بیست و سومین کنفرانس اپتیک و فوتونیک و نهمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران
دانشگاه تربیت مدرس
۱۴-۱۲ بهمن ۱۳۹۵
23rd Iranian Conference on Optics and Photonics and 9th Conference on Photonics Engineering and Technology
Tarbiat Modares University, Tehran, Iran
January 31- February 2, 2017

اثر اتلاف بر دینامیک درهم‌تنیدگی یک اتم سه‌ترازی در حال برهم‌کنش با یک میدان کوانتیده دومدی در یک سامانه اپتومکانیک کوانتومی

مرضیه حسنی ندیکی[۱]، محمدکاظم توسلی[۱،۲]

(۱)گروه اتمی و مولکولی، دانشکده فیزیک، دانشگاه یزد، یزد

(۲)گروه پژوهشی فوتونیک، مرکز تحقیقات مهندسی، دانشگاه یزد، یزد

چکیده – در این مقاله، به بررسی اثر اتلاف بر دینامیک درهم‌تنیدگی یک اتم سه‌ترازی V شکل که با یک میدان کوانتیده دومدی در یک کاواک اپتومکانیکی برهم‌کنش می‌کند می‌پردازیم. برای این منظور پس از به دست آوردن هامیلتونی مؤثر و وارد کردن جملات اتلافی، شکل صریح وابسته به زمان بردار حالت کل سامانه را با انتخاب شرایط اولیه مناسب اتم، میدان و آینه نوسان‌کننده به دست می‌آوریم. سپس، از آنتروپی خطی اتمی به عنوان سنجه‌ای برای اندازه‌گیری درهم‌تنیدگی استفاده می‌کنیم. نتایج نشان می‌دهند که اتلاف باعث کاهش درهم-تنیدگی بین اتم و زیرسامانه‌های میدان و آینه می‌شود.

کلید واژه- کاواک اپتومکانیک، درهم‌تنیدگی، هامیلتونی مؤثر.

The effect of dissipation on the entanglement dynamics of a three-level atom interacting with a two-mode quantized field in a cavity optomechanics system

M. Hassani nadiki[1]; M. K. Tavassoly[1],[2]
(1) Atomic and Molecular Group, Faculty of Physics, Yazd University, Yazd
(2) Photonic Research Group, Engineering Research Center, Yazd University, Yazd

Abstract- In this paper, we investigate the effect of dissipation on the entanglement dynamics of a three-level atom in V-configuration with a two-mode quantized field in a cavity optomechanics system. To achieve the purpose, we first deduce the effective Hamiltonian and by the dissipation terms, we evaluate the explicit time-dependent form of the state vector of the whole system by choosing special initial conditions for atom, field and the oscillatory mirror. Then, we obtain the time evolution of atomic linear entropy as a measure of entanglement. The results show that the dissipation reduces the entanglement between the atom and the subsystem of field and mirror.

Keywords: cavity optomechanics, entanglement, effective Hamiltonian.

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-05]

این مقاله به شرط در دسترس بودن در وبگاه www.opsi.ir معتبر است.

۱- مقدمه

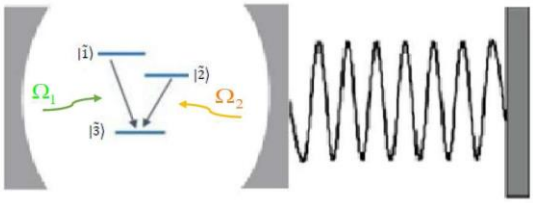
سامانه‌های اپتومکانیکی به خاطر کاربردهای متعدد در فناوری مورد توجه قرار گرفته‌اند، هم‌چنین می‌توان از آنها برای درک بهتر گذار از رژیم کلاسیکی به کوانتومی استفاده کرد [۱]. در سامانه‌های اپتومکانیکی، مد کاواک می‌تواند با نوسانگر مکانیکی از طریق نیروی فشار تابشی جفت شود. از جمله کاربردهای سامانه‌های اپتومکانیک می‌توان به اندازه - گیری‌های دقیق جرم و نیرو [۲]، آشکارسازی امواج گرانشی [۳]، پردازش اطلاعات کوانتومی و سردسازی نوسانگرهای مکانیکی نزدیک به حالت پایه اشاره کرد [۴]. از سوی دیگر، درهم‌تنیدگی یکی از پدیده‌های مهم مکانیک کوانتومی به‌شمار می‌رود که مشاهده آن در جهان مقیاس‌بزرگ به دلیل جفت‌شدگی سامانه‌ها با محیط اطراف و ایجاد واهمدوسی به آسانی میسر نیست. در سال‌های اخیر، سامانه‌های اپتومکانیک که در ساده‌ترین حالت از یک کاواک اپتیکی با تک آینه‌ای متحرک تشکیل شده‌اند، امکان بررسی اثرات کوانتومی نظیر درهم‌تنیدگی را ممکن ساخته‌اند [۵]. در این سامانه‌ها نیروی فشار تابشی می‌تواند منجر به حرکت آینه متحرک حول نقطه تعادل و در نتیجه جفت‌شدگی مدهای مکانیکی و اپتیکی و ایجاد درهم‌تنیدگی میان آن‌ها شود.

اخیراً حالت‌های درهم‌تنیده سه‌جزئی در یک سامانه اپتومکانیکی متشکل از یک اتم دوترازی و میدان کوانتیده تک‌مد در کاواک اپتیکی با یک آینه متحرک در [۶] بررسی شده است که در آن اتم از ابتدا در یک برهم نهی دلخواه از حالت‌های پایه و برانگیخته آماده سازی شده است و میدان کاواک در حالت تک‌فوتونی است. در [۷]، دینامیک درهم-تنیدگی یک اتم سه‌ترازی V شکل در حال برهم‌کنش با یک میدان کوانتیده دومدی در یک سامانه اپتومکانیکی را مورد بررسی قرار داده‌ایم. در مقاله حاضر، اثر اتلاف بر دینامیک درهم‌تنیدگی این سامانه مورد بررسی قرار می‌گیرد.

در ادامه، پس از معرفی سامانه معادلات پایه و روابط را برای سامانه مورد نظر در حضور اتلاف به دست می‌آوریم. سپس، تحول زمانی آنتروپی خطی اتمی را مورد بررسی قرار می-دهیم و در پایان در مورد نتایج بحث می‌کنیم.

۲- مدل فیزیکی سامانه

سامانه‌ای اپتومکانیکی مانند شکل ۱ را در نظر می‌گیریم. این سامانه متشکل از یک اتم سه‌ترازی V شکل است که با یک میدان تابشی کوانتیده دومدی در یک کاواک اپتومکانیکی که یکی از آینه‌های آن متحرک است برهم‌کنش می‌کند. ترازهای اتمی توسط $|\tilde{1}\rangle$، $|\tilde{2}\rangle$ و $|\tilde{3}\rangle$ با انرژیهای $\tilde{\omega}_3 < \tilde{\omega}_2 < \tilde{\omega}_1$ نشان داده شده‌اند و گذارهای $|\tilde{1}\rangle \leftrightarrow |\tilde{3}\rangle$ و $|\tilde{2}\rangle \leftrightarrow |\tilde{3}\rangle$ مجاز و گذار $|\tilde{1}\rangle \leftrightarrow |\tilde{2}\rangle$ با توجه به تقریب دوقطبی ممنوع هستند.



شکل ۱: طرح یک اتم سه‌ترازی V شکل در حال برهم‌کنش با یک میدان کوانتیده دومدی در یک سامانه اپتومکانیک کوانتومی

با در نظر گرفتن آینه متحرک به عنوان یک نوسانگر هماهنگ کوانتومی می توان هامیلتونی کل را به صورت زیر نوشت $(\hbar = 1)$:

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}_1, \qquad \hat{H}_0 = \hat{H}_A + \hat{H}_F + \hat{H}_M,$$
$$\hat{H}_1 = \hat{H}_{AF} + \hat{H}_{MF}. \qquad (۱)$$

هامیلتونی آزاد اتم، میدان و آینه به شکل

$$\hat{H}_0 = \sum_{j=1}^{3} \tilde{\omega}_j \hat{\sigma}_{jj} + \sum_{j=1}^{2} \Omega_j \hat{a}_j^\dagger \hat{a}_j + \omega_M \hat{b}^\dagger \hat{b}, \qquad (۲)$$

و هامیلتونی‌های برهم‌کنش اتم-میدان و آینه-میدان به ترتیب به شکل زیر نوشته می‌شوند:

$$\hat{H}_{AF} = \lambda_1 \left(\hat{a}_1 \hat{\sigma}_{13} + \hat{a}_1^\dagger \hat{\sigma}_{31}\right) + \lambda_2 \left(\hat{a}_2 \hat{\sigma}_{23} + \hat{a}_2^\dagger \hat{\sigma}_{32}\right), \qquad (۳)$$

$$\hat{H}_{MF} = -\sum_{j=1}^{2} G \hat{a}_j^\dagger \hat{a}_j \left(\hat{b} + \hat{b}^\dagger\right). \qquad (۴)$$

در این روابط، $\Omega_j \ (j = 1,2)$ بسامدهای میدان دومدی، ω_M بسامد آینه متحرک، $\hat{\sigma}_{ij} = |i\rangle\langle j| (i, j = 1,2,3)$ نشان‌دهنده عملگرهای اتمی، $\hat{a}_j \ (\hat{a}_j^\dagger)$ عمگر نابودی (آفرینش) مد زام میدان، λ_1 و λ_2 ثابت‌های جفت‌شدگی اتم-میدان و G قدرت جفت‌شدگی اپتومکانیکی را نشان می-دهد. با در نظر گرفتن شرایط تشدید، هامیلتونی در تصویر برهم‌کنش به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\hat{H}_{\text{int}} = -\sum_{j=1}^{2} G \hat{a}_j^\dagger \hat{a}_j \left(\hat{b} e^{-i\omega_M t} + \hat{b}^\dagger e^{i\omega_M t}\right) + \sum_{j=1}^{2} \lambda_j \left(\hat{a}_j \hat{\sigma}_{j3} e^{-i\omega_M t} + \hat{a}_j^\dagger \hat{\sigma}_{3j} e^{i\omega_M t}\right). \qquad (۵)$$

پس از محاسبات نسبتاً طولانی، هامیلتونی مؤثر سامانه با

این مقاله به شرط در دسترس بودن در وبگاه www.opsi.ir معتبر است.

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-05]

استفاده از روش کورس-گریند [۸] به صورت زیر حاصل می-شود:

$$\begin{aligned}\hat{H}_{eff} &= \sum_{j=1}^{2}\frac{\lambda_j G}{\omega_M}\left(\hat{a}_j\hat{b}^{\dagger}\hat{\sigma}_{j3}+\hat{a}_j^{\dagger}\hat{b}\hat{\sigma}_{3j}\right)\\ &-\frac{G^2}{\omega_M}\sum_{j=1}^{2}\left(\hat{a}_j^{\dagger}\hat{a}_j\right)^2-2\frac{G^2}{\omega_M}\left(\hat{a}_1^{\dagger}\hat{a}_1\right)\left(\hat{a}_2^{\dagger}\hat{a}_2\right)\\ &-\sum_{j=1}^{2}\frac{\lambda_j^2}{\omega_M}\left(\hat{a}_j^{\dagger}\hat{a}_j\left|j\right\rangle\left\langle j\right|-\hat{a}_j^{\dagger}\hat{a}_j\left|3\right\rangle\left\langle 3\right|\right)\\ &+\left|j\right\rangle\left\langle j\right|\Big)-\frac{\lambda_1\lambda_2}{\omega_M}\left(\hat{a}_1\hat{a}_2^{\dagger}\hat{\sigma}_{12}+\hat{a}_1^{\dagger}\hat{a}_2\hat{\sigma}_{12}\right)\\ &-\frac{i}{2}\kappa\sum_{j=1}^{2}\hat{a}_j^{\dagger}\hat{a}_j-\frac{i}{2}\Gamma\sum_{j=1}^{2}\left|j\right\rangle\left\langle j\right|-\frac{i}{2}\kappa'\hat{b}^{\dagger}\hat{b}.\end{aligned} \qquad (۶)$$

اگرچه برهم‌کنش مستقیمی بین آینه و اتم در هامیلتونی (۱) وجود ندارد، جملات اول و دوم هامیلتونی (۶)، برهم-کنش سه‌جزئی بین اتم، میدان و آینه را توصیف می‌کنند. این برهم‌کنش سه‌جزئی نقش مهمی در تولید حالت‌های درهم‌تنیده بازی می‌کند. لازم به ذکر است که با توجه به هدف این مقاله (بررسی نقش اتلاف بر دینامیک درهم-تنیدگی سامانه)، جملات اتلافی مربوط به مدهای میدان، مد مکانیکی و گسیل خودبه‌خودی اتم را به روش پدیده‌شناسی به هامیلتونی (۶) اضافه کردیم (سه جمله آخر (۶)). برای به دست آوردن بردار حالت کل سامانه، حالت اولیه آن را به صورت زیر درنظر می‌گیریم:

$$\left|\psi(0)\right\rangle=\left|1,1;0\right\rangle\left(\cos\theta\left|\tilde{1}\right\rangle+\sin\theta\left|\tilde{3}\right\rangle\right) \qquad (۷)$$

همان‌طور که مشخص است اتم در ابتدا در یک برهم‌نهی کلی از حالت‌های پایه و برانگیخته آماده‌سازی شده است، مدهای میدان کاواک هر کدام در حالت تک‌فوتونی و مد مکانیکی در حالت پایه قرار دارند. تابع موج وابسته به زمان سامانه تحت تأثیر هامیلتونی (۶) را به صورت زیر درنظر می-گیریم:

$$\begin{aligned}\left|\psi(t)\right\rangle &= M_1(t)\left|1,1;0;\tilde{1}\right\rangle+M_2(t)\left|1,1;0;\tilde{3}\right\rangle\\ &+M_3(t)\left|0,1;1;\tilde{1}\right\rangle+M_4(t)\left|1,0;1;\tilde{2}\right\rangle\\ &+M_5(t)\left|2,0;0;\tilde{2}\right\rangle\end{aligned} \qquad (۸)$$

در این رابطه، $M_i\ (i=1,2,..,5)$ دامنه‌های احتمال هستند که شرط بهنجارش را برآورده می‌کنند. با استفاده از معادله شرودینگر وابسته به زمان $i\left|\dot{\psi}(t)\right\rangle=\hat{H}_{\text{eff}}\left|\psi(t)\right\rangle$، پنج معادله دیفرانسیل جفت‌شده به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$\begin{aligned}\dot{M}_1(t) &= \frac{2i\lambda_1^2}{\omega_M}M_1+\frac{4iG^2}{\omega_M}M_1\\ &+\frac{\sqrt{2}i\lambda_1\lambda_2}{\omega_M}M_5-\left(\kappa+\frac{\Gamma}{2}\right)M_1\end{aligned} \qquad (۹)$$

$$\begin{aligned}\dot{M}_2(t) &= -\frac{i}{\omega_M}\left(\lambda_1^2+\lambda_2^2\right)M_2+\frac{4iG^2}{\omega_M}M_2\\ &-\frac{i\lambda_1 G}{\omega_M}M_3-\frac{i\lambda_2 G}{\omega_M}M_4-\kappa M_2\end{aligned} \qquad (۱۰)$$

$$\begin{aligned}\dot{M}_3(t) &= -\frac{i\lambda_1 G}{\omega_M}M_2+\frac{iG^2}{\omega_M}M_3\\ &+\frac{i\lambda_1^2}{\omega_M}M_3+\frac{i\lambda_1\lambda_2}{\omega_M}M_4\\ &-\left(\frac{\kappa}{2}+\frac{\Gamma}{2}+\frac{\kappa'}{2}\right)M_3\end{aligned} \qquad (۱۱)$$

$$\begin{aligned}\dot{M}_4(t) &= -\frac{i\lambda_2 G}{\omega_M}M_2+\frac{iG^2}{\omega_M}M_4\\ &+\frac{i\lambda_2^2}{\omega_M}M_4+\frac{i\lambda_1\lambda_2}{\omega_M}M_3\\ &-\left(\frac{\kappa}{2}+\frac{\Gamma}{2}+\frac{\kappa'}{2}\right)M_4\end{aligned} \qquad (۱۲)$$

$$\begin{aligned}\dot{M}_5(t) &= \frac{i\lambda_2^2}{\omega_M}M_5+\frac{4iG^2}{\omega_M}M_5\\ &+\frac{\sqrt{2}i\lambda_1\lambda_2}{\omega_M}M_1-\left(2\kappa+\frac{\Gamma}{2}\right)M_5\end{aligned} \qquad (۱۳)$$

خوشبختانه حل تحلیلی این معادلات امکان‌پذیر است که در نتیجه آن، دامنه‌های احتمال سامانه مورد نظر $M_i\ (i=1,2,..,5)$ به دست می‌آیند (به دلیل کمبود جا از نوشتن شکل صریح آنها معذوریم). بعد از تعیین بردار حالت کل سامانه در هر زمان، می‌توانیم دینامیک درهم‌تنیدگی بین اتم و زیرسامانه‌های میدان و آینه را توسط آنتروپی خطی بررسی کنیم. آنتروپی بالاتر (پایین‌تر)، نشان‌دهنده درجه درهم‌تنیدگی بزرگتر (کوچکتر) است. آنتروپی خطی حالت اتمی توسط رابطه $S_a(t)=1-\text{Tr}\hat{\rho}_a^2(t)$ که در آن $\hat{\rho}_a(t)$ ماتریس چگالی کاهش‌یافته است و به صورت زیر به دست می‌آید:

این مقاله به شرط در دسترس بودن در وبگاه www.opsi.ir معتبر است.

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-05]

$$\begin{aligned}\hat{\rho}_a(t) &= \mathrm{Tr}_{f_1 f_2 M}\,\hat{\rho}(t)\\ &= \left[|M_1(t)|^2 + |M_3(t)|^2\right]|\tilde{1}\rangle\langle\tilde{1}|\\ &+ \left[|M_4(t)|^2 + |M_5(t)|^2\right]|\tilde{2}\rangle\langle\tilde{2}|\\ &+ |M_2(t)|^2|\tilde{3}\rangle\langle\tilde{3}| + M_1(t)M_2^*(t)|\tilde{1}\rangle\langle\tilde{3}|\\ &+ M_2(t)M_1^*(t)|\tilde{3}\rangle\langle\tilde{1}|\end{aligned} \qquad (۱۴)$$

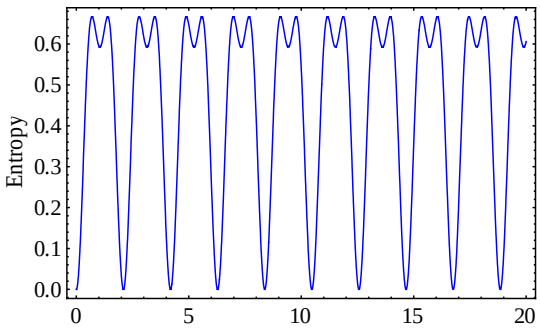
در نهایت آنتروپی خطی برای اتم به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\begin{aligned}S_a(t) &= 1-\hat{\rho}_{11}^2(t)-\hat{\rho}_{22}^2(t)-\hat{\rho}_{33}^2(t)\\ &-2\hat{\rho}_{13}(t)\hat{\rho}_{31}(t)\\ &= 1-\left[|M_1(t)|^2+|M_3(t)|^2\right]^2\\ &-\left[|M_4(t)|^2+|M_5(t)|^2\right]^2\\ &-\left[|M_2(t)|^2\right]^2-2|M_1(t)|^2|M_2(t)|^2.\end{aligned} \qquad (۱۵)$$

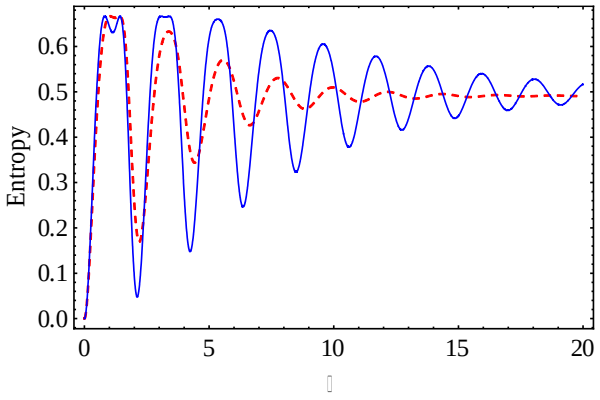
وقتی که S=0 است، حالت‌های اتم، میدان و آینه کاملاً مجزا هستند در حالی‌که S>0 وجود درهم‌تنیدگی بین زیرسامانه-ها را نشان می‌دهد.

۳- تجزیه و تحلیل دینامیک درهم‌تنیدگی در حضور اتلاف

در این بخش، تحول زمانی آنتروپی خطی را در غیاب و حضور اتلاف بررسی می‌کنیم. در شکل ۲ تحول زمانی آنتروپی خطی را برای وقتی که ضریب جفت‌شدگی اپتومکانیکی برابر با ضرایب جفت‌شدگی اتم-میدان است در غیاب اتلاف و در شکل ۳ این کمیت را در حضور اتلاف رسم کرده‌ایم.



شکل ۲: آنتروپی خطی بر حسب زمان $\tau\left(=\frac{G^2 t}{\omega_M}\right)$ به ازای $\lambda_1=\lambda_2=G$، $\theta=\frac{\pi}{2}$ و $\frac{\kappa}{\omega_M}=\frac{\kappa'}{\omega_M}=\frac{\Gamma}{\omega_M}=0$.



شکل ۳: آنتروپی خطی بر حسب زمان $\tau\left(=\frac{G^2 t}{\omega_M}\right)$ به ازای $\lambda_1=\lambda_2=G$ و $\theta=\frac{\pi}{2}$، نمودارهای پیوسته (آبی‌رنگ) برای $\frac{\kappa}{\omega_M}=\frac{\kappa'}{\omega_M}=\frac{\Gamma}{\omega_M}=1$ و نقطه‌چین (قرمزرنگ) برای $\frac{\kappa}{\omega_M}=\frac{\kappa'}{\omega_M}=\frac{\Gamma}{\omega_M}=2$ رسم شده‌اند.

شکل ۲ دینامیک درهم‌تنیدگی بین اتم و زیرسامانه‌های آینه و میدان وقتی که اتم در حالت پایه آماده‌سازی شده است را نشان می‌دهد. مشاهده می شود که در زمان‌های به‌خصوصی آنتروپی خطی اتمی بیشینه مقدار خود را دارد و در نتیجه بیشینه درهم‌تنیدگی بین اتم و زیرسامانه‌ها به دست می‌آید. در شکل ۲ اثر اتلاف بر دینامیک درهم‌تنیدگی سامانه مشاهده می‌شود. همان‌طور که مشخص است افزایش اتلاف باعث کاهش درهم‌تنیدگی بین اتم و زیرسامانه‌های میدان و آینه می‌شود.

مراجع

[1] K. C. Schwab, M. L. Roukes, "*Putting Mechanics into Quantum Mechanics*", Phys. Today., Vol. 58, pp. 36-42, 2005.

[2] D. Vitali, S. Mancini, P. Tombesi, "*Optomechanical Scheme for The Detection of Weak Impulsive Forces*", Phys. Rev. A., Vol. 64, pp. 051401, 2001.

[3] V. B. Braginsky, F. Y. Khalili, K. S. Thorne, *Quantum Measurement*, Cambridge University Press, 1995.

[4] S. Barzanjeh, M. H. Naderi, M. Soltanolkotabi, "*Back-Action Ground-State Cooling of a Micromechanical Membrane via Intensity-Dependent Interaction*", Phys. Rev. A., Vol. 84, pp. 023803, 2011.

[5] D. Vitali, S. Gigan, A. Ferreira and et al, "*Optomechanical Entanglement Between a Movable Mirror and a Cavity Field*", Phys. Rev. Lett., Vol. 98, pp. 030405, 2007.

[6] Q. H. Liao, W. J. Nie, J and et al. Xu, "*Properties of Linear Entropy of The Atom in a Tripartite Cavity-Optomechanical System*", Laser. Phys., Vol. 26, pp. 055201, 2016.

[7] M. Hassani Nadiki, M. k. Tavassoly, "*Collapse-Revival in Entanglement and Photon Statistics: The Interaction of a Three-Level Atom with a Two-Mode Quantized Field in Cavity Optomechanics*", Laser. Phys., Vol. 26, pp. 125204, 2016.

[8] D. F. V. James, J. Jerke, "*Effective Hamiltonian Theory and Its Applications in Quantum Information*", Can. J. Phys., Vol. 85, pp. 625-632, 2007.

این مقاله به شرط در دسترس بودن در وبگاه www.opsi.ir معتبر است.

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-05]