بیست و سومین کنفرانس اپتیک و فوتونیک و نهمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران
دانشگاه تربیت مدرس
۱۲-۱۴ بهمن ۱۳۹۵
23rd Iranian Conference on Optics and Photonics and 9th Conference on Photonics Engineering and Technology
Tarbiat Modares University, Tehran, Iran
January 31- February 2, 2017

# تولید آرایه‌ای دلخواه از باریکه‌های نوری حلقوی

آرش ثباتیان، بابک فتحی

ارومیه، دانشگاه ارومیه، دانشکده علوم، گروه فیزیک

**چکیده – در این مقاله ما یک عنصر پراشی را که ترکیبی از یک تیغه‌ی منطقه‌ای با شیفت فازی شعاعی و یک توری پراشی است موردبررسی قرار داده‌ایم. این عنصر پتانسیل بسیار بالایی برای تولید آرایه‌ای از پرتوهای حلقوی با شعاع موردنظر و فواصل خاص را دارا است و همچنین پرتوهای حلقوی ممکن است در هر شکلی از آرایه مانند مستطیل، یا دایره و یا ... تولید شوند. و به‌منظور بررسی نتایج شبیه‌سازی‌مان بعضی از این عناصر را که خودمان در متلب شبیه‌سازی و به روش لیتوگرافی چاپ کرده‌ایم موردبررسی قراردادیم.**

کلیدواژه- پراش فرنل، پرتوهای حلقوی، شکل‌دهی پرتوی، عدسی‌های پراشی

# Generation of an arbitrary array of optical annular beams

Arash Sabatyan, and Babak Fathi

Physics Dept. Faculty of Sciences, Urmia University

Abstract- In this paper we introduce a novel diffractive element which is generated by a given combination of a radially phase shifted Fresnel zone plate and grating. We show that the element has a great potential in generating a variety of array of annular beams with desired radius and distance. As well as, the annular beams may be generated in any form of array like rectangle or circle ones. The focusing properties of the element is explored, in detail by simulation. In addition, some experiments were arranged to verify the simulation results.

Keywords: Fresnel diffraction, Diffractive lens, annular beams, Beam shaping

[ Downloaded from www.opsi.ir on 2026-10-31 ]



این مقاله به شرط در دسترس بودن در وبگاه www.opsi.ir معتبر است.

## ۱- مقدمه

معمولاً پرتوهای حلقوی با توزیع گاوسی در جهت شعاعی تولید می‌شوند و می‌توانند از تفاضل دو پرتو گاوسی با بیشینه شدت یکسان و پهناهای متفاوت به دست آیند [۱].

FZP[۱] (تیغه‌ی منطقه‌ای فرنل) شبیه لنز همگراست و موج تخت فرودی را به موج کروی تبدیل کرده و کانون نقطه‌ای ارائه می‌دهد.

FZP با شیفت فازی شعاعی (RPS-FZP)[۲] قطعه‌ای است که می‌توان آن را به‌صورت ترکیب یک لنز همگرا و اکزیکن[۳] دانست که‌موج تخت فرودی را به یک پرتو حلقوی در کانون تبدیل می‌کند [۲].

ما در این مقاله نوعی از RPS-FZP را بررسی می‌کنیم. مزیت مدل ارائه‌شده‌ی ما این است که تعداد و مکان هندسی قرار گرفتن این پرتوهای حلقوی در صفحه‌ی کانون قابل‌کنترل است.

## ۲- تئوری و شبیه‌سازی

رابطه ریاضی زیر وضعیت لنز پراشی فرنل زون پلیت FZP را مشخص می‌کند. [۲].

$$r_i^2 + f^2 = (f + i\lambda)^2 \qquad (۱)$$

که در آنجا $\lambda$ طول‌موج، $r_i$ شعاع حلقه‌ی $i$ام و $f$ فاصله‌ی کانونی لنز پراشی است. در تقریب پیرامحوری داریم $f \gg i\lambda$ پس

$$r_i^2 = 2i\lambda f \qquad (۲)$$

که نتیجه می‌دهد:

$$r_i = \sqrt{i}\, r_1 \qquad (۳)$$

رابطه‌ی (۲) الگوی یک FZP را مشخص می‌کند که یک تابع دوره‌ای در r با دوره تناوب $r_1^2$ است و فاصله‌ی کانونی این لنز پراشی به‌صورت زیر است

$$f = \frac{r_1^2}{2\lambda} \qquad (۴)$$

پس اختلاف‌فاز در تقریب پیرامحوری به‌صورت زیر است.

$$\varphi = -\frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{r^2}{2f}\right) \qquad (۵)$$

FZP مانند لنز همگرا دارای فاز مربعی است، این المان اپتیکی مانند یک لنز همگرا عمل می‌کند و یک کانون نقطه‌ای ارائه می‌دهد [۲]. اگر $r$ فاصله‌ی شعاعی از مرکز FZP، $\lambda$ طول‌موج و $f$ فاصله‌ی کانونی باشد با شیفت فضایی خواهیم داشت.

$$\varphi = -\frac{2\pi}{\lambda}\frac{(r-\alpha R)^2}{2f} \qquad 0 \prec \alpha \prec 1 \qquad (۶)$$

که R شعاع FZP و $\alpha$ پارامتر کنترلی است. فاز قطعات باید مضرب صحیحی از $\pi$ باشد تا اختلاف راه نوری پرتوهای پراشی مناطق مجاور تا کانون مضرب صحیحی از $\lambda$ شود.

$$\text{For FZP:} \quad -\frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{r^2}{2f}\right) = n\pi \qquad (۷)$$

پس تعداد کل مناطق برای FZP برابر است با: $N = \frac{R^2}{2f}$

درحالی‌که برای PRS-FZP داریم

$$-\frac{2\pi}{\lambda}\frac{(r-\alpha r)^2}{2f} = m\pi$$

$$r_m - \alpha R = \pm\sqrt{m\lambda f} \qquad (۸)$$

حالتی که $r_m \prec \alpha R$ پهنای حلقه‌ها رفته‌رفته افزایش‌یافته و این ناحیه مانند عدسی واگرا عمل می‌کند و برای ناحیه‌ی دوم $r_m \succ \alpha R$، RPS-FZP مانند FZP عادی رفتار می‌کند. سایز مشخصه‌ی FZP های طراحی‌شده‌ی ما خیلی بزرگ‌تر از طول‌موج نور است بنابراین برای محاسبه‌ی دامنه‌ی موج پراشی در فاصله‌ی Z از مرکز FZP از فرمول انتگرالی پراش فرنل کریشهف استفاده می‌کنیم[۳].

$$U(r) = \frac{\exp(ikz)}{i\lambda z}\exp\left(\frac{ikr^2}{2z}\right)\int_0^a t(r')\times J_0\left(\frac{krr'}{z}\right)r'dr' \qquad (۹)$$

$k = \frac{2\pi}{\lambda}$ عدد موج است و a شعاع FZP و $r$ و $r'$ مختصات شعاعی در صفحه جسم و تصویر می‌باشند. $t(r')$ تابع عبور یک RPC-FZP یک حلقه تولید می‌کند به‌صورت زیر است.

$$t(r') = \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n \exp\left[-i2n\pi\frac{(r'-\alpha R)^2}{r_1^2}\right] \qquad (۱۰)$$

$r_1^2 - 2\lambda f$ و $A_n$ ضریب بسط است. اگر (۱۰) را در (۹) جایگذاری می‌کنیم داریم:

$$U(r) = \int_0^a \exp\left(\frac{ink\alpha Rr'}{f}\right)J_0\left(\frac{krr'}{f}\right)r'dr' \qquad (۱۱)$$

[۱] Fresnel Zone Plate

[۲] Radially Phase-shifted Fresnel Zone Plate

[۳] Axicon



این مقاله به شرط در دسترس بودن در وبگاه www.opsi.ir معتبر است.

[ Downloaded from www.opsi.ir on 2026-10-31 ]

داریم: $\exp(ix) = \sum_{m=0}^{\infty} i^m J_{m(x)}$ با به‌کارگیری خواص تابع بسل:

$$U(r') = \sum_{m=0}^{\infty} \int_0^a i^m J_m\left(\frac{nk\alpha R r'}{f}\right) J_0\left(\frac{krr'}{f}\right) r' dr' \propto \delta(r - \alpha R) \quad (۱۲)$$

پس توزیع شدت در کانون به‌صورت حلقوی است [۲].

ما در حال حاضر FZP هایی با شیفت فازی شعاعی شبیه‌سازی کرده‌ایم که به‌وسیله‌ی آن می‌توان آرایه‌ای از باریکه‌های حلقه‌ای را ایجاد و کنترل کرد. در طراحی این عدسی‌های پراشی از کاربرد ساختار توری در تیغه‌ی منطقه‌ای فرنل زون پلیت که دچار شیفت فازی شعاعی شده استفاده کرده‌ایم. توابع انتقال این RPS-FZP ها به‌صورت کلی زیر است.

$$t_1(r') = \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n \exp\left[-i2n\pi \frac{(r' - \alpha R)^2}{r_1^2}\right] \quad (۱۳)$$

$$t_2(r') = \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n \exp\left[\frac{-ik}{2z}\left(\frac{x}{p} + \frac{y}{q}\right)\right] \quad (۱۴)$$

تابع انتقال $t_2(r')$ دارای دوره تناوبی $\frac{1}{p}$ در راستای محور x و دوره تناوب $\frac{1}{q}$ در راستای محورy است. ما از مفهوم کاربرد ساختار توری در توابع فوق بهره می جوییم و تابع انتقال کلی RPS-FZP را به دست می‌آوریم.

پس می‌توان روابط فوق را با استفاده از خواص تبدیل فوریه به‌صورت زیر نوشت [۴].

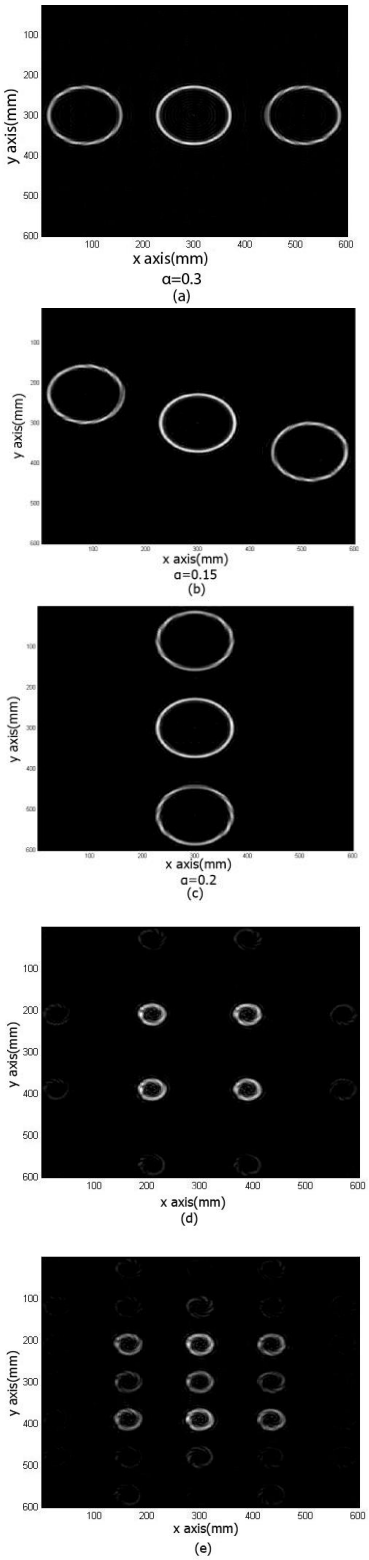
$$I(r) = \left|F^{-1}\{F[t(r)]\}\{F[h(r)]\}\right| \quad (۱۵)$$

که F نشان‌دهنده‌ی تبدیل فوریه و h(r) تابع پاسخ ضربه‌ی فضای آزاد است.

$$h(r) = \exp\left(\frac{ikr^2}{2z}\right) \quad (۱۶)$$

نتایج شبیه‌سازی به ما نشان داد که ما می‌توانیم تعداد دلخواه از باریکه‌های حلقه‌ای تولید کنیم و این حلقه‌ها را روی اشکال هندسی دلخواه منظم کنیم و فاصله‌ی آن‌ها از یکدیگر را به‌راحتی تغییر دهیم و شعاع حلقه را نیز به مقدار دلخواه تنظیم کنیم که در شکل‌های شبیه‌سازی‌شده‌ی زیر چند نمونه از آن‌ها همراه با لنز پراشی تولیدکننده و همچنین نمودار شدت این حلقه‌ها را در فاصله کانونی f=500 mm آورده شده است.

در شکل‌های زیر نمونه‌های شبیه‌سازی‌شده با شعاع یکسان R=7 mm و f=500mm و $\alpha$ های متفاوت که هرکدام زیر شکل مربوطه آمده است.



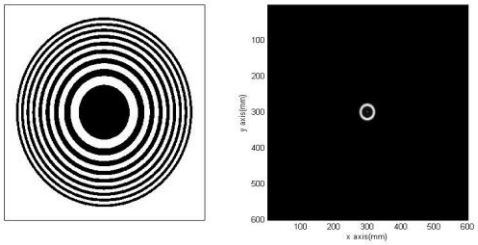

شکل ۱: نمونه‌های مختلف شبیه‌سازی‌شده توزیع شدت با استفاده از برنامه متلب



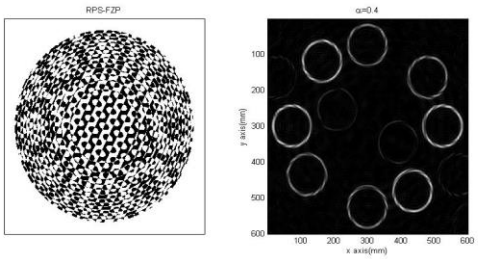
این مقاله به شرط در دسترس بودن در وبگاه www.opsi.ir معتبر است.

[ Downloaded from www.opsi.ir on 2026-10-31 ]

شکل ۲-(الف) یک RPS-FZP با توزیع شدت یک پرتو حلقه‌ای در صفحه‌ی کانون و شکل ۲-(ب) یک RPS-FZP با توزیع شدت هشت پرتو حلقه‌ای که روی محیط یک دایره در صفحه‌ی کانون قرارگرفته‌اند را نشان می‌دهد.



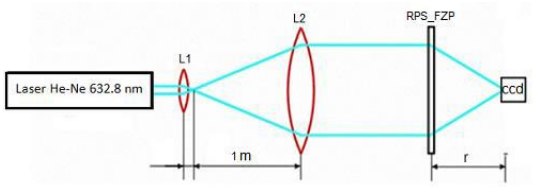
شکل ۲-الف:RPS-FZFS و توزیع شدت آن در صفحه کانون به فاصله‌ی f=500mm



شکل ۲-ب:RPS-FZFS و توزیع شدت آن در صفحه کانون به فاصله‌ی f=500mm

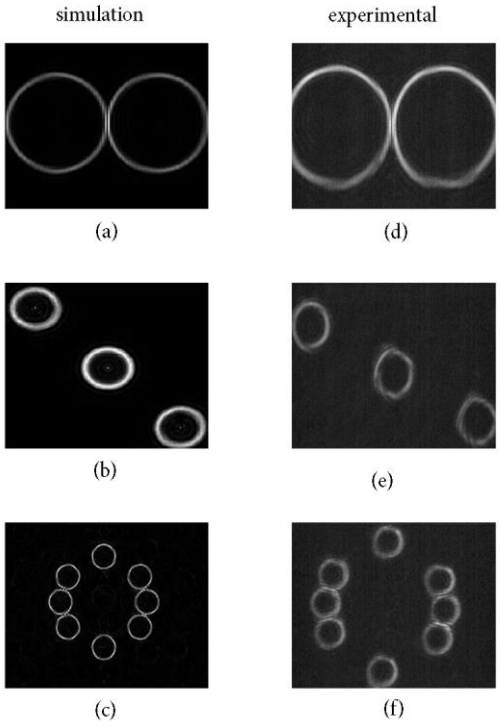
## ۱-۲- نتایج تجربی

برای آزمایش نتایج شبیه‌سازی؛ نمونه‌های موردنظر بر روی فیلم‌های شفاف چاپ شدند. رزولوشن چاپ dpi۳۶۰۰ بود که در طراحی نمونه‌ها باید در نظر گرفته می‌شد. نمونه‌های پراشی تحت تابش لیزر هلیوم-نئون قرار گرفتند و شدت نور پراشی در کانون و بعدازآن، توسط ccd ثبت شد. شکل ۳ چیدمان آزمایش را نشان می دهد.




شکل ۳: چیدمان آزمایش

ما در آزمایشگاه سه نمونه از RPS-FZP هایی که طراحی کرده‌ایم را موردبررسی قراردادیم و شدت در کانون را با دوربین ccd ثبت کردیم شکل ۴ قسمت‌های d، e و f و آن را با شبیه‌سازی‌هایمان در متلب در شکلهای a، b و c مقایسه کردیم.




شکل ۴: تولید آرایه‌ای از پرتوهای حلقه‌ای با فواصل و شعاع‌های مختلف در صفحه کانون به فاصله‌ی ۵۰۰ میلی‌متر به‌صورت شبیه‌سازی و تجربی.

## ۳- نتیجه‌گیری

در این مقاله ما نشان دادیم که یک FZP با شیفت فازی شعاع و توابع انتقال داده‌شده در رابطه‌های (۱۳) و (۱۴) می‌تواند آرایه‌ای دلخواه از پرتوهای حلقه‌ای را در کانون تولید کرد و همچنین تأثیر پارامتر کنترلی α روی کنترل شعاع بررسی شد. تمامی نتایج توسط آزمایش بررسی شدند.

## مراجع

[1] Soroko, Lev M. "II Axicons and Meso-Optical Imaging Devices." Progress in Optics 27 (1989): 109-160.
[2] Sabatyan, Arash, and Bahar Meshginqalam. "Generation of annular beam by a novel class of Fresnel zone plate." Applied optics 53, no. 26 (2014): 5995-6000.
[3] Weber, Hans J., and George B. Arfken. Essential Mathematical Methods for Physicists, ISE. Academic Press, 2003.
[4] Goodman, Joseph W. Introduction to Fourier optics. Roberts and Company Publishers, 2005.



این مقاله به شرط در دسترس بودن در وبگاه www.opsi.ir معتبر است.

[ Downloaded from www.opsi.ir on 2026-10-31 ]