|\dot{\psi}\rangle$ را حل کنیم که در آن:

(۲)

$$H' = H - i\hbar\chi^A a^\dagger a - i\hbar\chi^B b^\dagger b - \frac{i\hbar\Gamma^A\sigma_{22}^A}{2} - \frac{i\hbar\Gamma^B\sigma_{22}^B}{2}$$

که

در اینجا $\chi$ نرخ فرار و جذب فوتون از آینه‌های کاواک، $\Gamma$ نرخ گذار خودبخودی اتم دوترازی، و اندیس‌های A، B مربوط به اتم‌های اول و دوم است. اگر هیچ جهشی در بازه زمانی $t_0$ تا t اتفاق نیفتد، حالت نابهنجار سامانه اتم-میدان را با توجه به معادله شرودینگر و رابطه (۲) به صورت زیر می‌نویسیم:

$$|\psi_{no}(\mathrm{t})\rangle = \alpha(\mathrm{t})|a_1,a_2\rangle + \beta(\mathrm{t})|b_1,b_2\rangle + \eta(\mathrm{t})|b_1,a_2\rangle + \varphi(\mathrm{t})|a_1,\mathrm{b}_2\rangle \quad (۳)$$

اندیس‌های 1 و 2 مربوط به حالت‌های اتم-میدان اول و دوم هستند. اندیس no بیان کننده این است که هیچ جهشی دراین بازه زمانی نداریم. حال عملگرهای جهش را به شکل زیر تعریف می‌کنیم: (۴)

$$J_s = \sqrt{\Gamma^A\Gamma^B}\,\sigma_{12}^A\sigma_{12}^B,$$

$$J_i = \sqrt{\chi_i^{\,A}\chi_i^{\,B}}\,a_1 a_2, \qquad i = 1,2$$

$$J_d = \sum_{l=A,B}\sum_{m=A,B}\sum_{i=1,2}(\chi_i^m\Gamma^l)\sigma_{12}^l a_m, \qquad l \neq m.$$

عمگرهای جهش $J_2, J_1$ به ترتیب به فوتون‌های خارج شده از کاواک، جذب شده یا پراکنده شده توسط آینه‌ها مربوط هستند. عملگر جهش $J_s$ مربوط به گسیل خودبخودی اتم‌های دوترازی و $J_d$ به صورت ترکیبی از دو عملگر جهش $J_i$ و $J_s$ است. حال فرض می‌کنیم در بازه زمانی $t_j \in [t_0, t]$ یک جهش اتفاق بیفتد:

$$J_S|\psi_{no}(\mathrm{t})\rangle = \sqrt{\Gamma^A\Gamma^B}\,\alpha(\mathrm{t})|c_1,c_2\rangle, \quad (۵)$$

$$J_i|\psi_{no}(\mathrm{t})\rangle = \sqrt{\chi_i^{\,A}\chi_i^{\,B}}\,\beta(\mathrm{t})|c_1,c_2\rangle,$$



این مقاله به شرط در دسترس بودن در وبگاه www.opsi.ir معتبر است.

[ Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-01 ]

$$J_d\left|\psi_{no}(t)\right\rangle=\sum_i(\sqrt{\Gamma^A\chi_i^B}\,\phi(t)\left|c_1,c_2\right\rangle+\sqrt{\Gamma^B\chi_i^A}\,\eta(t)\left|c_1,c_2\right\rangle).$$

مشاهده می‌کنیم که عملگرهای جهش، سامانه را به حالت $\left|c_1,c_2\right\rangle$ می‌برند، بنابراین عملگر چگالی در زمان t با رابطه زیر بیان می‌شود (اندیس yes به معنی وقوع جهش):

(۶)

$$\rho_{yes}(t)=\left|c_1,c_2\right\rangle\left\langle c_1,c_2\right|.$$ لذا، عملگر چگالی را به طور کلی به صورت زیر می‌نویسیم:

$$\rho(t)=p_{no}(t)\rho_{no}(t)+p_{yes}(t)\rho_{yes}(t),$$ که $p_{no}(t)$ و $p_{yes}(t)$ به صورت زیر به دست می‌آیند: (۷)

$$p_{no}(t)=\left\|\left|\psi_{no}(t)\right\rangle\right\|^2=\left\langle\psi_{no}(t)\middle|\psi_{no}(t)\right\rangle$$

$$=\left|\alpha(t)\right|^2+\left|\beta(t)\right|^2+\left|\eta(t)\right|^2+\left|\varphi(t)\right|^2$$

$$p_{yes}(t)=1-p_{no}(t)=\left|\gamma(t)\right|^2.$$

دینامیک عملگر چگالی $\rho(t)$ با معادله مستر توصیف می‌شود:

$$\frac{d\rho(t)}{dt}=\frac{1}{i\hbar}[H,\rho(t)]+\sum_i\frac{\chi_i^A}{2}\frac{\chi_i^B}{2}\left[4ab\,\rho(t)a^\dagger b^\dagger-a^\dagger ab^\dagger b\,\rho(t)-\rho(t)a^\dagger ab^\dagger b\right]+\frac{\Gamma^A}{2}\frac{\Gamma^B}{2}\left[4\sigma_{12}^A\sigma_{12}^B\rho(t)\sigma_{21}^A\sigma_{21}^B-\sigma_{22}^A\sigma_{22}^B\rho(t)-\rho(t)\sigma_{22}^A\sigma_{22}^B\right]+\sum_{i=1,2}\sum_{m=1,2}\sum_{l=A,B}\frac{\Gamma^l}{2}\frac{\chi_i^m}{2}\times(4\sigma_{12}^l a_m\rho(t)\sigma_{21}^l a_m^\dagger-\sigma_{22}^l a_m^\dagger a_m\rho(t)-\rho(t)\sigma_{22}^l a_m^\dagger a_m),\qquad m\neq l.\quad(۸)$$

با استفاده از (۸) احتمال گذار سامانه به حالت $\left|c_1,c_2\right\rangle$ را به صورت زیر محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{d\left|\gamma(t)\right|^2}{dt}=Tr\left[\frac{d\rho(t)}{dt}\left|c_1,c_2\right\rangle\left\langle c_1,c_2\right|\right]=\chi^A\chi^B\left|\beta(t)\right|^2+\Gamma^A\Gamma^B\left|\alpha(t)\right|^2+\Gamma^A\chi^B\left|\varphi(t)\right|^2+\Gamma^B\chi^A\left|\eta(t)\right|^2.\quad(۹)$$

عملگرهای جهش، سامانه را به $\left|c_1,c_2\right\rangle$ پرتاب می‌کنند و از این رو $\left|\gamma(t)\right|^2$ افزایش می‌یابد. با انتگرال‌گیری از رابطه (۹) داریم:

$$p_{yes}(t)=\left|\gamma(t)\right|^2=P_{ext}(t)+P_{abs}(t)+P_{spo}(t).\quad(۱۰)$$

که در آن عبارت‌های زیر را این‌گونه تعریف کرده‌ایم:

$$P^A{}_{ext}(t)=\chi_1^A(\chi_1^B\int_0^t dt'\left|\beta(t')\right|^2+\Gamma^B\int_0^t dt'\left|\eta(t')\right|^2),$$

$$P^B{}_{ext}(t)=\chi_1^B(\chi_1^A\int_0^t dt'\left|\beta(t')\right|^2+\Gamma^A\int_0^t dt'\left|\varphi(t')\right|^2),$$

$$P_{spo}(t)=\Gamma^A\Gamma^B\int_0^t dt'\left|\alpha(t')\right|^2+\Gamma^A\chi^B\int_0^t dt'\left|\varphi(t')\right|^2+\chi^A\Gamma^B\int_0^t dt'\left|\eta(t')\right|^2,$$

$$P_{abs}(t)=\chi_2^B\chi_2^A\int_0^t dt'\left|\beta(t')\right|^2+\Gamma^A\chi_2^B\int_0^t dt'\left|\varphi(t')\right|^2+\chi_2^A\Gamma^B\int_0^t dt'\left|\eta(t')\right|^2.\quad(۱۱)$$

در این رابطه منظور از $\chi^{A,B}=\chi_1^{A,B}+\chi_2^{A,B}$ است. $P_{spo}(t)$ و $P_{abs}(t)$ به ترتیب احتمال گسیل خودبخودی اتم‌های A و B و احتمال جذب و گسیل توسط آینه‌های کاواک رانشان می‌دهند. $P^A{}_{ext}(t)$ و $P^B{}_{ext}(t)$ به ترتیب احتمال خروج فوتون مربوط به اتم-میدان اول و دوم هستند. پیداست که $P_{abs}(t)$، $P_{ext}(t)$، $P_{spo}(t)$ توابع به طور یکنوا افزایشی هستند. بنابراین هر چه بازه زمانی بزرگتر باشد احتمال نشت، جذب و پراکندگی توسط آینه‌ها و گسیل خودبخودی بیشتر می‌شود. بنابراین، در حد $t\to\infty$ داریم $\lim_{t\to\infty}\left|\gamma(t)\right|^2=1$. برای به دست آوردن $\left|\alpha(t)\right|,\left|\beta(t)\right|,\left|\eta(t)\right|,\left|\varphi(t)\right|$ باید معادله شرودینگر غیر-یکانی را حل کنیم که در نتیجه آن:

$$\alpha(t)=e^{-\frac{1}{4}[4i(\Omega_1+\Omega_2)+2i(\Delta+\Delta')+(\Gamma^A+\Gamma^B)+(\chi^A+\chi^B)]}[\cosh(\frac{\Omega}{2}t)+\frac{1}{\Omega}[(-4i(\Delta+\Delta')-(\Gamma^A+\Gamma^B)+(\chi^A+\chi^B)]\sinh(\frac{\Omega}{2}t))],$$

$$\beta(t)=\frac{1}{\Omega}[-4ig\times e^{-\frac{1}{4}[4i(\Omega_1+\Omega_2)+2i(\Delta+\Delta')+(\Gamma^A+\Gamma^B)+(\chi^A+\chi^B)]}\sinh(\frac{\Omega}{2}t)],\quad(۱۲)$$

که در آن $\Omega$ را به صورت زیر تعریف کرده‌ایم:

$$\Omega=\sqrt{2(\Delta+\Delta')-\frac{i}{2}[(\Gamma^A+\Gamma^B)-(\chi^A+\chi^B)-4g}\times\sqrt{-2(\Delta+\Delta')-\frac{i}{2}[(\Gamma^A+\Gamma^B)-(\chi^A+\chi^B)+4g},\quad(۱۳)$$

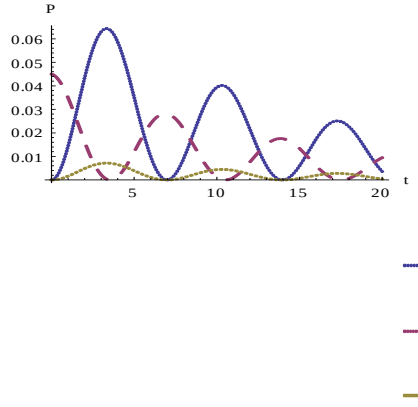
از آنجا که هر دو اتم در تراز بالایی خود هستند و هیچ فوتونی در میدان نیست برای دو ضریب دیگر داریم $\eta(t)=0=\varphi(t)$. لذا



این مقاله به شرط در دسترس بودن در وبگاه www.opsi.ir معتبر است.

[ Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-01 ]

می‌توان احتمال جذب و پراکندگی فوتون از آینه‌های کاواک و گسیل خودبخودی اتم‌های دوترازی را به دست آورد. در نمودار (۱)، تغییرات احتمال گسیل خودبخودی، جذب و خروج فوتون از کاواک بر حسب زمان، با توجه به پارامترهای ذکر شده رسم شده است.




نمودار (۱): احتمال جذب $P_{abs}$، گسیل $P_{spo}$ و خروج فوتون از کاواک $P_{ext}$ با پارامترهای $2g/\chi=10$، $(\Delta+\Delta')/\chi=0.1$، $\chi_1^A/\chi=0.9$، $(\Gamma^A+\Gamma^B)/\chi=0.5$ و $\chi=\chi^A+\chi^B$ رسم شده است.

**۳- دینامیک بسته‌موج فوتون‌ها در خارج از کاواک:**

در خارج از کاواک، فوتون خروجی می‌تواند در مدهای مختلف قرار گیرد. بردار حالت تک‌فوتونی که در مد $\xi_i$ قرار دارد را با $\left|1_{\xi_i}\right\rangle=c_{\xi_i}^{\dagger}\left|0\right\rangle$ نشان می‌دهیم و $c_{\xi_i}^{\dagger}$ عملگر آفرینش فوتون در مد وابسته به فضا-زمان $\xi_i(t)$ به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$c_{\xi_i}^{\dagger}(t)=\int_0^{\infty}dt\,\xi_i(t)b^{\dagger}(t). \qquad (۱۴)$$

تابع مد وابسته به فضا-زمان $\xi_i(t)$ از یک پوش دامنه و یک فاز تشکیل شده است، $\xi_i(t)=\varepsilon_i(t)\,e^{i\varphi_i t}$.

عملگر شار در واحد فوتون بر واحد زمان به صورت زیر تعریف می‌شود: $f(t)=b^{\dagger}(t)b(t)$. با در نظر گرفتن اتلاف‌های کاواک و فرض اینکه فوتون‌های خارج شده از کاواک در حالت‌های $\left|1_{\xi_i}\right\rangle$ و $\left|1_{\xi_j}\right\rangle$ قرار گیرند، عملگرهای چگالی برای هر دو مد به صورت: $\rho_{out}^{i,j}=p_{ext}^{A,B}(\infty)\left|1_{\xi_{i,j}}\right\rangle\left\langle 1_{\xi_{i,j}}\right|+\left[1-p_{ext}^{A,B}(\infty)\right]\left|0\right\rangle\left\langle 0\right|$ است.

احتمال اندازه‌گیری فوتون‌ها با رابطه زیر بیان می‌شود:

$$p_{\xi_{i,j}}(t)=\mathrm{Tr}[\rho_{out}^{i,j}\hat{f}(t)]=p_{ext}^{A,B}(\infty)\varepsilon_{i,j}^2(t). \qquad (۱۵)$$

انتگرال‌گیری از رابطه (۱۵) داریم: (۱۶)

$$p_{tot}^{i,j}=\int_0^{\infty}dt\,p_{\xi_{i,j}}(t)=p_{ext}^{A,B}(\infty).$$

اکنون با استفاده از احتمال پاسخ آشکارساز در بازه زمانی $T$ که در آن پوش‌های دامنه تغییر چندانی نمی‌کنند شکل پوش دامنه را به دست می‌آوریم. اگر بازده کوانتومی آشکارساز $g$ باشد:

$$p_D^{i,j}(t)=g p_{ext}^{A,B}(\infty)\varepsilon_{i,j}^2(t)T. \qquad (۱۷)$$

رابطه بالا را از روش دیگری هم می‌توان محاسبه کرد:

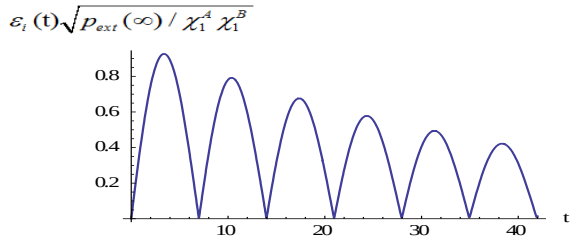
$$\begin{aligned}&p_D^{i}(t)=g\chi_1^A\,\mathrm{Tr}[\rho_{out}^{i}(a^{\dagger}a+a\sigma_{12}^{B})]=\\&g\chi_1^A(\chi_1^B|\beta(t)|^2+\Gamma^B|\eta(t)|^2)T,\\&p_D^{j}(t)=g\chi_1^B\,\mathrm{Tr}[\rho_{out}^{j}(b^{\dagger}b+b\sigma_{12}^{A})]=\\&g\chi_1^B(\chi_1^A|\beta(t)|^2+\Gamma^A|\varphi(t)|^2)T.\end{aligned} \qquad (۱۸)$$

با

مساوی قرار دادن رابطه‌های (۱۷) و (۱۸) داریم:

$$\begin{aligned}&\varepsilon_i(t)=\sqrt{\frac{\chi_1^B\chi_1^A|\beta(t)|^2+\Gamma^B|\eta(t)|^2}{p_{ext}^{A}(\infty)}},\\&\varepsilon_j(t)=\sqrt{\frac{\chi_1^B\chi_1^A|\beta(t)|^2+\Gamma^A|\varphi(t)|^2}{p_{ext}^{B}(\infty)}}.\end{aligned} \qquad (۱۹)$$

به این ترتیب، پوش دامنه در زمان $t$ به دست آمد، که به وسیله آن می‌توان شکل مد وابسته به فضا-زمان $\xi_{i,j}(t)$ را محاسبه و حالت کوانتومی میدان خارج شده از کاواک را مشاهده و بررسی کرد. در نمودار (۲) شکل پوش دامنه تابع موج وابسته به فضا-زمان رسم شده است. مشاهده می‌شود که با گذشت زمان پوش دامنه کمتر می‌شود.




نمودار (۲): رسم پوش دامنه $\varepsilon_i(t)\sqrt{p_{ext}(\infty)/\chi_1^A\chi_1^B}$ مربوط به مد وابسته به فضا- زمان میدان خروجی کاواک، با پارامترهایی مشابه نمودار (۱).

## مراجع

[1] Di Fidio, C., Vogel, W., Khanbekyan, M. and Welsch, D.G., Phys. Rev. *A*, 77, 04382, (2008).

[2] E.B. Davies, Quantum Theory of Open Systems (AcademicPress, New York, 1976).

[3] R. Dum, A.S. Parkins, P. Zoller, and C.W. Gardiner, Phys. Rev. A 46, 4382 (1992).

[4] J. Dalibard, Y. Castin, and K. Mølmer, Phys. Rev. Lett. 68, 580 (1992).



این مقاله به شرط در دسترس بودن در وبگاه www.opsi.ir معتبر است.

[ Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-01 ]