بیست و سومین کنفرانس اپتیک و فوتونیک و نهمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران
دانشگاه تربیت مدرس
۱۲-۱۴ بهمن ۱۳۹۵
23rd Iranian Conference on Optics and Photonics and 9th Conference on Photonics Engineering and Technology
Tarbiat Modares University, Tehran, Iran
January 31- February 2, 2017

تصویربرداری تک‌پیکسلی به روش نمونه‌برداری فشرده

مرضیه سلیمی، محمد مهدی سید خاموشی، لیلا مهرور، سید حسن توسلی

تهران، ولنجک، دانشگاه شهید بهشتی، پژوهشکدهٔ لیزر و پلاسما

چکیده – تصویربرداری به روش نمونه‌برداری فشرده، یک روش تصویربرداری تک‌پیکسلی است که با بهره‌گیری از نظریهٔ سنجش فشرده[1] (CS) تصویر را با نمونه‌برداری کمتری نسبت به ابعاد آن بازیابی می‌نماید. در این مقاله ابتدا به معرفی نظریهٔ سنجش فشرده و کاربرد آن در تصویربرداری می‌پردازیم، سپس نتایج شبیه‌سازی و چیدمان تجربی بازیابی تصویر به روش تصویربرداری فشرده و روش شبح‌نگاری[2] را با یکدیگر مقایسه می‌نماییم.

کلید واژه- پایهٔ تنک، تصویربرداری تک‌پیکسلی، تصویربرداری فشرده، سنجش فشرده

Single Pixel Imaging by Using Compressive Sampling

Marziyeh Salimi, Mohammad Mahdi Seyed Khamoushi, Leila Mehrvar, Seyed Hassan Tavassoli

Laser and Plasma Research Institute, Shahid Beheshti University, Velenjak, Tehran, Iran

Abstract- Compressive sampling is a kind of single pixel imaging which exploits Compressive Sensing (CS) theory to reduce the number of sampling smaller than the number of image pixels. In this paper, we firstly present CS theory and its application in imaging, then we will compare simulation and experimental results of compressive imaging with ghost imaging (GI).

Keywords: Compressive Sensing, Compressive Imaging, Single Pixel Imaging, Wavelet Basis

[1] Compressive Sensing
[2] Ghost Imaging

این مقاله به شرط در دسترس بودن در وبگاه www.opsi.ir معتبر است.

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-05]

۱- مقدمه

در تصویربرداری با دوربین‌های دیجیتال رایج، تصویر توسط سنسور آرایه‌ای CCD ثبت می‌شود. CCD آرایه‌ای از سنسورهاست که نور را در ناحیهٔ طیفی معینی، به بار تبدیل کرده و بدین ترتیب تصویر را به صورت دیجیتالی ثبت می‌نماید. ساخت سنسورهای آرایه‌ای (CCD) در نواحی طیفی غیرمرئی از جمله مادون قرمز و ماورابنفش بسیار پر هزینه است، از این رو دوربین‌های دیجیتالی برای تصویربرداری غیرمرئی گران تمام خواهند شد.

تصویربرداری تک‌پیکسلی[۳] روش دیگری از تصویربرداری است که برای گرفتن تصاویر دو بعدی با استفاده از یک سنسور تک‌پیکسلی (فوتودیود) و بدون نیاز به استفاده از CCD انجام می‌شود. مزیت این روش آن است که می‌توان بسادگی، بدون تحمیل هزینه‌های گزاف ساختار مشابهی را برای دیگر نواحی طیفی بکار برد. یک راهکار برای گرفتن تصویر به این شیوه اسکن نقطه به نقطهٔ صحنه است، در این صورت نمونه‌برداری دقیقاً باید با ابعاد صحنه برابر باشد که تبعاً تحقق آن در بسیاری از مواقع با مشکل جدی مواجه می‌شود.

یکی دیگر از انواع تصویربرداری تک‌پیکسلی شبح‌نگاری نام دارد، که با تاباندن طرح رندوم به جسم و دریافت نور عبوری (بازتابی) از جسم توسط فوتودیود، با محاسبهٔ همبستگی[۴] سیگنال‌ها و طرح‌ها، تصویر را بازیابی می‌نماید. در این روش به دلیل رندوم بودن طرح‌ها هر چه تعداد نمونه‌برداری بیشتر باشد، تصویر بهتری بدست خواهد آمد. شبح‌نگاری از نظر زمان مورد نیاز برای گرفتن تصویر به صرفه نیست؛ چرا که به تعداد بیشتری نمونه‌برداری نیاز داشته و درنتیجه زمان طولانی‌تری برای تحقق آن مورد نیاز است.

در این تحقیق از تصویربرداری به روش نمونه‌برداری فشرده[۵] استفاده گردیده که در مقایسه با تصویربرداری رایج دارای شرایط اقتصادی بهتر می‌باشد و همچنین در مقایسه با دیگر تصویربرداری‌های تک‌پیکسلی مذکور در زمان کوتاه‌تری انجام می‌پذیرد، گرچه به محاسبات بیشتری برای بازیابی تصویر نیازمند است. بنابراین در این مقاله، با مقایسه‌ی تصاویر گرفته شده به روش نمونه‌برداری فشرده و شبح‌نگاری و همچنین مقایسهٔ شبیه‌سازی این‌دو، نشان خواهیم داد که در تصویر-برداری به روش نمونه‌برداری فشرده با تعداد نمونه‌برداری کمتر، تصاویری با کیفیت مناسب‌تر حاصل خواهد شد. بر اساس بررسی‌های ما برای نخستین بار در کشور، از روش نمونه‌برداری فشرده به صورت تجربی در تصویربرداری تک-پیکسلی استفاده گردیده که در ادامه به اختصار معرفی خواهد شد.

۲- روش نظری و معادلات ریاضی

یک سیگنال محدود زمانی (مانند سیگنال فوتودیود) را می-توان به صورت یک بردار $N \times 1$ نمایش داد. یک تصویر دو بعدی را نیز می‌توان با قرار دادن پیکسل‌های آن در یک سطر در امتداد یکدیگر، به صورت یک بردار نمایش داد. بنابراین در ادامه سیگنال x را که یک تصویر دوبعدی است، به شکل بردار نمایش می‌دهیم.

۲-۱- معرفی سنجش فشرده [1]

در سنجش فشرده هر اندازه‌گیری به صورت ضرب داخلی بردارهای آزمون (φ_i) در جسم (سیگنال x) می‌باشد:

$$y_i = \langle X|\varphi_i\rangle \qquad (۱)$$

اگر بردارهای آزمون φ_i در سطرهای یک ماتریس و سیگنال-های اندازه‌گیری y_i را در یک بردار قرار دهیم، به ترتیب ماتریس‌های Φ و y به دست می‌آید. برای Φ داریم:

$$\Phi_{n\times n} = \begin{bmatrix} \{\varphi_1\} \\ \vdots \\ \{\varphi_n\} \end{bmatrix} \qquad (۲)$$

برای بازیابی سیگنال x معادلهٔ زیر باید حل شود :

$$y_{n\times 1} = \Phi_{n\times n} \times X_{n\times 1} \qquad (۳)$$

اما همانطور که از معادلهٔ (۳) پیداست باید تعداد اندازه‌گیری-های y با ابعاد سیگنال (تعداد پیکسل‌های تصویر) برابر باشد. بدیهی است که در این صورت، فشرده‌سازی در میان نخواهد بود.

می‌توان بردار x را با استفاده از پایه‌های بهنجار و متعامد Ψ_i توصیف نمود. با قرار دادن پایه‌های Ψ_i در ستون‌های یک ماتریس، و ضرایب α_i در یک بردار به ترتیب ماتریس Ψ و بردار α بدست می‌آید.

---

[۳] Single Pixel Imaging
[۴] Correlation
[۵] Compressive Sampling

این مقاله به شرط در دسترس بودن در وبگاه www.opsi.ir معتبر است.

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-05]

$$X = \sum_{i=1}^{N} \alpha_i \Psi_i = \alpha\Psi \quad (۴)$$

اگر بتوان پایه‌ای را پیدا کرد که X در آن پایه تنها دارای $k \ll N$ ضریب غیر صفر باشد، گفته می‌شود که بردار X در این پایه k_تنک است.

ما در تصویربرداری فشرده به دنبال نمونه‌برداری به تعداد کمتر از ابعاد سیگنال هستیم. به طوری که معادله به شکل زیر تغییر یابد:

$$y_{m\times 1} = \Phi_{m\times n} \times X_{n\times 1} = \Phi_{m\times n} \times \Psi_{n\times n} \times \alpha_{n\times 1} \quad (۵)$$

که در حالت $m < n$ بی‌شمار جواب دارد اما شرط تنک بودن $\alpha_{n\times 1}$ مجموعهٔ جوابها را محدود می‌کند و ما را قادر به یافتن جواب یکتا می‌سازد.

بدین ترتیب برای بازیابی X بایستی α با کمترین ضریب غیر صفر را پیدا کرد بطوری که در معادلهٔ زیر صدق کند.

$$\min\{i : \alpha(i) \neq 0\} \quad st \quad y_{m\times 1} = \Phi_{m\times n} \times \Psi_{n\times n} \times \alpha_{n\times 1} \quad (۶)$$

عبارت {} بیانگر تعداد اعضای غیرصفر بردار α است و همان چیزی است که به عنوان نرم l_0 شناخته می‌شود. بنابراین معادلهٔ (۵) به مسألهٔ کمینه‌سازی زیر بدل می‌شود:

$$arg\ \min\|\alpha\|_{l_0} \quad st \quad y_{m\times 1} = \Phi_{m\times n} \times \Psi_{n\times n} \times \alpha_{n\times 1} \quad (۷)$$

$\|.\|_{l_0}$ نرم صفر بردار است. از آنجا که نرم صفر محدب نیست، یافتن این جواب عملی نخواهد بود.

با فرض تنک بودن جواب، یک راه برای حل این معادله تقریب زدن نرم صفر با نرمی از مرتبهٔ بالاتر است که قابلیت کمینه کردن آن امکان‌پذیر باشد:

$$arg\ \min\|\alpha\|_{l_1} \quad st \quad y_{m\times 1} = \Phi_{m\times n} \times \Psi_{n\times n} \times \alpha_{n\times 1} \quad (۸)$$

حل معادلهٔ منجر به بازیابی α و در نتیجه x خواهد شد.

این معادله با استفاده از برنامه‌نویسی خطی حل می‌شود. در این مقاله از روتین‌های L1_Magic [2] استفاده شده است.

نرم l_1 بردار α :

$$\|\alpha\|_{l_1} = \sum_i |\alpha_i| \quad (۹)$$

که برابر است با مجموع مؤلفه‌های آن بردار، از آنجا که بردار α برداری k_تنک است برابر با مجموع مؤلفه‌های غیرصفر آن بردار است.

۲-۲- نحوهٔ انتخاب Ψ

پایهٔ Ψ باید به گونه‌ای انتخاب شود که تصویر در این پایه تنک باشد، بیشتر تصاویر طبیعی در فضایی مانند فوریه و موجک[۶] تنک هستند. در این مطالعه، پایه‌های موجک برای بازیابی تصویر انتخاب شده‌اند.

۲-۳- نحوهٔ انتخاب φ

اگر بخواهیم اندازه‌گیری را در همان فضای بازیابی تصویر (Ψ) انجام دهیم، بیشترین اطلاعاتی که به دست می‌آوریم صفر خواهد بود، زیرا در فضای Ψ بیشتر ضرایب صفر هستند. بنابراین بهترین راه برای اینکه با احتمال زیاد بتوان در هر بار اندازه‌گیری از ضرایب غیر صفر اطلاعاتی بدست آورد، این است که φ_i ساختاری کاملا رندوم داشته باشد. نتیجهٔ بهینه‌سازی سنجش فشرده این است که از $m \ll N$ اندازه‌گیری در پایهٔ رندوم و غیرهمدوس با Ψ می‌توان تصویر را بازیابی نمود.

۲-۴- معرفی همبستگی در شبح نگاری

در روش شبح‌نگاری، برای بازیابی تصویر از هبستگی طرح رندوم با سیگنال دریافتی از جسم استفاده می‌شود. همبستگی در واقع چگونگی تغییرات دو کمیت را نسبت به یکدیگر مشخص می‌نماید. به زبان ریاضی[3]:

$$GI = \langle \varphi \times y \rangle - \langle \varphi \rangle \langle y \rangle \quad (۱۰)$$

که در آن $\langle . \rangle \equiv \frac{1}{N}\sum_i .$ می‌باشد. در ادامه تصویر بازیابی شده با این معادله را با GI نشان می‌دهیم.

۳- روش تجربی تصویر برداری فشرده

چیدمان آزمایشگاهی استفاده شده در این مقاله همانطور که در شکل (۱) نشان داده شده است، شامل یک روزنهٔ جمع-کنندهٔ نور دو بعدی، سنسور تک‌پیکسلی (فوتودیود)، لنز و منبع نور می‌باشد. روزنهٔ جمع‌کننده، خود آرایه‌ای دو بعدی از روزنه‌های ورودی است که هریک از این روزنه‌ها به طور جداگانه میزان عبور نور را کنترل می‌کند. برای این منظور از ابزار مادوله‌کنندهٔ فضایی نور (SLM)[۷] عبوری به عنوان روزنهٔ جمع‌کننده استفاده می‌شود که شدت نور گذرنده را مادوله می‌نماید. در این تحقیق یک نمایشگر کریستال مایع (LCD) شفاف به عنوان SLM بکار گرفته شده است که نور عبوری (بازتاب شده) از جسم را با طرح‌های رندوم (بردارهای φ)

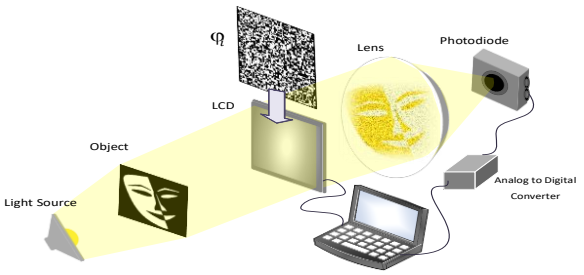
[۶] Wavelet

[۷] Spatial light modulator

این مقاله به شرط در دسترس بودن در وبگاه www.opsi.ir معتبر است.

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-05]

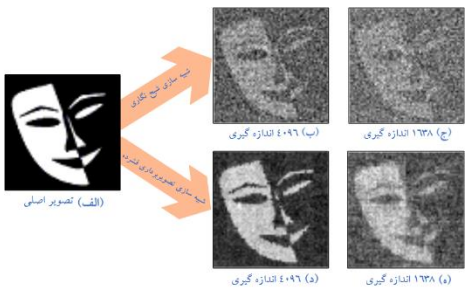
مادوله می‌کند [4]. سپس نور مادوله شده توسط لنز بر فوتودیود تمرکز می‌یابد. سیگنال‌های دریافت شده توسط فوتودیود با یک مبدل آنالوگ به دیجیتال به صورت دیجیتالی ثبت می‌گردد. سیگنال‌های دیجیتال، بردار اندازه‌گیری y را تشکیل می‌دهد.



شکل ۱: چیدمان آزمایشگاهی تصویربرداری فشرده. طرح‌های رندوم توسط LCD نمایش داده شده و نور را مادوله می‌کنند.

۴- نتایج شبیه‌سازی

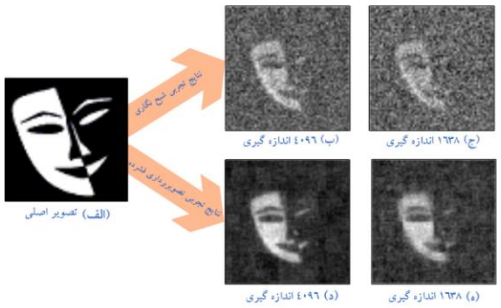
شبیه‌سازی تصویربرداری فشرده و شبح‌نگاری در شکل (۲) نمایش داده شده با این توضیح که برای مقایسهٔ کمی کیفیت تصاویر از کمیتی به‌نام CNR استفاده گردیده است. این کمیت برای محاسبهٔ میزان کنتراست و تخمین نویز به صورت نسبت اختلاف شدت سیگنال‌های دو ناحیهٔ دلخواه از تصویر به نویز تعریف می‌شود. برای محاسبه‌ی این کمیت یک قسمت تاریک و یک قسمت روشن به عنوان نواحی دلخواه و همچنین نویز به صورت واریانس قسمت تاریک در نظر گرفته می‌شوند. کمیت CNR برای تصاویر (ب) تا (ه) شکل (۲) به ترتیب ۱,۷، ۰,۸۶، ۸,۶ و ۵ به دست می‌آید که نشان می‌دهد، تصویر-برداری به روش نمونه‌برداری فشرده در مقایسه با همان تعداد نمونه‌برداری به روش شبح‌نگاری، کیفیت بهتری را ارائه می-دهد. در این شبیه‌سازی از طرح‌های رندوم برای شبیه‌سازی استفاده شد که این خود باعث ایجاد نویز در تصویر نهایی می‌شود. پیش بینی می شود در صورت استفاده از پایه های متعامد (غیرهمدوس با موجک) این نویز به حداقل برسد.



شکل ۲: شبیه سازی تصویربرداری فشرده از تصویر با رزولوشن ۶۴×۶۴ (پیکسل N = 4096). الف) تصویر اصلی. تصویر شبیه‌سازی شده به روش شبح‌نگاری با (ب) ۴۰۹۶ و (ج) ۱۶۳۸ (۴۰٪N) اندازه‌گیری. تصویر شبیه-سازی شده به روش نمونه برداری فشرده با (د) ۴۰۹۶ و (ه) ۱۶۳۸ (۴۰٪N) اندازه‌گیری. اندازه‌گیری‌های تصویربرداری فشرده با پایه‌های رندوم و بازیابی تصویر در پایه‌های موجک انجام شده است.

۵- نتایج تجربی

نتایج تجربی در شکل (۳) نشان داده شده است. چنانچه از مقایسهٔ کمیت CNR محاسبه شده برای تصاویر (ب) تا (ه) شکل (۳) که به ترتیب مقادیر ۲,۹، ۱,۹۶، ۱۸,۸ و ۸ هستند، برمی‌آید تصویربرداری به روش نمونه‌برداری فشرده در عمل، با نمونه‌برداری کمتر نسبت به روش شبح‌نگاری، تصویری با کیفیت بالاتر حاصل شده است.



شکل ۳: نمونه‌برداری‌های تجربی، معادل شکل (۲).

۶- نتیجه‌گیری

با توجه به نتایج به دست آمده، نشان داده شد که روش سنجش فشرده (CS) با بهینه‌سازی نرم l_1 و انتخاب دو پایهٔ غیرهمدوس برای اندازه‌گیری و بازیابی تصویر، می‌تواند با تعداد اندازه‌گیری کمتر نسبت به تعداد پیکسل‌های تصویر، تصویری با کیفیت مطلوب‌تر را بازیابی نماید.

سپاسگزاری

بدین وسیله از استاد گرامی جناب آقای دکتر محمد خرمی و مهندس محمد شالباف بابت همکاری‌ها و راهنمایی‌های مفیدشان صمیمانه سپاسگزارم.

مراجع

[1] J. Romberg, “Imaging via compressive sampling”, IEEE Signal Processing Magazine, vol 25, no 2, pp. 14 - 20, 2008.
[2] https://statweb.stanford.edu/~candes/l1magic/
[3] Sun B, Welsh S S, Edgar M P, Shapiro J H and Padgett M, “Normalized ghost imaging” Opt. Express, Vol. 20, No. 15, 2012.[3] M. F.
[4] Duarte, M. A. Davenport, D. Takhar, J. N. Laska, T. Sun, K. F. Kelly, and R. G. Baraniuk, “Single-pixel imaging via compressive sampling”, *IEEE Signal Process. Mag.*, vol. 25, no. 2, pp. 83-91, 2008.

این مقاله به شرط در دسترس بودن در وبگاه www.opsi.ir معتبر است.

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-05]