بیستمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران
و ششمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران
۸ تا ۱۰ بهمن ماه۱۳۹۲ - دانشگاه صنعتی شیراز

# بررسی و شبیه‌سازی انتشار پرتو گاوسی در محیط کر مراتب بالا به روش ماتریس ABCD

محمد صادق کاظم‌پور، علیرضا کشاورز و غلامرضا هنرآسا

گروه فیزیک، دانشکده علوم، دانشگاه صنعتی شیراز، شیراز

**چکیده – تاکنون انتشار پرتو گاوسی در محیط‌های کر مراتب بالا توسط انتگرال‌های حرکت بررسی شده است. در این مقاله، ماتریس انتقال مناسبی برای محیط‌های اپتیکی کر مراتب بالا معرفی می‌شود. مقدار توان بحرانی جهت ایجاد خود کانونی در این محیط‌ها ارائه می‌گردد. با استفاده از روش ماتریس*ABCD*، انتشار پرتو گاوسی در محیط‌های کر مراتب بالا شبیه‌سازی و تحلیل می‌شود. این روش به جهت سادگی و سرعت بالای محاسبات نسبت به روش انتگرال‌های حرکت می‌تواند کاربردهای فراوانی در برنامه‌های شبیه‌سازی سامانه‌های اپتیکی ارائه دهد.**

کلید واژه- انتگرال‌های حرکت، توان بحرانی، خود کانونی، روش ماتریسABCD، محیط‌های کر مراتب بالا.

# Investigation and Simulation of Propagation of Gaussian Beam in Higer-Order Kerr Medium by ABCD Matrix Method

Mohammad Sadegh Kazempour, Alireza Keshavarz and Gholamreza Honarasa

Department of Physics, Faculty of Sciences, Shiraz University of Technology, Shiraz

Abstract- So far the propagation of Gaussian beam in higher-order Kerr media has been investigated by using the integrals of motion. In this paper, the suitable transfer matrix for higher-order optical Kerr media is introduced. The required critical power for self-focusing in these media is presented. Using the ABCD matrix method, the propagation of Gaussian beam in higher-order Kerr media is simulated and analyzed. This method, according to its simplicity and high speed computing compared to the integral of motion method, can provide many applications in optical systems simulation programs.

Keywords: Integrals of motion, Critical power, Self-focusing, ABCD matrix method, Higer-order Kerr media.

[ Downloaded from www.opsi.ir on 2026-10-30 ]

## ۱- مقدمه

اثرات غیرخطی کر مراتب بالا، تعمیمی از اثر کر می‌باشند. این اثرها در مواد مختلفی از جمله نیمه‌هادی‌ها و پلاسماهای غیرخطی برای حل معادله تئوری آشفتگی ضعیف کاربرد دارند [۱]. اگرچه این اثرها توسط حل معادله غیرخطی شرودینگر به روش عددی انتگرال‌های حرکت جهت انتشار سالیتون‌های اپتیکی بررسی شده‌اند [۲-۳]؛ اما تاکنون ماتریس انتقال مناسبی برای آن‌ها تعریف نشده است.

در این مقاله، ماتریس انتقال مناسبی برای محیط اپتیکی کر در مراتب مختلف معرفی می‌شود و توان بحرانی مورد نیاز جهت پدیده خود کانونی پرتو برای هر یک از این مراتب بیان می‌گردد. سپس با استفاده از روش ماتریسABCD، انتشار پرتو گاوسی در این گونه محیط‌ها شبیه‌سازی می‌شود. در ادامه مقدار معرفی شده توان بحرانی با مقداری که شبیه‌سازی نشان می‌دهد مقایسه می‌شود. نتایج نشان می‌دهند که چنین محیط‌هایی امکان انتشار بدون تغییر شکل پرتو را فراهم می‌کنند.

## ۲- ماتریس انتقال محیط‌های کر مراتب بالا

در شدت‌های بالا، ضریب شکست به علت پدیده غیرخطی کر مراتب مختلف، تابعی از شدت می‌گردد [۱]:

$$n = n_0 + n_{2E} \mid E \mid^{2P} \qquad (۱)$$

در این رابطه کمیت‌های $p$، $n_0$ و $n_{2E}$ به ترتیب معرف مرتبه محیط کر، ضریب شکست خطی و ضریب شکست غیرخطی مرتبه $p$ می‌باشند [۴]. به موادی که در شدت‌های قابل دسترسی، توزیع ضریب شکست آن‌ها همانند رابطه(۱) تغییر می‌کند، محیط‌های کر مرتبه P می‌گویند؛ مرتبه P=1 محیط کر عادی را بیان می‌کند. با توجه به اینکه تابع توزیع میدان الکتریکی یک پرتو گاوسی در کمر پرتو ($z=0$) به صورت

$$E(r, z=0) = E_0 \exp\left[-\left(\frac{r}{w_0}\right)^2\right] \qquad (۲)$$

می‌باشد که در آن $r$ فاصله از محور اپتیکی، $E_0$ میدان الکتریکی روی محور اپتیکی و $w_0$ نیم پهنا در $1/e$ مقدار بیشینه میدان الکتریکی است [۵]. از بسط توان دوم رابطه(۲)، با استفاده از معادله(۱) می‌توان نوشت:

$$n = (n_0 + n_{2E} E_0^{2P}) - 2P n_{2E} E_0^{2P} \left(\frac{r}{w_0}\right)^2 \qquad (۳)$$

$$\square\ n_0 - 2P n_{2E} E_0^{2P} \left(\frac{r}{w_0}\right)^2$$

در این رابطه از اینکه $n_0$ حداقل $10^4$ مرتبه از $n_{2E_P} E_0^{2P}$ بزرگ‌تر است [۶]، استفاده شده است. رابطه(۳) شبیه به معادله ضریب شکست عدسی سبز

$$n(r) = n_0 - \frac{n_2}{2n_0} r^2 \qquad (۴)$$

است. کمیت $n_2$ موجود در رابطه(۴) را می‌توان با مقایسه رابطه‌های(۳و۴) برای محیط‌های کر مراتب بالا به صورت

$$n_2 = \frac{4P n_0 n_{2E} E_0^{2P}}{w_0^2} \qquad (۵)$$

بیان کرد. همچنین ماتریس انتقال عدسی سبز به‌صورت

$$T(z) = \begin{bmatrix} \cos\left(\frac{z\sqrt{n_2}}{n_0}\right) & \frac{n_0}{\sqrt{n_2}} \sin\left(\frac{z\sqrt{n_2}}{n_0}\right) \\ -\frac{\sqrt{n_2}}{n_0} \sin\left(\frac{z\sqrt{n_2}}{n_0}\right) & \cos\left(\frac{z\sqrt{n_2}}{n_0}\right) \end{bmatrix} \qquad (۶)$$

بیان می‌گردد [۵]. بنابراین با جایگذاری رابطه(۵) در(۶) ماتریس انتقال محیط‌های کر مرتبهP بدست می‌آید.

به‌علاوه در عدسی سبز، پرتو تخت در فاصله $f_{NL} = \pi n_0 / \sqrt{n_2}$ کانونی می‌گردد [۷]؛ بنابراین مقیاس کانونی شدن پرتو توسط محیط کر مراتب بالا را می‌توان به زاویه جمع‌شدگی غیرخطی

$$\theta_{NL} = \frac{w_0}{f_{NL}} = \frac{2\sqrt{n_2} w_0}{\pi n_0} = \frac{4}{\pi} \sqrt{\frac{P n_{2E}}{n_0}} E_0^P \qquad (۷)$$

نسبت داد[۷].همچنین جهت زاویه‌پهن‌شدگی‌پرتوداریم [۸]:

$$\theta_{sp} = \frac{\lambda_0}{\pi w_0 n_0} \qquad (۸)$$

از برابر قرار دادن این دو زاویه (۷و۸)، میدان الکتریکی بحرانی بدست می‌آید:

$$E_{0cr} = \left[\frac{\lambda_0}{4w_0 \sqrt{P n_0 n_{2E}}}\right]^{1/P} \qquad (۹)$$

همچنین جهت توان بحرانی داریم [۸]:

$$P_{cr} = \frac{\pi c n_0 \varepsilon_0 \left|E_{0cr}\right|^2 w_0^2}{4} = \frac{\pi c n_0 \varepsilon_0 w_0^2}{4} \left[\frac{\lambda_0}{4w_0 \sqrt{P n_0 n_{2E}}}\right]^{1/P} \qquad (۱۰)$$



[ Downloaded from www.opsi.ir on 2026-10-30 ]

بنابراین اگر توان پرتو گاوسی در لحظه ورود به مراتب مختلف محیط کر( $P_0$ ) با $P_{cr}$ برابر باشد، پرتو بدون تغییر شکل در محیط منتشر می‌شود. اگر $P_{cr} < P_0$ باشد، خودکانونی با دوره تناوب $z_m = 2f_{NL}$ اتفاق می افتد و اگر $P_{cr} > P_0$ پدیده خود کانونی پرتو اتفاق نمی‌افتد و پرتو با سرعت کمی باز خواهد شد [۹]. این موضوع در شکل۱ نشان داده شده است.

## ۳- بررسی انتشار پرتو گاوسی در محیط‌های کر مراتب بالا

در این مقاله از مقادیر جدول۱ که براساس ماده غیرخطی Ti:Sapphire انتخاب شده [۱۰]، استفاده شده است. با توجه به رابطه(۱۰) و به ازای این مقادیر، توان بحرانی برای مراتب مختلف محیط کر محاسبه شده و در جدول۲ بیان شده است. مقادیر این جدول نشان دهنده این موضوع است که با افزایش مرتبه محیط غیرخطی کر، توان بحرانی جهت پدیده خود کانونی کاهش می‌یابد.

جدول ۱: مقدار کمیت‌های مورد استفاده

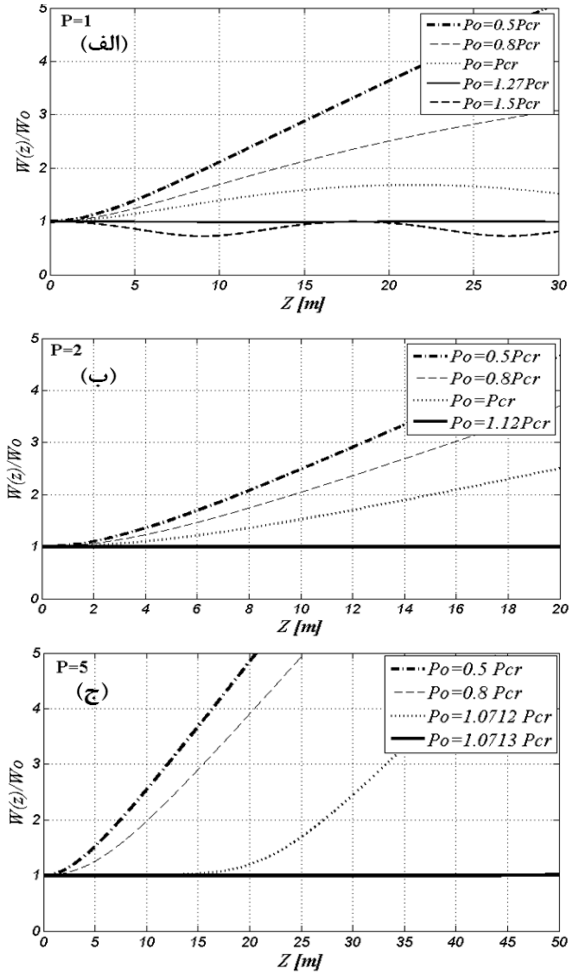
| علامت کمیت | $n_0$ | $n_{2E}$ $[m^2/V^2]$ | $\lambda_0$ $[nm]$ | $w_0$ $[mm]$ |
|---|---|---|---|---|
| مقدار آن | 1.76 | $8.06\times10^{-23}$ | 800 | 1 |

جدول ۲: مقدار توان بحرانی برای مراتب مختلف محیط کر

| مرتبه محیط کر | $P=1$ | $P=2$ | $P=5$ |
|---|---|---|---|
| مقدار توان بحرانی $[W]$ | $1.03\times10^{6}$ | 0.43 | $2.065\times10^{-6}$ |

با توجه به اینکه کمیت‌های $E_0$ و $w$ در رابطه(۵) در طول انتشار تغییر می‌کنند، بنابراین جهت بررسی محیط کر مراتب بالا به روش ماتریس ABCD، باید طول انتشار در این محیط را به چندین قسمت تقسیم کرد و توسط خروجی هر قسمت، مقدار $E_0$ و $w$ را جهت ماتریس انتقال انتشار بعدی بدست آورد. با استفاده از این روش و ماتریس انتقال (۶) تغییرات پهنای پرتو گاوسی توسط قانونABCD [۵] حین انتشار در محیط‌کر مراتب اول، دوم وپنجم محاسبه شده ونتایج در شکل۱ نشان داده شده است. این شکل بیان می‌کند که:

۱) توان بحرانی که در جدول۲ برای مراتب مختلف محیط کر محاسبه شد، از مرتبه $0.1P_{cr}$ با نتایج شبیه‌سازی متفاوت است؛ این تفاوت با افزایش مرتبه محیط کر، کاهش می‌یابد. علت این تفاوت روش محاسبه این شبیه‌سازی (تقسیم کردن طول انتشار در محیط اپتیکی و جایگذینی مقدار $E_0$ و $w$ بدست آمده در خروجی هر قسمت جهت ماتریس انتقال انتشار بعدی) می‌باشد. به‌طوری‌که اگر با یک توان ورودی اولیه ماتریس انتقالی برای کل طول انتشار محاسبه کنیم، اگرچه انتشار پرتو دقیقا در توان بحرانی بدون تغییر شکل می‌باشد، اما در توان‌های خیلی کمتر از توان بحرانی نیز پدیده خود کانونی اتفاق می‌افتد که صحیح نمی‌باشد.




شکل ۱: تغییرات پهنای بهنجار شده پرتو گاوسی حین انتشار در محیط کر مراتب (الف) اول، (ب) دوم و (ج) پنجم.

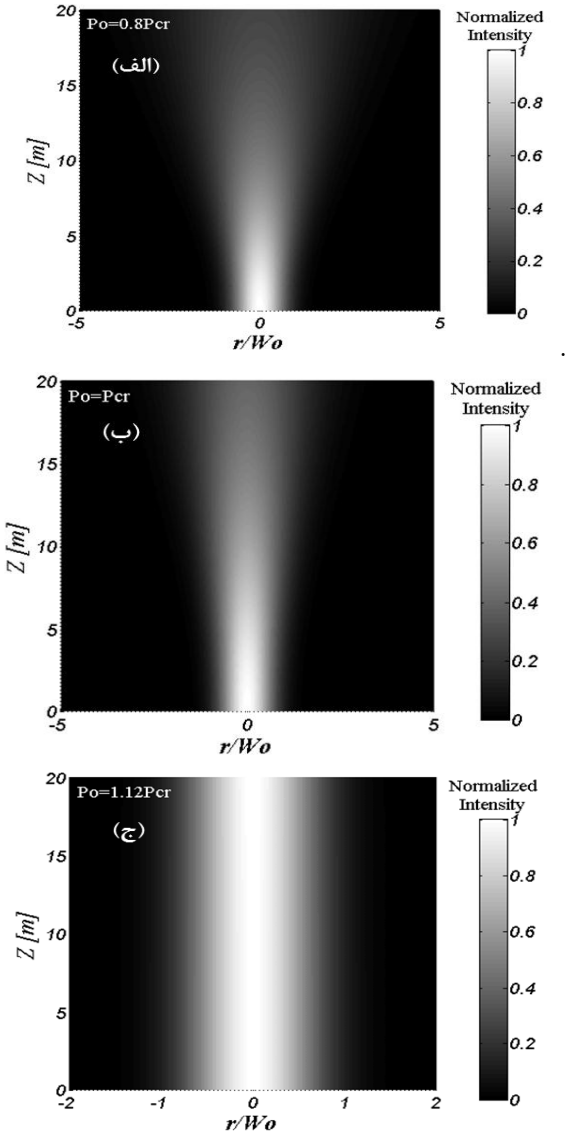
۲) در توان‌هایی که زیر توان بحرانی می‌باشند، پرتو حین انتشار گسترده می‌گردد. به‌طوری‌که هرچه توان به حالت بحرانی نزدیک می‌گردد، میزان این گسترده شدن پرتو بعلت پدیده غیرخطی کر کاهش می‌یابد.

۳) در محیط کر عادی پدیده خودکانونی برای توان‌هایی که به اندازه $0.1P_{cr}$ از توان بحرانی کمتر هستند نیز اتفاق می‌افتد؛ اما در این حالت ابتدا پرتو کمی گسترده می‌گردد و سپس جمع‌شدگی پرتو اتفاق می‌افتد.



[ Downloaded from www.opsi.ir on 2026-10-30 ]

۴) برای محیط کر عادی در توان‌های بیش از توان بحرانی، پدیده خودکانونی اتفاق می‌افتد؛ به‌طوری‌که ابتدا پرتو کمی جمع شده و سپس تا رسیدن به حالت اولیه گسترده می‌گردد و این روند با دوره تکرار $Z_m = 2f_{NL}$ تکرار می‌گردد.




شکل ۲: شبیه‌سازی انتشار پرتو گاوسی در محیط کر مرتبه دوم برای توان‌های ورودی (الف) $0.8P_{cr}$ ، (ب) $P_{cr}$ و (ج) $1.12P_{cr}$ .

همچنین انتشار پرتو گاوسی در محیط کر مرتبه دوم برای توان‌های مختلف ورودی، در شکل۲ شبیه‌سازی شده است. این شکل به‌خوبی نشان می‌دهد که پرتو در توان بحرانی، تقریبا بدون تغییر شکل منتشر می‌گردد.

## ۴- نتیجه‌گیری

در این مقاله با معرفی ماتریس انتقال مناسبی برای مراتب مختلف محیط غیرخطی کر، انتشار پرتو گاوسی در این محیط‌ها بررسی و شبیه‌سازی شد. نتایج نشان می‌دهد که مقدار توان بحرانی که به صورت تئوری محاسبه شد به میزان قابل توجهی با شبیه‌سازی منطبق است. همچنین در توان‌های کمتر از توان بحرانی پهن‌شدگی پرتو را داریم؛ به‌طوری‌که هرچه به توان بحرانی نزدیک می‌شویم، میزان این پهن‌شدگی کاهش می‌یابد. به‌علاوه در توان‌های بحرانی پرتو تقریبا بدون تغییر شکل منتشر می‌گردد و در محدوده بیش‌از توان‌بحرانی پدیده‌خودکانونی اتفاق‌می‌افتد.

قابل توجه است که فقط در محیط کر مرتبه اول در توان‌های کمی کمتر از توان بحرانی، باز هم پدیده خودکانونی را خواهیم داشت؛ اما در این حالت ابتدا پرتو کمی پهن می‌گردد و سپس جمع شدگی آن را شاهد هستیم. نتایج این تحقیق می‌تواند پیشنهادهای موثری جهت طراحی و ساخت سامانه‌های غیرخطی کر ارائه دهد.

## مراجع


[1] Biswas A. and Konar S., *Introduction to non-Kerr law optical soliton*, p. 57, Taylor and Francis group, New York, 2007.

[2] Biswas A., Fessak M., Johnson S., Beatrice S., Milovic D., Jovanoski Z., Russell K. and Majid F., *Optical soliton perturbation in non-Kerr law media: Traveling wave solution*, **J. Opt. Las. Tech.,** 44 (2012) 263–268.

[3] Frede M., Wilhelm R., Kracht D., *Optical soliton perturbation in a non-Kerr law media*, **J. Opt. Las. Tech.,** 40 (2008) 647–662.

[4] Boyd R., *Nonlinear Optics*, Academic press, New York, 2007.

[5] Verdeyen J., *Laser electronics*, Prentice Hall, New Jersey, 1995.

[6] www.wikipedia.org

[7] Poon T. and Kim T., *Engineering optics with matlab*, Word scientific, New Jersey, 2006.

[8] Siegman A., *Laser*, University science books, California, 1986.

[9] Agrawal G., *Nonlinear Fiber Optics*, Academic Press, California, 2007.

[10] Koechner W., *Solid-State Laser Engineering*, Springer, Germany, 2005.




[ Downloaded from www.opsi.ir on 2026-10-30 ]