بیست و سومین کنفرانس اپتیک و فوتونیک و نهمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران
دانشگاه تربیت مدرس
۱۲-۱۴ بهمن ۱۳۹۵
23rd Iranian Conference on Optics and Photonics and 9th Conference on Photonics Engineering and Technology
Tarbiat Modares University, Tehran, Iran
January 31- February 2, 2017

تاثیر آهنگ اتلاف مدهای کاواک در شارهای نوفه لیزرهای کلاس-A

سیده شریفه موسوی، الناز خلیل زاده و جعفر جهان پناه

دانشکده فیزیک، دانشگاه خوارزمی

چکیده -شارهای نوفه ایجاد شده در یک لیزر کلاس A توسط نیروی لانژوین کاواک در حالت سه مد طولی با آهنگ‌های میرایی متفاوت مورد بررسی قرار گرفته است. معادلات حرکت ماکسول- بلوخ وابسته به نوسان هم‌زمان مد مرکزی و دو مد مجاور چپ و راست آن را در حضور سه نیروی لانژوین کاواک حل می‌کنیم. شار نوفه مربوط به تابش‌های گسیل القایی، گسیل خودبخود و پمپاژ لیزر را با استفاده از مفهوم تابع همبستگی نیروهای لانژوین محاسبه می‌کنیم. نتایج نشان می‌دهند که نیروهای لانژوین هر مد تاثیر قابل توجه‌ای در تولید شار نوفه دو مد نوسانی دیگر دارد و با افزایش نرخ میرایی آینه‌های کاواک، شار نوفه تابش لیزر و گسیل خودبخود افزایش می‌یابد.

کلیدواژه- آهنگ اتلاف مدهای کاواک، قضیه افت‌وخیز- اتلاف، معادلات ماکسول بلاخ ، نیروی لانژوین کاواک

The damping rate effect of cavity modes on the noise fluxes of class-A lasers

Sharifrh Musavi, Elnaz Khalilzadeh, Jafar Jahanpanah

Department of Physics, Kharazmi University

Abstract- The noise fluxes of the cavity Langevin force in the case of three longitudinal modes with the different damping rates are investigated for a class –A laser. The Maxwell-Bloch equations of motion are thus solved in the presence of three cavity Langevin forces associated with the simultaneous oscillations of cavity central mode and its left and right adjacent modes. The notion of correlation function is implemented to calculate the noise fluxes of stimulated and spontaneous emission radiations to gather with that of laser pumping. The results indicate that the cavity Langevin force of each of three oscillating modes makes a direct contribution in producing the noise fluxes of other two oscillating modes. It is finally demonstrated that by increasing the damping rate of cavity mirrors, the noise fluxes of laser radiation and spontaneous emission are increased.

Keywords: Cavity Langevin force, Dissipation-fluctuation theorem, Maxwell-Bloch equations

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-01]

این مقاله به شرط در دسترس بودن در وبگاه www.opsi.ir معتبر است.

۱- مقدمه

نوفه‌های سفید و رنگی نقش بسیار مهمی در بسیاری از حوزه‌های مختلف فیزیک دارند که از مهمترین آنها می‌توان به سوئیچ اپتیکی، کدگزاری و رمزگشایی سیگنال‌های اپتیکی و فرایندهای مربوط به قفل‌شدگی مدها اشاره کرد [۱و ۲]. در این مقاله، تنها نوفه سفید که توسط آهنگ میرایی آینه‌های کاواک و طبق نظریه افت‌وخیز-اتلاف [۳] تولید می‌شوند مورد مطالعه قرار می‌گیرند. نوفه سفید توسط نیروی لانژوین کاواک تولید می‌شود. هدف این مقاله بررسی اثر نیروی لانژوین کاواک روی طیف نوفه یک لیزر کلاس A در حالت نوسان هم‌زمان سه مد طولی متوالی با نرخ‌های میرایی متفاوت می‌باشد.

۲- معادلات حرکت لیزرکلاس A

برای یک لیزر کلاس A با میدان الکتریکی متغیر $\alpha(t)$ داریم [۳و ۴]:

$$\alpha(t)=\sum_j \alpha_j(t)=\sum_j\left[\left|\bar{\alpha}_j\right|+\delta\alpha_j(t)\right]) \times\exp(-i\left[\omega_j t+\bar{\phi}_j+\delta\phi_j(t)\right]) \quad (۱)$$

$$D(t)=D_0'+\delta D_0'+(D_1+\delta D_1)_e^{-i(\Delta t+\varphi_D+\delta\varphi_D)} +(D_1^*+\delta D_1^*)_e^{i(\Delta t+\varphi_D+\delta\varphi_D)} \quad (۲)$$

در روابط بالا $(j=L,C,R)$ اندیس L اشاره به مد چپ، C مد مرکزی و R مد راست دارند. $\left|\alpha_j\right|$ و φ_j به ترتیب دامنه و فاز مولفه‌های میدان الکتریکی کاواک، و $\delta\alpha_j(t)$ و $\delta\varphi_j(t)$ افت‌وخیزهای مربوط به این دو متغیر و $\delta D_0'$ افت‌وخیز مربوط به وارونی جمعیت ایستای اتم و Δ جدایی فرکانسی بین مدهای طولی کاواک است. دینامیک لیزر برای سه مد طولی با معادلات حرکت ماکسول - بلوخ به شکل زیر توصیف می شود:

$$\alpha_j+\left(\gamma_j+i\,\omega_j\right)\alpha_j=\left(\frac{g^2}{\gamma_\perp}\alpha(t)D(t)\right)_{jth}+\Gamma_{\alpha j} \quad (۳)$$

$$\gamma_{\parallel}D(t)=\gamma_{\parallel}D_p-\frac{2g^2}{\gamma_\perp}\left|\alpha(t)\right|^2D(t) \quad (۴)$$

به طوری که $\gamma_\perp$ و $\gamma_{\parallel}$ به ترتیب نرخ‌های میرایی متغیرهای وارونی جمعیت اتمی و گشتاور دوقطبی و γ_j نرخ میرایی آینه‌های کاواک برای مد j است که برای مد مرکزی برابر با γ_c و برای مدهای مجاور برابر با $\gamma_c(1+\varepsilon)$ است. ε انحراف نرخ میرایی مدهای مجاور از نرخ میرایی مد مرکزی‌ست. همچنین $\gamma_{\parallel}D_P$ نرخ کل پمپاژ و g ثابت جفت‌شدگی بین میدان الکتریکی کاواک و وارونی جمعیت اتمی است. اکنون متغیرهای $x=D'_0/D_0$ ، $\left(D_1+D_1^*\right)/D_0$ ، $|\alpha_c|^2/D_0$ ، $|\alpha_R|^2/D_0$ و $|\alpha_L|^2/D_0$ از حل معادلات ماکسول- بلوخ به دست می آید [۵]. در ادامه با قرار دادن جواب‌های فرضی (۱) و (۲) در معادلات (۳) و (۴) و بعد از انجام مقداری محاسبات جبری و با استفاده از روابط مربوط به قفل‌شدگی مدها روابط مربوط به افت‌وخیز کمیتهای میدان الکتریکی و وارونی جمعیت اتمها بدست می‌آیند. با استفاده از تبدیل فوریه، معادلات حرکت مربوط به $\delta\alpha_R(\omega)$، $\delta\alpha_c(\omega)$ و $\delta\alpha_l(\omega)$ در قلمرو فرکانس به دست می آیند. در نهایت با حل این معادلات داریم:

$$\begin{bmatrix}\delta\alpha_l(\omega)\\ \delta\alpha_c(\omega)\\ \delta\alpha_R(\omega)\end{bmatrix}=\frac{1}{2M(\omega)}\begin{bmatrix}D_{ll}&D_{lc}&D_{lR}\\ D_{cl}&D_{cc}&D_{cR}\\ D_{Rl}&D_{Rc}&D_{RR}\end{bmatrix} \times\begin{bmatrix}\Gamma_{\alpha_l}(\omega+\omega_l)+\Gamma_{\alpha_l}{}^*(\omega+\omega_l)\\ \Gamma_{\alpha c}(\omega+\omega_c)+\Gamma_{\alpha_c}{}^*(\omega+\omega_c)\\ \Gamma_{\alpha_R}(\omega+\omega_R)+\Gamma_{\alpha_R}{}^*(\omega+\omega_R)\end{bmatrix} \quad (۵)$$

$$D_{ll}(\omega)=D_{RR}(\omega)=\gamma_l^{-1}\left\{\frac{\frac{\omega}{\gamma_c}\frac{\omega}{\gamma_{c(1+\varepsilon)}}-i\left(C_{1c}\frac{\omega}{\gamma_c(1+\varepsilon)}+C_{2R}\frac{\omega}{\gamma_c}\right)+C_{1l}C_{2c}-C_{1c}C_{2R}}{\left(C_{2R}-C_{2l}+i\frac{\omega}{\gamma_c(1+\varepsilon)}\right)}\right\}$$

$$D_{Rl}(\omega)=D_{lR}(\omega)=\gamma_c^{-1}\left\{\frac{C_{2l}\left(C_{1c}+i\frac{\omega}{\gamma_c}\right)-C_{21l}C_{2c}}{\left(C_{2R}-C_{2l}+i\frac{\omega}{\gamma_{c(1+\varepsilon)}}\right)}\right\}$$

$$D_{cl}(\omega)=D_{cR}(\omega)=\gamma_l^{-1}C_{1l}$$

$$D_{lc}(\omega)=D_{Rc}(\omega)=\gamma_c^{-1}C_{2c}$$

$$D_{cc}(\omega)=-\gamma_c^{-1}\left(C_{1c}+i\frac{\omega}{\gamma_c}\right)\left(C_{2R}+C_{2l}+i\frac{\omega}{\gamma_{c(1+\varepsilon)}}\right)$$

$$M(\omega)=\left(C_{1c}+i\frac{\omega}{\gamma_c}\right)\left(C_{2R}+C_{2l}+i\frac{\omega}{\gamma_{c(1+\varepsilon)}}\right)-2C_{1l}+C_{2c}$$

$$C_{1l}=C_{1R}=\left\{\left(\frac{D_1+D_1^*}{2D_0}\right)+b_2+\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(\frac{1-x}{1+\varepsilon-x}\right)^{\left(\frac{1}{2}\right)}b_4\right\}$$

این مقاله به شرط در دسترس بودن در وبگاه www.opsi.ir معتبر است.

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-01]

$$C_{1c}=\left\{x-1+b_1+\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(\frac{1-x}{1+\varepsilon-x}\right)^{\left(\frac{1}{2}\right)}b_3\right\}$$

$$C_{2l}=C_{3R}=\frac{0.5}{1+\varepsilon}\left\{\sqrt{2}\left(\frac{1-x}{1+\varepsilon-x}\right)^{\left(\frac{1}{2}\right)}b_2+b_4\right\}$$

$$C_{2c}=C_{3c}=\frac{0.5}{1+\varepsilon}\left\{\left(\frac{D_1+D_1^*}{D_0}\right)+\sqrt{2}\left(\frac{1-x}{1+\varepsilon-x}\right)^{\left(\frac{1}{2}\right)}b_1+b_3\right\}$$

$$C_{3l}=C_{2R}=\left\{\left(\frac{x}{1+\varepsilon}-1\right)+\frac{0.5}{1+\varepsilon}\left[\sqrt{2}\left(\frac{1-x}{1+\varepsilon-x}\right)^{\left(\frac{1}{2}\right)}\times b_2+b_4\right]\right\}$$

بدیهی است که $D_{i\,j}\,(i\neq j)$ سهم نیروی لانژوین کاواک $\Gamma\alpha j$ مربوط به jامین مد در افت‌وخیز میدان الکتریکی i امین مد $\delta\alpha_i(\omega)$ است.

۳- شارهای نوفه لیزر و گسیل خودبخود

در ادامه شار نوفه مربوط به مد i ام (N_i^{LN}) با استفاده از رابطه‌ی (۵) به صورت زیر محاسبه می شود [۳]:

$$N_i^{lN}(\omega)=2\gamma_i\left(\frac{1}{2\pi}\int d\omega' < \delta\alpha_i(\omega)\delta\alpha_i^{*}(\omega') > e^{i(\omega-\omega')t}\right)$$
$$=2\gamma_i\left(\left|h_{ii}^{IN}(\omega)\right|^2+\sum_{j\neq i}\left|h_{ij}^{IN}(\omega)\right|^2\right) \qquad (۶)$$

که در آن $\left|h_{ii}^{IN}(\omega)\right|^2=(1/4\pi\gamma_i\left|M(\omega)\right|^2)\times\left|D_{ii}^{'}(\omega)\right|^2$ مؤلفه شارنوفه i امین مد تولید شده توسط نیروی لانژوین $\Gamma\alpha_i$است و $\left|h_{ij}^{IN}(\omega)\right|^2=(1/4\pi\gamma_j\left|M(\omega)\right|^2)\left|D_{ij}^{'}(\omega)\right|^2$ مؤلفه شارنوفه مدهای مجاور می‌باشد که توسط نیروی لانژوین $\Gamma\alpha_i$ تولید شده اند. و $D_{ij}^{'}(\omega)=D_{ij}/\gamma_j$. افت‌وخیز وارونی جمعیت اتمی $\delta D_0'$ با جایگزینی $\delta\alpha_R$, $\delta\alpha_L$ $\delta\alpha_C$از رابطه ی (۵) بدست می‌آید و از آنجا شار نوفه گسیل خودبه‌خود به طور مشابه با استفاده از رابطه توابع همبستگی به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$N_{total}^{spN}(\omega)=\sum_{i=l,c,R}\left|h_i^{spN}(\omega)\right|^2 \qquad (۷)$$

که در آن

$$\left|h_c^{spN}(\omega)\right|^2=\frac{a^2}{8\pi\frac{\left|\alpha_c\right|^4}{D_0^2}\left(1+\frac{(1-x)(1+\varepsilon)}{(1+\varepsilon-x)}\right)\left|M(\omega)\right|^2}\times\left|b_1D_{cc}'(\omega)+b_2(D_{lc}'(\omega)+D_{Rc}'(\omega))\right|^2$$

$$\left|h_L^{spN}(\omega)\right|^2=\left|h_R^{spN}(\omega)\right|^2$$
$$=\frac{a^2}{8\pi\frac{\left|\alpha_c\right|^4}{D_0^2}\left(1+\frac{(1-x)(1+\varepsilon)}{(1+\varepsilon-x)}\right)\left|M(\omega)\right|^2}\times\left(\frac{1}{1+\varepsilon}\right)\times\left|b_1D_{cl}'(\omega)+b_2(D_{ll}'(\omega)+D_{Rl}'(\omega))\right|^2$$

۴- شارنوفه پمپاژ لیزر

در ادامه برای بدست آوردن شار نوفه مربوط به پمپاژ از رابطه کلی شار انرژی استفاده می کنیم:

$$\gamma_{\square}D_p(t)=\gamma_{\square}D(t)+2\sum_i\gamma_i\left|\alpha_i\right|^2=\gamma_jD(t)$$
$$+2\gamma_c(\left|\alpha_c(t)\right|^2+(1+\varepsilon)\left|\alpha_l(t)\right|^2+(1+\varepsilon)\left|\alpha_R(t)\right|^2) \qquad (۸)$$

از رابطه بالا براحتی می توان رابطه‌ی افت‌وخیز پمپاژ لیزر را در حوزه فرکانس بدست آورد. و با استفاده از آن شارنوفه پمپاژ $N_{total}^{pN}(\omega)$ را محاسبه نمود [۳]:

$$N_{total}^{pN}(\omega)=\sum_{i=l,c,R}\left|h_i^{pN}(\omega)\right|^2 \qquad (۹)$$

$$\left|h_l^{pN}(\omega)\right|^2=\left|h_R^{pN}(\omega)\right|^2=\frac{1}{8\pi\left|M(\omega)\right|^2\left(1+\frac{(1-x)(1+\varepsilon)}{(1+\varepsilon-x)}\right)}\times\left(\frac{1}{1+\varepsilon}\right)\left|b_1'D_{cl}'(\omega)+b_2'(D_{ll}'(\omega)+D_{Rl}'(\omega))\right|^2$$

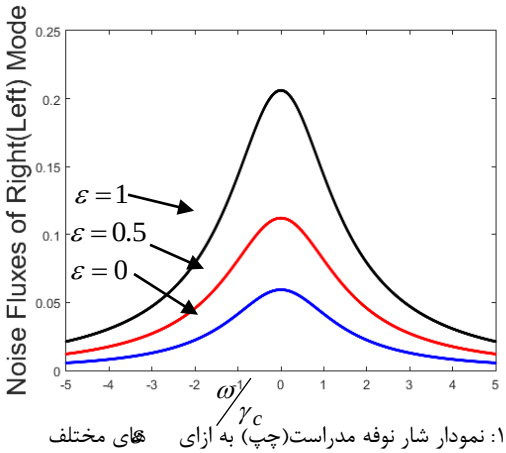
$$\left|h_c^{pN}(\omega)\right|^2=\frac{1}{8\pi\left|M(\omega)\right|^2\left(1+\frac{(1-x)(1+\varepsilon)}{(1+\varepsilon-x)}\right)}\times\left|b_1'D_{cc}'(\omega)+b_2'(D_{lc}'(\omega)+D_{Rc}'(\omega))\right|^2$$

۵- بحث و نتیجه گیری

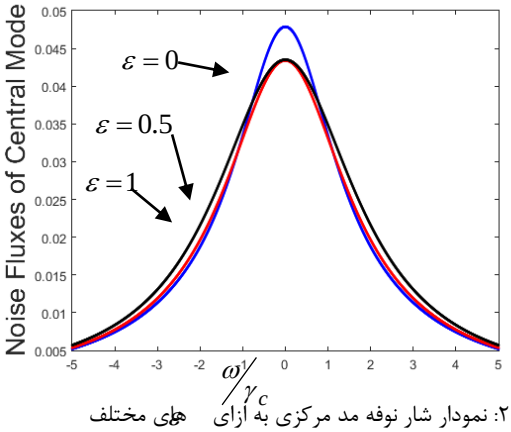
در شکل ۱و ۲ شارنوفه مد مرکزی و مد راست (یا چپ) برای آهنگ پمپاژ نرمال شده $C'=2$ و به ازای مقادیر مختلف ε رسم شده اند. همان‌طور که در شکل مشخص می-باشد با افزایش آهنگ اتلاف آینه‌های کاواک، شار نوفه مد مرکزی کاهش و شار نوفه مربوط به مدهای کناری افزایش یافته است که طبق قضیه پایستگی شار نتیجه درستی است.

این مقاله به شرط در دسترس بودن در وبگاه www.opsi.ir معتبر است.

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-01]

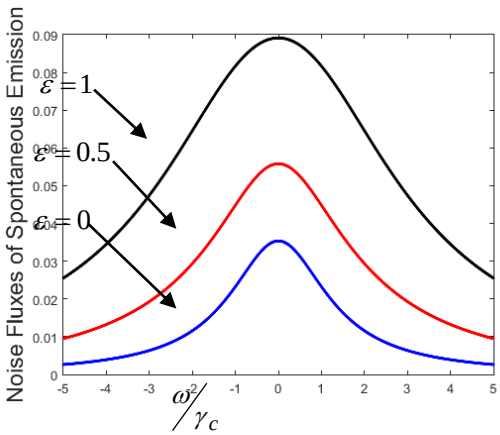


شکل۱: نمودار شار نوفه مدراست(چپ) به ازای ε های مختلف



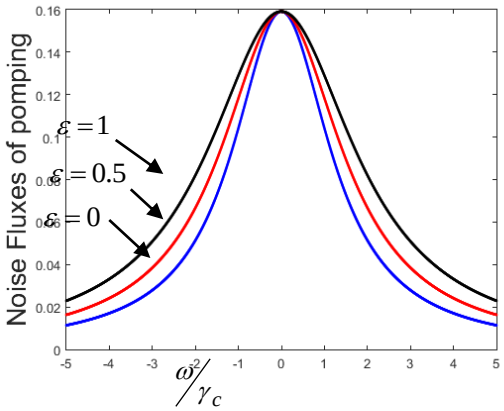
شکل۲: نمودار شار نوفه مد مرکزی به ازای ε های مختلف

در شکل ۳ شار نوفه کل تابش خودبخودی به ازای مقادیر مختلف ε رسم شده است. طبق قضیه افت‌وخیز اتلاف انتظار داریم با افزایش آهنگ اتلاف، شار نوفه خودبخودی افزایش یابد. نتایج شکل با این واقعیت منطبق می باشد.



شکل۳: نمودار شار نوفه کل تابش خودبخودی به ازای ε های مختلف

در شکل ۴، شار نوفه پمپاژ به ازای مقادیر مختلف ε رسم شده است. مشاهده می‌شود با افزایش ε، شار نوفه افزایش خاصی ندارد با توجه به اینکه نوفه پمپاژ به عوامل خارجی وابسته است نتیجه قابل قبول می باشد.



شکل۴: نمودار شار نوفه کل پمپاژ به ازای ε های مختلف

همان طور که مشخص است نمودار مربوط به شارهای نوفه بدست آمده دارای پروفایل تقریبا لورنتسی می‌باشند که منطبق با کارهای قبلی است [۶] از طرفی به ازای مقادیر $\varepsilon=0$ دقیقا منطبق با نتایج قبلی بدست آمده می باشد [۷] که این صحت روابط بدست آمده را می‌رساند. به عنوان نکته مهم باید گفت محاسبه شار نوفه به ازای آهنگهای اتلاف مختلف برای سه مد برای نخستین بار در این مقاله با استفاده از معادلات ماکسول بلوخ انجام شده است. اهمیت این کار مشخص کردن سهم افت‌وخیز هر مد در شار نوفه مد دیگر می‌باشد که به صورت آزمایش تجربی این مساله امکان‌پذیر نمی‌باشد. با توجه به کاربرد وسیع نوفه در مطالعات امروزه، این کار می‌تواند بسیار ارزشمند باشد.

مراجع

[1] N. Goto, Y. Miyazaki, Appl Opt. 53, 3379 (2014).
[2] R. Paschotta, Opt.Express. **18,** 5041 (2010).
[3] J. Jahanpanah, A. Soleimani and F. Shavandi, IEEE J. Quantum Electron. **48,** 1237 (2012).
[4] M. Sargent, M. O. Scully, and E.Lamb, *Laser Physics* (Addison-Wesley, Reading, MA, 1974). p. 44, Cambridge University Press, 2000.
[5] J. Jahanpanah and A. A. Rahdar, Laser Phys. **24,** 025001 (2014).
[6] G. Baili, F. Bretenaker, M. Alouini, L. Moryan, D. Dolfi and I. Sagnes, IEEE J. Lightwave Techno. **26,** 952 (2008).
[7] E. Khalilzadeh and J. Jahanpanah, Appl. Phys. B **122**, 67(2016)

این مقاله به شرط در دسترس بودن در وبگاه www.opsi.ir معتبر است.

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-01]