



سالیتهای فضایی نوری در پیوندگاه دو آرایه موجبری نیم نامتناهی

کیوان محموداقدمی

گروه فیزیک، دانشگاه پیام نور، صندوق پستی ۱۹۳۹۵-۳۶۹۷، تهران، ایران.

چکیده - در این مقاله به مطالعه انتشار نور در یک آرایه یک بعدی از موجبرهای جفت شده به هم، پرداخته می شود که نور در محل یک نقص از نوع جهش فاز در پارامتر جفت شدگی بین موجبرها جایگزیده شده و تشکیل سالیتهون نوری فضایی می دهند. این نوع نقص ممکن است در پیوندگاه دو آرایه نیمه نامتناهی همسان اتفاق افتد که در محل تماس با یکدیگر عدم تطابق دارند. سپس با معرفی برخی از سالیتهونهای فضایی متنوع مشاهده شده در پیوندگاه، به بررسی توان نوری حمل شده توسط هریک از مدها و تغییرات آن با ثابت انتشار موج پرداخته شد و مقدار قطع آن برای هریک از مدها بدست آمد. در نهایت پایداری هریک از مدها در مقابل اختلال به روش تحلیل پایداری عددی تعیین گردید.

کلید واژه- سالیتهون نوری، آرایه موجبری، عامل غیرخطی کر، عدد موج قطع

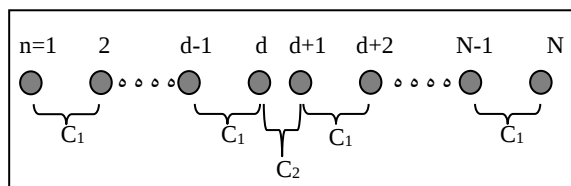
Optical Spatial Solitons at Junction of two semi-infinite Waveguide Array

Keyvan Mahmoud Aghdami

Department of Physics, Payame Noor University, PO Box 19395-3697, Tehran, Iran.

Abstract- In this paper we deal with the propagation of light in a one dimensional array of coupled cavities which light is localized at the place of phase-jump defect on inter-waveguide coupling parameter resulting a spatial optical soliton. This type of defect may take place in junction of two homologous semi-infinite array, which there is a mismatch in place. Then, by introducing some of various solitons emerges in junction, the optical power carried by each mode and its dependence on wave propagation constant are studied and the cut-off propagation constants are determined for each mode. Finally, the stability of modes against perturbations is specified by numerical stability analysis.

Keywords: Optical Soliton, Waveguide array, Kerr nonlinearity, Cut-off wave number.



$$i \frac{dE_n}{dz} + (C_{n-1}E_{n-1} + C_nE_{n+1}) + \gamma |E_n|^2 E_n = 0 \quad (2)$$

که در آن C_n بصورت پارامتر جفت شدگی بین موجبر n ام و $n+1$ ام تعریف می‌شود که در بین همه موجبرها مقدار C_1 داشته و فقط در محل موجبر نقص مقدار متفاوت C_2 بخود می‌گیرد.

$$C_n = \begin{cases} c_1 & \text{if } n \neq d \\ c_2 & \text{if } n = d \end{cases}$$

این ساختار را می‌توان بصورت پیوند دو آرایه نیمه نامتناهی همگن با جفت شدگی C_1 فرض کرد که با مقدار جفت شدگی C_2 بین موجبرهای لبه‌ای در پیوندگاه، می‌توان دو حالت جفت شدگی قوی ($C_2 > C_1$) و یا جفت شدگی ضعیف ($C_2 < C_1$) برای آن متصور شد.

از روش نیوتن برای حل عددی معادله (۲) در حالت ایستا ($d/dz = 0$) استفاده شده و تغییرات میدان الکتریکی در حین انتشار را صرفاً بصورت تغییرات فاز میدان با ثابت انتشار β بصورت $E_n(z) = E_n \exp(i\beta z)$ فرض می‌شود. همچنین در تمامی محاسبات پارامتر عامل غیرخطی γ در مقدار $\gamma = 1$ ثابت فرض شده و موقعیت نقص بین موجبرهای $n=26$ و $n=27$ در نظر گرفته شده است.

۱-۳ انواع مدهای جایگزیده

پس از حل عددی معادلات انواع متنوعی از مدهای جایگزیده در محل نقص بدست آمد که در حالت کلی می‌توان آنها را به دودسته درون-موجبری^۲ و برون-موجبری^۳ تقسیم کرد که در دسته اول بیشینه/کمینه شدت سالیتون در روی موجبر نقص قرار می‌گیرد درحالیکه در نوع دوم بیشینه/کمینه احتمالاً در بین موجبرهای ۲۶ و ۲۷ قرار می‌گیرد و از آنجاییکه معادله (۲) میدان را فقط در محل موجبرها، و نه بین آنها بدست می‌دهد، لذا در ظاهر مقدار میدان در هر دو این موجبرها با هم برابر اندازه گیری میشود و نمایه شدت آنها بصورت سرصاف مشاهده خواهد شد.

۱- مقدمه

سالیتونهای گسسته فضایی که مدهای جایگزیده در یک محیط گسسته از لحاظ اپتیکی هستند، از جبران پخش عرضی نور بخاطر پدیده ای موسوم به پراش گسسته توسط پدیده های غیرخطی از قبیل پدیده کر بوجود می‌آیند [۱ و ۲]. از آنجاییکه این سالیتونها را میتوان در یک آرایه ای از موجبرهایی که از طریق نشت میدان الکتریکی گذرنده از درون آن به هم جفت شده اند، عینیت بخشید. بنابراین اخیراً توجه زیادی را در شاخه سویچ های تمام نوری و همچنین جهت دهی انتشار نور با نور به خود معطوف کرده است [۳]. مطالعات گسترده ای تاکنون در رفتار این سالیتونها درون یک آرایه موجبری انجام گرفته است [۴] ولی مطالعات معدودی در خصوص وجود مدهایی که ممکن است در محل پیوند دو آرایه نیم نامتناهی بوجود آیند و بستگی آن به میزان ارتباط نوری بین آنها انجام شده است [۵]. عدم برابری میزان جفت شدگی درون آرایه نیمه نامتناهی با محل تماس دو آرایه را میتوان بصورت یک پرش فاز در پارامترهای آرایه موجبری تلقی کرد و آنرا یک مد نقص نامید.

در این مقاله ابتدا در بخش بعدی با معرفی مدل تئوری برای انتشار نور در مرز دو آرایه نیم نامتناهی که به هم جفت شده اند، در بخش ۳ به بررسی انواع مدها از لحاظ توزیع فضایی میدان هریک از موجبرها و توان نوری آنها پرداخته شده و در بخش ۴ پایداری آنها در برابر اختلال بررسی خواهد شد.

۲- مدل نظری

در یک آرایه همگن و بدون نقص، می‌توان رفتار میدان الکتریکی نوری را در موجبر n ام (E_n) حین انتشار در امتداد موجبرها (z) از شکل گسسته سازی شده معادله غیرخطی شرودینگر که به 'DNLS معروف است، استنتاج کرد [۴]:

$$i \frac{dE_n}{dz} + C(E_{n-1} + E_{n+1}) + \gamma |E_n|^2 E_n = 0 \quad (1)$$

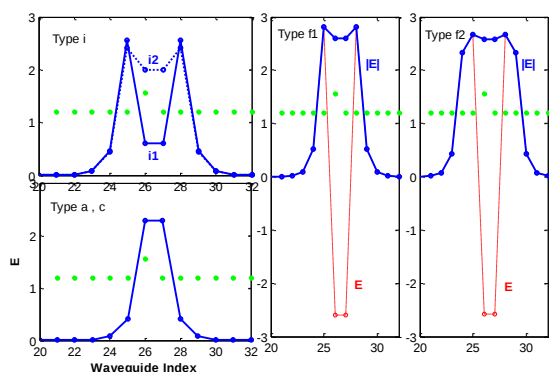
که در آن C پارامتر جفت شدگی هر موجبر به موجبرهای مجاور است که بستگی به فاصله موجبرها از هم و همچنین میزان نشت میدان از آنها دارد. γ پارامتر مرتبط با عامل غیر خطی کر در محیط درون موجبرهاست. حال اگر فرض شود پرش فاز بین موجبر $n = d$ و $n = d+1$ اتفاق افتاده است، می‌توان معادله DNLS را بشکل زیر بازنویسی کرد

^۲ On-site

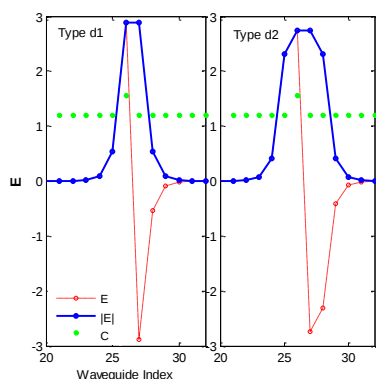
^۳ Off-site

^۱ Discrete Nonlinear Schrödinger Equation

ثابت انتشار موج در موجبر (β) برای مدهای مختلف رسم شده است. همتگونه که گفته شد برخی از مدها مشابه بوده و تشکیل یک شاخه U شکل می‌دهند. گونه‌هایی که با عدد (۲) در نمایه های شکل‌های ۱ الی ۳ نشان داده شده اند دارای توان نوری بیشتری نسبت به گونه مشابه‌شان (گونه ۱) دارند و در شکل (۴) با خط چین نمایش داده شده اند. مد برون موجبری a که از مقادیر بزرگتر از ثابت انتشار قطع ($\beta = 2.49$) امکان وجود دارد در نقطه ($\beta = 3.56$) به یک دوشاخگی رسیده و از این نقطه به بعد الزاما به صورت مد درون موجبری b یا برون موجبری c تبدیل می‌شود.



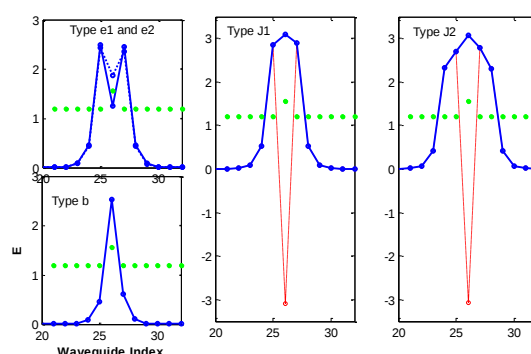
شکل ۲: چند نمونه از مدهای بین موجبری زوج. دو نوع مشابه I1 و I2 بترتیب با خط پیوسته و نقطه چین متمایز شده اند. در نوع f1 و f2 میدان با خط چین و قدر مطلق آن با خط پیوسته مشخص شده است ($C_2 = 1.3 \times C_1$).



شکل ۳: نمونه ای از مد بین موجبری فرد که میدان با خط چین و قدر مطلق آن با خط پیوسته مشخص شده است ($C_2 = 1.3 \times C_1$).

۱-۱-۳ مدهای درون موجبری

چند نمونه از مدهای درون موجبری را در شکل (۱) با نمادهای b, e و J نشان داده شده است که در مدهای b و J بیشینه شدت و در نوع e کمینه در روی موجبر نقص ($n=26$) قرار دارد. برخی مدها از دو گونه مشابه هم تشکیل شده‌اند و با رسم نمودار توان برحسب عدد موج تشخیص داده می‌شوند که مربوط به یک شاخه سالیتمی می‌باشند و با نماد های e1 و e2 و J1 و J2 از هم تفکیک شده‌اند. همچنین همانگونه که از رسم نمایه میدان (خط چین) برای مدهای J قابل مشاهده است و این مد را از دو مد دیگر متمایز میکند، وجود اختلاف فازی به اندازه π بین میدان در موجبر نقص نسبت به دو موجبر مجاور است.



شکل ۱: نمایه قدرمطلق میدان (خطوط پیوسته) برای چند مد درون موجبری. نمودار خط چین در مدهای J1 و J2 نمایه خالص میدان را نشان می‌دهد. نقاط توپر مقدار پارامتر جفت شدگی بین هر موجبر و موجبر بعدی را مشخص می‌کند ($C_2 = 1.3 \times C_1$).

۲-۱-۳ مدهای بین موجبری

این نوع مدها را نیز می‌توان به دو گروه متفاوت زوج و فرد دسته بندی کرد، که در نوع زوج (فرد) با رسم نمایه میدان (خطوط خط چین) یک تابع زوج (فرد) نسبت شماره موجبرها بدست می‌آید، که در شکل (۲) سه نمونه از مدهای زوج و در شکل (۳) یک نمونه مد فرد از نوع مدهای بین موجبری نشان داده شده است. در نوع I فاز میدان موجبرها با هم برابر است اما در مدهای نوع d و f فاز میدان در موجبرهای لبه نقص ($n=26$ و 27) با مقادیر میدان در دیگر موجبرها اختلاف فاز π دارند.

۲-۲ توان نوری مدها

توان نوری هر مد با مجموع شدت حمل شده توسط تمامی موجبرهای یک مد قابل محاسبه است:

$$P = \sum_{n=1}^N |E_n|^2 \quad (3)$$

این پارامتر فیزیکی معیار خوبی جهت شناسایی مدهای مشابه در یک شاخه سالیتمی است. در شکل (۴) تغییرات توان مد بر حسب

۳-۳ بررسی پایداری

جهت بررسی پایداری مد ها نسبت به اختلال های خارجی از روش تحلیل خطی پایداری استفاده شده است. با فرض میدان هر موجبر بصورت $E_n(z) = E_n + \delta E_n \exp(\lambda z)$ که در آن δE_n دامنه و λ آهنگ رشد اختلال است، وبا حل معادله ویژه مقداری و محاسبه λ ، در صورتیکه جزء حقیقی آن منفی باشد، مد پایدار بوده، و در صورت مثبت بودن وضعیت مد نسبت به اختلال ناپایدار خواهد بود.

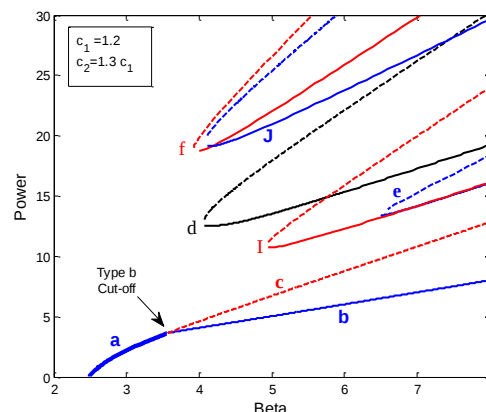
نتایج تحلیل پایداری را میتوان بدین شکل خلاصه کرد که تمامی مدهای بالایی همه شاخه های U شکل، که با نماد ۲ در شکل های ۱-۳ مشخص شده اند و در شکل ۴ با خط چین نمایش داده شده اند ناپایدارند. همچنین بخش فراتر از محل دوشاخگی نوع a که در محل ثابت انتشار قطع نوع b در شکل ۴ مشخص گردیده و آن را نوع c نامیده ایم نیز ناپایدار است. همچنین مد برون موجبری a فقط در جفت شدگی قوی ($C_2 > C_1$) پایدار بوده و به هنگام ضعیف شدن جفت شدگی ناپایدار میشود.

۴ نتیجه گیری

در این مقاله به بررسی مدهای جایگزیده در پیوندگاه دوآرایه نیم نامتناهی از موجبرهایی که از طریق میدان الکتریکی نوری جفت شده اند پرداخته شد. برخی از انواع سالیتهای فضایی که ممکن است در این مکان بوجود آیند، معرفی گردید و تغییرات توان نوری هریک با ثابت انتشار در موجبر با رسم نموداری نشان داده شد. مشخص شد که مقدار عدد موج قطع به میزان ناهمگنی در محل نقص بستگی دارد. درنهایت با تحلیل پایداری بدست آمد که همه مدهای پرتوان در شاخه های سالیتهای ناپایدارند.

مراجع

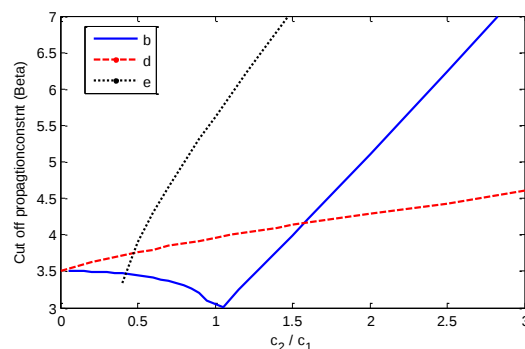
- [1] Christodoulides, D. N., and R. I. Joseph. "Discrete self-focusing in nonlinear arrays of coupled waveguides." *Optics letters* 13, no. 9 (1988): 794-796.
- [2] Eisenberg, H. S., Ya Silberberg, R. Morandotti, A. R. Boyd, and J. S. Aitchison. "Discrete spatial optical solitons in waveguide arrays." *Physical Review Letters* 81, no. 16 (1998): 3383.
- [3] Królikowski, Wiesław, and Yuri S. Kivshar. "Soliton-based optical switching in waveguide arrays." *JOSA B* 13, no. 5 (1996): 876-887.
- [4] Lederer, Falk, George I. Stegeman, Demetri N. Christodoulides, Gaetano Assanto, Moti Segev, and Yaron Silberberg. "Discrete solitons in optics." *Physics Reports* 463, no. 1 (2008): 1-126.
- [5] Makris, Konstantinos G., Jared Hudock, Demetrios N. Christodoulides, George I. Stegeman, Ofer Manela, and Mordechai Segev. "Surface lattice solitons." *Optics letters* 31, no. 18 (2006): 2774-2776.



شکل ۴: نمودار توان مدهای مختلف برحسب ثابت انتشار مد β . در شاخه های d, e, f, I و J که دارای دو گونه مد مشابه هستند، گونه ۱ با خط پیوسته و گونه ۲ با خط چین نمایش داده شده است.

با دقت در شکل (۴) مشاهده می شود که هر یک از شاخه ها دارای یک حد کمینه برای ثابت انتشار می باشند و ظهور مد فقط در مقادیر بزرگتر از این حد امکان پذیر است. این مقدار کمینه، که آن را ثابت انتشار قطع برای شاخه و مدهای حاوی آن می نامیم، به نسبت پارامترهای جفت شدگی در محل نقص و خارج از آن $(\frac{C_2}{C_1})$ بستگی دارد که در شکل (۵) برای مدهای b, d و e رسم

گردیده است. در همه مد ها بجز مد b مشاهده می شود که با کاهش نسبت فوق، چه در وضعیت جفت شدگی قوی ($C_2 > C_1$) و چه ضعیف ($C_2 < C_1$) مقدار ثابت انتشار قطع (β_{Cut}) به سمت مقادیر کوچکتر میل میکنند. اما در خصوص مد b وضعیت در دو رژیم متفاوت است. در وضعیت جفت شدگی قوی با کاهش مقدار C_2 و نزدیک شدن به آرایه همگن ($C_2 = C_1$)، مد درون موجبری b با عبور از مقدار β_{Cut} به مد برون موجبری a گذار میکند. اما در وضعیت جفت شدگی ضعیف دو آرایه نیم نامتناهی، در مقادیر کمتر از β_{Cut} هیچ مد پایداری حاصل نشده و گذار بین مدی اتفاق نمی افتد.



شکل ۵: تغییر مقدار ثابت انتشار قطع نسبت به ناهمگونی پارامتر جفت شدگی برای مدهای b و d و e.