



بررسی عددی میدان الکتریکی در لیزر عرضی ضربانی فشار جوی گاز کربنیک با استفاده از روش واهلش متوالی

ناهید جهانیان^۱، مجید آرام^۱، نادر مرشدیان^۲، احمد مهرآمیز^۳

^۱پژوهشکده لیزر و اپتیک، پژوهشگاه علوم و فنون هسته‌ای، انتهای کارگر شمالی، تهران.

^۲پژوهشکده پلاسما و گداخت هسته‌ای، پژوهشگاه علوم و فنون هسته‌ای، انتهای کارگر شمالی، تهران.

^۳گروه فیزیک، دانشکده علوم، دانشگاه بین‌المللی امام خمینی، قزوین.

چکیده - در این مقاله چگونگی توزیع و نابکنواختی میدان الکتریکی ناشی از الکترودهای اصلی و پیش یونش در یک لیزر عرضی ضربانی فشار جوی گاز کربنیک با استفاده از روش عددی واهلش متوالی محاسبه و بررسی گردیده است. همچنین تفاوت در انحرافات میدان در دو مدل پیش یونش کرونا و ردیف جرقه مقایسه شده است. نتایج گویای آن است که میزان انحراف میدان در مدل ردیف جرقه قدری کمتر از مدل کرونا است. همچنین نشان داده شده است که با مقداری انحنا در لبه‌های سطح فعال الکترودها انحراف میدان می‌تواند تا حد قابل قبولی کاهش یابد.

کلیدواژه‌ها- لیزر ضربانی عرضی گاز کربنیک، شبیه‌سازی عددی میدان، واهلش متوالی، پیش یونش کرونا و ردیف جرقه

Numerical Investigation of the Electric Field in the TEA CO₂ Laser Using Successive Over Relaxation Method

Nahid Jahanian^{1,3}, Majid Aram¹, Nader Morshednian², Ahmad Mehrmiz³

¹Laser & Optics Research School, NSTRI, North Kargar Ave., Tehran, P.O.Box: 14155-1339, IRAN.

²Plasma and Nuclear Fusion Research Institute, NSTRI, North Kargar Ave, Tehran, P.O.Box: 14155-1339, IRAN.

³Department of Physics, Faculty of Science, Imam Khomeini International University, Qazvin, IRAN.

Abstract- In this paper the distribution and non-uniformity of electric field resulted of the main electrodes and pre-ionization in the TEA CO₂ laser is investigated using SOR method. Also the difference in uniformity of electric field related to Corona and Spark Array pre-ionization methods are compared. The results show that the deviation of the electric field in Spark Array Model is less than Corona model. Besides, it has been shown that using electrodes with curved active area edges the field deviation can be reduced to acceptable level.

Key Words: Carbon dioxide laser pulse width, Numerical simulation of electric field, Pre-ionization, S.O.R, Electrode, Corona and Spark Array pre-Ionization

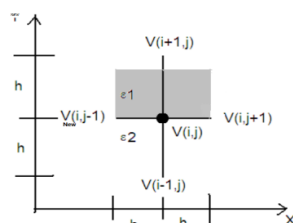
۱- مقدمه:

(Scaling Factor) منجر به افزایش سرعت پردازش می‌گردد. همچنین میزان خطای محاسبات در این روش کاهش می‌یابد. در این روش مقدار تقریبی بردار پاسخ $x^{(k)}$ با استفاده از فرمول زیر محاسبه می‌شود:

$$x_i^{(k)} = (1-w)x_i^{(k-1)} + \frac{w}{a_{ii}} \left\{ b_i - \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij}x_j^{(k)} - \sum_{j=i+1}^n a_{ij}x_j^{(k-1)} \right\} \quad (1)$$

$i=1,2,\dots,n$ و w ضریب بزرگ‌نمایی عددی بین ۰ و ۲ است و در صورتی که $w=1$ قرار داده شود معادله بالا تبدیل به فرمول روش گاوس-سایدل می‌شود [۶]. a_{ij} درایه‌های ماتریس ضرایب و b_i بردار ثابت معادله است. $x_j^{(k-1)}$ جواب در مرحله قبل است. محاسبه پتانسیل [۷] در حالت کلی شامل محیط‌هایی با پذیرفتاری‌های مختلف، به صورت زیر در روش واهلش متوالی ابداع شده است:

$$V_{new}(i, j) = (1-w)V(i, j) + \frac{w}{4} ((V(i, j+1) + V_{new}(i, j-1) + (\varepsilon_1 V(i+1, j) + \varepsilon_2 V(i-1, j)) / (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)) \quad (2)$$



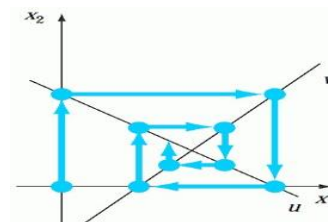
شکل ۲: نقطه مابین دو محیط با دی‌الکتریک متفاوت [۸]

همان‌طور که در شکل ۲ مشخص شده است ε_1 و ε_2 ضریب گذردهی دو محیط طرفین نقطه مورد محاسبه هستند. $V_{new}(i, j-1)$ استفاده شده در معادله (۲)، پتانسیل محاسبه شده برای نقطه قبل است (لازم به ذکر است که رابطه فوق با در نظر گرفتن چگالی بار الکتریکی خالص صفر از معادله پواسون به دست می‌آید) و رابطه میدان الکتریکی با استفاده از مقادیر عددی به دست آمده برای تابع پتانسیل الکتریکی در تمام نقاط با استفاده از رابطه (۳) محاسبه می‌شود. ϕ_i پتانسیل در هر نقطه است و E_x و E_y به ترتیب میدان در راستای x و y محور مختصات دکارتی هستند. در این تحقیق انحراف میدان مربوط به سطح مقطع پرداخت (انحدار) شده در دو نوع پیش یونش کرونا (Corona) و ردیف جرقه (Spark Array) مورد مقایسه قرار گرفته است. به

کار بر روی لیزرهای ضربانی گازکربنیک در سال ۱۹۶۸ بانرژی خروجی در حد چند ژول شروع شد. پروژه‌های لیزرهای گداخت بزرگ، محرک پیشرفت‌هایی در این حوزه بود که سیستم‌های غول‌پیکری در اندازه ۱۰۰ کیلوژول به وجود آمد [۱]. یکی از مهم‌ترین اجزای لیزرهای گازی با تخلیه الکتریکی، الکترودهای آن هستند. الکترودها با آزاد کردن الکترون‌های اولیه و چگالی زمینه‌ای الکترونی موجود نقش مهمی در ایجاد یک تخلیه الکتریکی مناسب (تخلیه افروخته-Glow Discharge) دارند و سبب القا عمل لیزر با بازدهی بهتر می‌شود [۲]. شکل هندسی الکترودها یکی از پارامترهای مهم در ایجاد یکنواختی میدان و در نتیجه تخلیه افروخته همگن شده و در نهایت سبب افزایش بازدهی لیزر می‌شود [۳]. برای کاهش میدان شدید مورد نیاز در روش تحریک طولی، تحریک عرضی مورد توجه واقع شد و لیزر گازکربنیک مورد مطالعه در اینجا نیز مبتنی بر تخلیه ضربانی عرضی با استفاده از یک مقطع نسبتاً ساده و ارزان که در عمل مورد استفاده قرار گرفته، است. دو نوع پیش یونش کرونا و ردیف جرقه در نظر گرفته شده است که شکل هندسی آن‌ها به طور دقیق در مراجع [۴] و [۵] توضیح داده شده است. در این پژوهش اندازه میدان الکتریکی در نقاط مختلف نواحی نزدیک لبه این الکترودها و انحراف میدان به عنوان معیاری از میزان به صرفه بودن استفاده از چنین الکترودهای نسبتاً ساده‌ای، ارائه شده است.

۲- اصول نظری:

روش به دست آوردن انحراف میدان الکتریکی مبتنی بر حل معادله لاپلاس با تقریب SOR (Successive Over-Relaxation) بوده است.



شکل ۱: روش عددی واهلش متوالی (SOR) به صورت نمادین [۶]

مطابق شکل (۱) در این روش جواب هر مرحله مبتنی بر جواب مرحله قبل بوده و انتخاب ضریب بزرگ‌نمایی

یونش بالا و پایین در اثر بروز جرقه) قرار داده شده است. ثابت ضریب گذردهی الکتریکی برای محیط گازی با توجه به نسبت اختلاط گازها به دست آمده است [۹].

۳- شبیه سازی و تحلیل نتایج

با استفاده از این روش توزیع پتانسیل و میدان الکتریکی در محیط فعال لیزر TEA CO₂ با برنامه نویسی در محیط MATLAB کاملاً شبیه سازی شده است. مقاطع در پتانسیل های مختلف در نظر گرفته شده و مرزها نیز زمین شده اند. مقطع دوزنفه ای شکل ۳ و پرداخته شده است. یکی از مقاطع در پتانسیل ۱۰- کیلوولت و دیگری در پتانسیل صفر است. در این روش ما به مش بندی محیط شبیه سازی شده لیزر پرداخته و پتانسیل اولیه هر محیط را به آن نسبت داده ایم، سپس با محاسبه میدان در هر نقطه به سمت محاسبه میدان نقطه بعدی پیش رفتیم و در نهایت انحراف میدان در لبه چپ و راست محیط فعال (در فاصله ۵ میلی متر از مرکز) نسبت به نقطه مرکزی بین الکترودها به دست آورده شده که این انحراف میزان بهینه بودن مقطع الکترودها در کاهش احتمال بروز جرقه در لیزر را مشخص می کند [۳]. در هر دو پیش یونش کرونا و ردیف جرقه اساس کار بر این است که مقاطع الکترودی در یک محفظه کاملاً بسته هادی و در پتانسیل های مشخص در نظر گرفته شده اند. برای حل معادله لاپلاس در این مسئله الکتروستاتیکی، به دلیل مشخص بودن پتانسیل مرزهای محیط که با رعایت شرایط عملی صفر در نظر گرفتیم، از شرایط مرزی دیریکله استفاده شده است. در جدول ۱ ثابت گذردهی خلا و ثابت دی الکتریک گازهای ترکیب شده در نسبت اختلاط مختلف نشان داده شده است. معادله (۵) ارتباط بین ثابت گذردهی خلا (ϵ) و ثابت دی الکتریک (K) را بیان می کند. نتایج عددی حاصل در جدول ۲ آورده شده است.

$$K \times \epsilon_0 = \epsilon \quad \epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-18} \frac{C}{N.mm^2} \quad (5)$$

جدول ۱: ϵ و K گاز مخلوط شده در نسبت های مختلف گاز

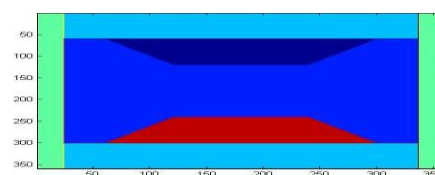
CO ₂ :N ₂ :He	K	$\epsilon (\times 10^{-18} \frac{C}{N.mm^2})$
1:1:1	1.0007	8.8565

کمک رابطه (۴) انحراف میدان را تعیین می کنیم به طوری که E₀ میدان نقطه مرکزی ناحیه فعال است و ΔE اختلاف میدان نقطه مرکزی و یک نقطه در لبه ناحیه فعال الکترودها است:

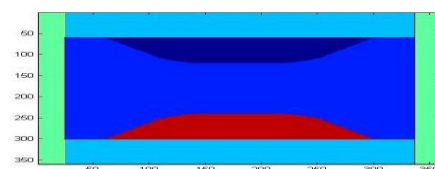
$$|E_x| = \frac{\phi_2 - \phi_1}{x_2 - x_1}, |E_y| = \frac{\phi_2 - \phi_1}{y_2 - y_1}, E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2} \quad (3)$$

$$Field Deviation = \frac{\Delta E}{E_0} * 100 \quad (4)$$

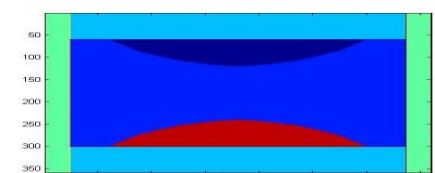
سطح مقاطع در نظر گرفته شده و مقایسه شده در این تحقیق به صورت شکل های ۳ و ۴ و ۵ است. البته لازم به ذکر است که مقطع شکل ۴ بیشترین مشابهت را با نمونه عملی مورد استفاده در آزمایشگاه دارد. علت در نظر گرفتن این گونه سطح مقطع الکترودی این است که میزان نایکخواختی میدان در نقاط نوک تیز و غیر نوک تیز قابل مشاهده و بررسی باشد.



شکل ۳: مقطع با شعاع خم صفر



شکل ۴: مقطع با شعاع خم ۰.۲ میلی متر



شکل ۵: مقطع با شعاع خم ۰.۵ میلی متر

محیط شبیه سازی شده در مورد پیش یونش Corona شامل محیط های شیشه ای در طرفین و پلکسی گلس بالا و فلز زمین شده در پایین اطراف محیط لیزری است و در مورد پیش یونش Spark Array بالای الکترودها محیطی از جنس پلکسی گلس و پایین فلز زمین شده و طرفین میله فلزی با پتانسیل صفر (به دلیل هم پتانسیل شدن الکترودهای پیش

نمی‌شود (که طبیعی است)، اما در یک مخلوط گازی و شعاع سطح مقطع یکسان میزان انحراف میدان در مدل کرونا کمی بیشتر از ردیف جرقه بوده است که با در نظر گرفتن مزایای پیش یونش کرونا (بیناب تابشی فشرده و ارزانی نسبی) قابل چشم‌پوشی است.

- [1] W. H. Witteman "The CO₂ Lasers" springer-verlag, chap ۴, (1987).
 [2] J. Wilson – J. F Havaks "Laser principle and application", Hemel Hempstead: Prentice-Hall, 1987.
 [۳] فرشته ساده، مجید آرام، ابراهیم آقایی "بررسی مقاطع الکترونی لیزرهای گازی عرضی ضربانی فشار جوی"، سومین کنفرانس الکترومغناطیس مهندسی کام ایران، ۱۳۹۳.
 [۴] ف.سلطانمرادی، س.انعمی، "ساخت لیزر کوچک ضربانی با منبع پیش یونش ردیف جرقه"، نشریه علمی سازمان انرژی اتمی ایران، شماره ۷، بهار ۱۳۶۷.

- [5] M.Aram, A.Behjat, M.Shabanzadeh, F.Soltanmoradi, "Parameters of a trigatron-driven low-pulse-repetition-rate TEA CO₂ laser preionised by a surface corona discharge", Quantum Electronics 37 (1) 60 - 62 (2007).
 [6] <http://liberica.org>
 [7] James R. Nagel "Solving the Generalized Poisson Equation Using the Finite-Difference Method (FDM)" University of Utah, 2012
 [8] <http://eng.utah.edu/~cfurse/NASA/User%20Guide/01%20Zo%20Catalog/Description%20of%20FDFD%20Method.pdf>
 [9] J. W. Schmidt and M R. Moldover, "Dielectric Permittivity of Eight Gases Measured with Cross Capacitors" International Journal of Thermo physics, Vol. 24, No. 2, March 2003.

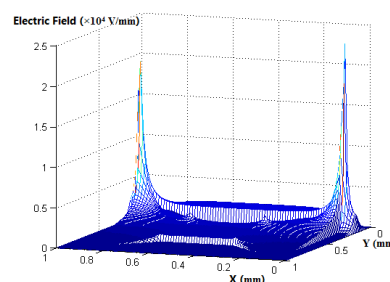
1:1:8	1.0006	8.8557
1:1:3	1.0007	8.8560

جدول ۲: تغییرات انحراف میدان الکتریکی در حضور مقاطع با شعاع انحنای مختلف و ضریب اختلاط متفاوت گازها در دو مدل کرونا و ردیف جرقه

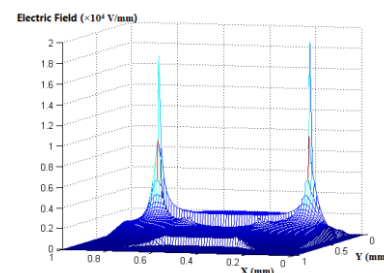
Radius Mix	0(mm)		$\frac{1}{5}$ (mm)		$\frac{1}{2}$ (mm)	
	Spark Array	Corona	Spark Array	Corona	Spark Array	Corona
CO ₂ :N ₂ :H _e						
1:1:1	0.890 7	0.894 4	0.865 3	0.869 2	0.806 5	0.811 9
1:1:8	0.890 7	0.894 4	0.865 3	0.869 2	0.806 5	0.811 9
1:1:3	0.890 7	0.894 4	0.865 3	0.869 2	0.806 5	0.811 9

۴- نتیجه‌گیری

در هر دو مدل کرونا و ردیف جرقه مربوط به سطح مقطع دارای نقاط تیز انحرافات میدان و تغییرات پتانسیل بیشتر از سطح مقطع پرداخته شده است.



شکل ۶: شکل سه‌بعدی تغییرات میدان الکتریکی در مدل پیش یونش کرونا. محور عمودی مربوط به میدان الکتریکی ($\times 10^4$ V/mm) است.



شکل ۷: شکل سه‌بعدی تغییرات میدان الکتریکی در مدل پیش یونش ردیف جرقه. محور عمودی مربوط به میدان الکتریکی ($\times 10^4$ V/mm) است.

در این دو مدل در مخلوط‌های گازی متفاوت به دلیل اینکه الکترون دارای پتانسیل بالا در محیط مخلوط گازی قرار گرفته بوده است و چگالی بار آزاد محیط هم صفر در نظر گرفته شده، اختلاف زیادی در مقدار انحراف میدان مشاهده