



## معرفی مدل نظری لیزر سالیتون کاواک گسسته با در نظرگیری تحول جمعیت و تحلیل پایداری خروجی همگن نوری آن

مطهری نیا، احمد<sup>۱</sup>؛ محمود اقدمی، کیوان<sup>۲</sup>؛ خردمند، رضا<sup>۱</sup>

<sup>۱</sup> پژوهشکده فیزیک کاربردی دانشگاه تبریز، گروه فوتونیک مخابرات

<sup>۲</sup> گروه فیزیک، دانشگاه پیام نور تهران

چکیده - با معرفی مدل نظری برای تحلیل لیزر سالیتونهای کاواک در تشدیدگرهای نوری گسسته، که دینامیک جمعیت در آن لحاظ شده است، شرایط تشکیل دوپایایی برای حالت خروجی همگن نوری که در آن دامنه میدان الکتریکی در هریک از کاواک ها با هم برابر است در این سیستم جامع بررسی می شود. از آنجا که حالت همگن پایدار به عنوان زمینه ای برای ظهور سالیتونهای نوری ضروری است، لذا با استفاده از تحلیل خطی پایداری، نواحی ناپایدار در وضعیت خروجی همگن سیستم مشخص شده و تأثیر هر یک از پارامترها بر وضعیت سیستم مشخص شد.

کلید واژه - پایداری، دوپایایی، لیزر سالیتون.

## Modeling of Discrete Cavity Soliton laser with population Dynamics and Stability Analysis of Its Homogeneous Optical Output

Motahharynia, Ahmad<sup>1</sup>; Mahmoud Aghdami, Keivan<sup>2</sup>; Kheradmand, Reza<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Photonics Group, Research Institute for Applied Physics and Astronomy, University of Tabriz, Tabriz,

<sup>2</sup> Departments of Physics, Payame Noor University of Tehran

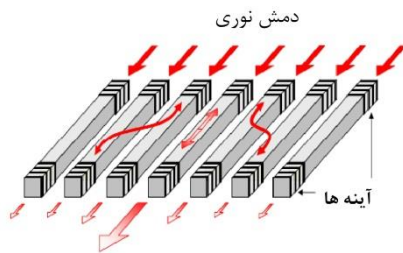
Abstract- A model will introduce for analyzing cavity soliton lasers in discrete optical resonators, where population dynamics is considered therein. Here in this more comprehensive system, for same electric field amplitudes in whole cavities, different conditions in bistability regime for homogeneous optical output are investigated. Since the stable homogeneous state background is essential to emerge optical solitons on it, unstable domain in homogeneous state by employing linear stability analysis, beside the effect of other parameters are studied.

Keywords: stability, bistability, soliton laser.

## ۱- مقدمه

نزدیکترین همسایه  $c = C\tau_{ph}$  است که همگی با طول عمر فوتون بدون بعد شده‌اند.

در کاواکهای متشکل از محیط غیر فعال نوری، نقش ماده پرکننده کاواک صرفاً به عنوان محیطی با ضریب شکست غیرخطی بوده که سبب بروز اثرات غیرخطی از قبیل دوپایایی نوری می‌شود. اما در این کاواکها هیچگونه تقویتی رخ نمی‌دهد و تنها تأثیری که پرتو از محیط می‌پذیرد، به صورت تلفات ظاهر می‌شود.



شکل (۱). آرایه‌ای یک بعدی از موجبرهای فعال جفت شده که ضریب جفت شدگی بین موجبرهای مجاور به صورت یکسان  $C$  در نظر گرفته شده است.

از طرف دیگر سالیتهای کاواک در لیزرهای نشر کننده در کاواکهای عمودی (VCSEL) نیز در بالای آستانه لیزررایی در یک محیط بهره و در یک کاواک عریض با لحاظ کردن تحول جمعیت قبلاً مورد مطالعه قرار گرفته است [۵]. تلفیق این دو حوزه، مبحث جدیدی را ایجاد خواهد کرد که به لیزر سالیتهای کاواک گسسته معروف است. این موضوع پیش از این به ندرت مطرح شده و برای اولین بار یولین و همکارانش در سال ۲۰۱۲ محیطهای غیر خطی فعال را در کاواکها در نظر گرفته و معادله حاکم بر محیط را با بهره نوری اشباع پذیر به صورت زیر پیشنهاد دادند [۴]:

$$\left( i \frac{d}{dt} + \Delta + i\delta + \alpha |E_n|^2 - \frac{ig}{1 + |E_n|^2} \right) E_n + C(E_{n-1} + E_{n+1} - 2E_n) = Pe^{ikn} \quad (3)$$

$C$  ضریب جفت شدگی،  $\tilde{\Delta} = \Delta - 2C$  واکوکی بسامد دمش از بسامد تشدید،  $\delta$  بیانگر تلفات خطی در کاواک،  $P \geq 0$  دامنه پرتوی نگهدارنده تزریق شده از بیرون،  $\alpha$  ضریب متناسب با عامل غیرخطی کر و  $g > 0$  بهره لیزر است. نقص معادله فوق در این است که بهره لیزر به صورت ضربی ثابت در نظر گرفته شده است و دینامیک جمعیت حاملین در نظر گرفته نشده است و به اصطلاح از تقریب آدیاباتیک تحولات جمعیت استفاده شده است.

سالیتهای گسسته در سیستمهای نوری اتلافی<sup>۱</sup> توجهات زیادی را به سوی خود معطوف داشته‌اند چرا که قابلیت‌های متعدد منحصر به فرد و جدیدی را با ایجاد تعادل بین تلفات و بهره خطی/غیر خطی از خود بروز داده‌اند. در آرایه‌هایی از کاواکهای نوری که جفت شدگی ضعیفی به هم دارند و یک میدان نوری از بیرون به این آرایه می‌تابد، سالیتهای کاواک گسسته شکل می‌گیرد (DCSSs). به طور کلی این نوع سالیتهای در انواع محیطهای گسسته غیرخطی - از قبیل کر-قابلیت تشکیل دارد [۱].

در تحقیقات پیشین، انتشار پرتوی نوری که از خارج به انتهای آرایه‌ای از کاواکهای جفت شده (شکل ۱) با غیرخطی کر فرود می‌آیند، مورد تحلیل و بررسی جامعی واقع شده بود. در این حالت پرتو فرودی که به پرتوی نگه دارنده معروف است، تامین کننده انرژی نوری در محیط است. در عمده پژوهشهایی که در این حوزه انجام شده است، محیط انتشار کاواکهایی پر شده از ماده غیرفعال در نظر گرفته شده بودند [۲-۴]. در این پژوهش در حالی که محیط به صورت آرایه‌ای از موجبرهای نوری دارای ویژگیهای غیر خطی در نظر گرفته شده، وجود یونهای آلاینده فعال درون موجبر نیز لحاظ شده و بررسی تحول جمعیت آنها نیز بررسی خواهد شد.

## ۲- معرفی مدل نظری

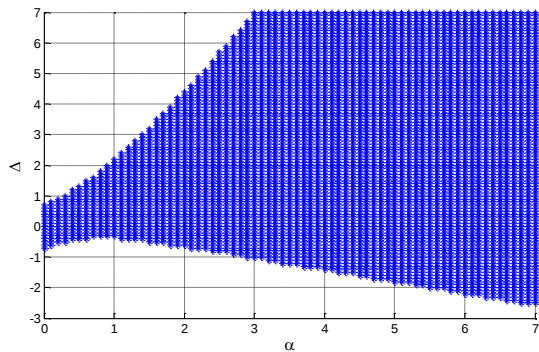
در سالیتهای کاواک گسسته، با فرض آنکه بسامد  $\omega$  نزدیک به بسامد تشدید کاواکهای یکسان با ظرافت بالا باشد و تشدیدگرها نیز مجهز به محیط غیر خطی کانونی کننده کر باشند، معادله زیر برای پوشهای کند تغییر در تقریب میدان نزدیک تخمین زده می‌شوند [1]:

$$i \frac{\partial u_n}{\partial T} + C(u_{n+1} + u_{n-1} - 2u_n) + (i + \Delta)u_n + |u_n|^2 u_n = E_0 e^{iqn}$$

در این معادله همه کمیتها بدون بعد هستند؛ به طوری که زمان تخمینی با  $t = T\tau_{ph}$ ، نامیزانی بسامد از بسامد تشدید  $\omega_0$  با  $\Delta = \tau_{ph}(\omega - \omega_0)$  و ثابت جفت شدگی به

<sup>1</sup> dissipative optical systems

ناحیه هاشور زده شکل (۳) به ازای مقادیر مختلف  $\alpha, \Delta$  رسم شده است.



شکل (۳). ناحیه پارامتری وقوع دوپایایی برای شرایط مختلف نامیزانی بسامد کاواک با پرتو دمش ( $\Delta$ ) نسبت به ضریب رشد پهنای خط ( $\alpha$ ) در مقدار ثابت ( $\mu=3$ ).

اما سوال مهمی که مطرح می شود نواحی پایدار و ناپایدار سیستم است چرا که در محیطهای غیر خطی الزامی نیست تمام شاخه پایین و بالا پایدار باشند. برای تعیین نواحی پایداری، از تحلیل خطی پایداری استفاده می کنیم [۶،۷]. در این روش با وارد کردن اختلالی با شناسه اختلال  $\lambda$  در میدان، همیوگ مختلط آن و همچنین جمعیت، رفتار سیستم بررسی می شود.

$$\begin{pmatrix} E_n(t) \\ E_n^*(t) \\ D_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_H \\ E_H^* \\ D_H \end{pmatrix} + e^{\lambda t} e^{iQn} \begin{pmatrix} a \\ a^* \\ b \end{pmatrix} \quad (5)$$

با جاگذاری در روابط (۴) و نیز روابط مشابه برای همیوگ میدان، به یک معادله ویژه مقداری خواهیم رسید:

$$A \begin{pmatrix} a \\ a^* \\ b \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} a \\ a^* \\ b \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} a_{11} & 0 & a_{13} \\ 0 & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \quad (6)$$

که در آن درایه ها به صورت ذیل حاصل شده اند:

$$\begin{cases} a_{11} = -(1-i\Delta) + (1-i\alpha)D_H + 2iC[\cos(Q+q)-1] \\ a_{13} = (1-i\alpha)E_H \\ a_{22} = -(1+i\Delta) + (1+i\alpha)D_H - 2iC[\cos(Q-q)-1] \\ a_{23} = (1+i\alpha)E_H^* \\ a_{31} = -\gamma D_H E_H^* \\ a_{32} = -\gamma D_H E_H \\ a_{33} = -\gamma(1+|E_H|^2) \end{cases}$$

بر اساس جواب دترمینان  $\det(A-\lambda I)=0$ ، مقادیری برای آهنگ اختلال  $\lambda$  به دست خواهد آمد. در مواردی که مقدار

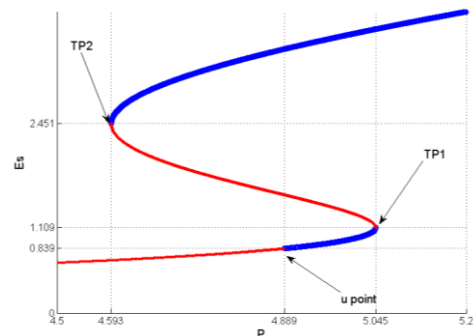
در مقاله حاضر با اصلاح و تکمیل مدل برای آنکه بتوان نقش حاملها را نیز در نظر گرفت، معادلات جفت شده زیر پیشنهاد می شود:

$$\begin{cases} \frac{dE_n}{dt} = -(1-i\Delta)E_n + (1-i\alpha)D_n E_n + iC(E_{n-1} + E_{n+1} - 2E_n) - iPe^{iqn} \\ \frac{dD_n}{dt} = \gamma[\mu - D_n(1+|E_n|^2)] \end{cases} \quad (4)$$

$E_n$  میدان و  $D_n$  چگالی جمعیت در موجبر  $n$ -ام است.  $\Delta$  نامیزانی بسامد کاواک با پرتو دمش.  $\alpha$ : ضریب رشد پهنای خط؛  $P$ : دامنه پرتوی نگهدارنده؛  $\gamma$ : ثابت واهلش جمعیت حاملین است که به طول عمر فوتون در کاواک نرمالیزه شده است و  $\mu$ : آهنگ دمش حاملها است.

### ۳- وضعیت همگن سیستم و پایداری آن

بررسی وضعیت همگن سیستم که در آن میدان الکتریکی نوری در کلیه کاواکها با هم برابر است ( $E_n = E_s$ ) و سپس جستجوی وضعیت دوپایایی آن به عنوان زمینه ای برای وقوع جوابهای سالیتمونی، همواره در اولویت قرار دارد. در حالت پایا، که وابستگی زمانی روابط از بین می رود، نمودار دوپایایی شکل S برای میدان بر حسب پرتوی نگهدارنده، به صورت شکل (۲) برای این سیستم حاصل گردید که در محدوده نقاط بازگشتی اول (TP1) و دوم (TP2) دوپایا است.



شکل (۲). نمودار دو پایایی سیستم برای وضعیت خروجی همگن ( $E_s$ ) نسبت به دامنه پرتوی نگهدارنده تزریق شده از بیرون (P) به ازای  $\Delta = -0.5$ ،  $\alpha = 3$ ،  $\gamma = 1.7$  و  $\mu = 3$ . منحنی آبی رنگ (ضخیم) ناحیه پایدار و قرمز (نازک) ناپایداریهای سیستم را نشان می دهند.

وضعیت دوپایایی سیستم به پارامترهای فیزیکی  $\alpha, \Delta, \mu$  وابسته است که به عنوان نمونه محدوده آن برای  $\mu = 3$  در

به طور خلاصه، پارامترهای  $\alpha$ ،  $\Delta$  و  $\mu$  تعیین کننده شکل نمودار دو پایایی و حتی شاخص رخداد یا عدم وقوع دو پایایی هستند اما این پارامترهای  $\gamma$  و  $C$  هستند که تعیین می کنند بازه پایداری سیستم چقدر است. نسبت طول عمر فوتون/حاملهای انرژی ( $\gamma$ ) ناحیه پایداری یا ناپایدار شاخه بالا را مشخص می نماید و با انتخاب مناسب آن می توان بازه پایداری سیستم را جابجا کرد. از طرف دیگر پارامتر  $C$  روی بازه پایداری شاخه پایینی نمودار اثر گذار است و محدوده پایداری آن را مشخص می نماید. نکته جذاب و جالب توجه این است که این دو پارامتر هیچ اثری روی شکل نمودار دو پایایی ندارند و فقط روی پایداری سیستم خودنمایی می کنند.

## ۵- مراجع

- [1] O. A. Egorov, F. Lederer, "Spontaneously walking discrete cavity solitons," *OPTICS LETTERS*, 2013.
- [2] K. M. Aghdami, M. Golshani, and R. Kheradmand, "Two-Dimensional Discrete Cavity Solitons: Switching and All-Optical Gates," *IEEE Photonics Journal*, vol. 4, p. 1147–1154, 2012.
- [3] Sergej Flach, Andrey V. Gorbach, "Discrete breathers — Advances in theory and applications," *Physics Reports*, vol. 467, p. 1–116, 2008.
- [4] Jaroslav E. Prilepsky, Alexey V. Yulin, et.al, "Discrete solitons in coupled active lasing cavities," *Optics Letters*, vol. 37, pp. 4600–4602, 2012.
- [5] m. bache, f. prati, g. tissoni, r. kheradmand, I.a. lugiato, i. protsenko, m. brambilla, "Cavity soliton laser based on VCSEL with saturable absorber," *Appl. Phys.*, vol. B 81, p. 913–920, 2005.
- [6] A.V. Yulin, D.V. Skryabin, A.G. Vladimirov, "Modulational instability of discrete solitons in coupled waveguides with group velocity dispersion," *Optical Society of America*, Vols. Vol. 14, No. 25, p. 12347, 2006.
- [7] O. Egorov, U. Peschel, and F. Lederer, "Discrete quadratic cavity solitons," *The American Physical Society*, vol. PHYSICAL REVIEW E 71, 2005.

حقیقی آهنگ اختلال مثبت است، نقاط ناپایدار و هر جا که مقدار حقیقی  $\lambda$  منفی به دست آید پایدار هستند. در نمودار شکل (۲) دو پایایی سیستم ترسیم شده که در آن، نقاط پایدار با رنگ آبی (ضخیم) و ناپایدارها با قرمز (نازکتر) تفکیک شده اند.

## ۴- نتیجه گیری

اولاً مدل ارائه شده با توجه به نتایج و نمودارهای حاصل، به دلیل تطابق با موارد مورد انتظار از سیستمهای مشابه، قابل اعتماد است [۴]. داده های شکل (۳) نشان می دهد که وضعیت دو پایایی شدیداً به مقادیر پارامترهای ضریب رشد پهنای خط  $\alpha$  و نامیزانی بسامد کاواک  $\Delta$  با پرتوی دمش وابسته است. هر چه بسامد کاواک با بسامد پرتوی فرودی از شرایط تشدید دورتر باشند و بین آنها اختلاف بیشتری وجود داشته باشد، آثار غیرخطی بروز بیشتری پیدا می کنند و نقاط بازگشتی از همدیگر دورتر می شوند. همچنین هر چه ضریب رشد پهنای خط بیشتر می شود، نتایج مشابهی به دست خواهد آمد.

با توجه به شکل (۲) همانگونه که از سیستمهای لیزرزا انتظار می رود، بخش عمده ای از شاخه پایینی ناپایدار است لذا فقط در این بازه باریکی که از محل مشخص شده با  $u$   $(P=4,759)$  شروع شده و منتهی به نقطه بازگشتی TP1  $(P=5,045)$  است، امکان نوشتن سالیتون روشن بر روی زمینه ای خاکستری فراهم خواهد شد. ناحیه پایداری شاخه پایین بستگی شدیدی به مقادیر پارامترهای  $\gamma$  و  $C$  خواهد داشت که لازم است با محاسبات دقیقتر جایگشتهای مختلف، ایده آل ترین حالت را پیدا کرد.

در ناحیه با شیب منفی، طبیعتاً هیچ نقطه پایداری وجود نخواهد داشت و نقاط پایداری مجدداً از نقطه بازگشتی دوم آغاز می شوند. طبق نمودار شکل (۲)، تمام شاخه بالایی پایدار خواهد بود. از مقدار  $P=4,593$  تا  $P=4,759$  یعنی بین نقطه بازگشتی دوم تا نقطه  $u$  چون فقط در شاخه بالایی نقاط پایدار وجود دارند، فقط سالیتون تاریک مورد انتظار است. بین نقطه  $u$  و نقطه بازگشتی اول، چون هم در شاخه بالایی و هم در شاخه پایینی سیستم پایدار است، احتمالاً بتوان به طور همزمان سالیتون روشن و تاریک نوشت. مشاهده شد که با تغییر مقدار پارامتر جفت شدگی  $C$  تنها محل شروع ناپایداری  $u$  تغییر پیدا می کند.