



## مدل سازی و آنالیز رفتار پویای یک لیزر آبشاری کوانتومی با تابش دو طول موجی

<sup>۱</sup>محمد بهادر نجفی، <sup>۲</sup>دکتر حسین رضا یوسف وند

<sup>۱</sup>گروه برق - دانشکده فنی مهندسی - دانشگاه آزاد اسلامی واحد اسلامشهر

چکیده - در این مقاله، مدل سازی و آنالیز یک لیزر آبشاری کوانتومی با تابش دو طول موجی ارائه شده است. بر اساس حل عددی معادلات نرخ چهار سطحی، دینامیک حامل ها و فوتون ها در ساختار آبشاری کوانتومی دو طول موجی تحلیل و مشخصه های خروجی لیزر محاسبه می شوند. نتایج حاصل از این شبیه سازی شامل رفتار دینامیکی لیزر در حالت گذرا و پاسخ مدولاسیون آن می باشد. نتایج حاصل نشان می دهد که تأخیر زمانی و پاسخ مدولاسیون لیزر دو طول موجی، متأثر از طول عمر فوتون در داخل کاواک می باشد. علاوه بر این مشاهده می گردد به دلیل غالب بودن پراکندگی های درون نواری الکترون-فونون در لیزرهای آبشاری کوانتومی، این دسته از لیزرها از پاسخ مدولاسیون سریع تری نسبت به دیودهای لیزری مرسوم برخوردار هستند.

کلید واژه- لیزر آبشاری کوانتومی، معادلات نرخ، تابش دو طول موجی، پاسخ حالت گذرا.

## Dynamic Response Analysis of a Quantum Cascade Laser with Dual-Wavelength Radiation

<sup>1</sup>Mohammad Bahador Najafi, <sup>2</sup>Dr Hossein Reza Yousefvand

<sup>1, 2</sup>Faculty of Engineering, Department of Electrical Engineering, Islamic Azad University, Islamshahr branch, Tehran.

Abstract- In this paper, modeling and analysis of a quantum cascade laser (QCL) in the case of dual-wavelength radiation is discussed. Based on the numerical solution of four-level carrier scattering rate equations, the dynamics of carriers and photons in a dual-wavelength QC structure are analyzed and output characteristics are calculated. The results of the simulation includes laser dynamic's behavior in the transient regime and its modulation response. The results of simulation show that the turn-on time delay and modulation response of the dual wavelength laser is affected by lifetime of the photons in the cavity. In addition it can be seen that due to the dominance of the electron-phonon intersubband scattering in QCLs, the modulation response of this device is faster than modulation response of conventional diode lasers.

Keywords: Quantum Cascade Lasers, Rate equation, Dual wavelength radiation, Dynamic response.

## ۱- مقدمه

نشان داده شده است. قابل ذکر است گذار نوری  $4 \rightarrow 2$  متناظر با تابش طول موج کوچکتر ( $8.9\mu\text{m}$ ) و گذار نوری  $4 \rightarrow 3$  متناظر با تابش طول موج بزرگتر ( $10.5\mu\text{m}$ ) می باشد.

## ۲-۱- معادلات نرخ لیزر دو طول موجی

در این مقاله به منظور تحلیل و آنالیز دینامیک حامل و فوتون در لیزر آبشاری کوانتومی دو طول موجی، از معادلات نرخ چهار سطحی مرسوم استفاده شده است. در معادلات نرخ، رفتار الکترون‌ها در یک سیستم کوانتومی به روش نیمه کلاسیک توصیف می‌شود به گونه ای که تعداد لحظه ای حامل ها در ترازهای چهارگانه به ترتیب  $N_4, N_3, N_2$  و  $N_1$  تعریف می شوند و تعداد فوتون‌های ساطع شده بین گذارهای  $4 \rightarrow 2$  و  $4 \rightarrow 3$  به ترتیب توسط متغیرهای  $S^{(2)}$  و  $S^{(1)}$  معرفی می‌شوند. در نهایت معادلات نرخ توصیف کننده دینامیک حامل و فوتون به صورت زیر نوشته می‌شود [۳]:

$$\frac{dN_4}{dt} = WL \frac{J}{e} - \frac{N_4}{\tau_4} - \Gamma^{(1)} \frac{c' \sigma^{(1)}}{V} (N_4 - N_3) - \Gamma^{(2)} \frac{c' \sigma^{(2)}}{V} (N_4 - N_2) S^{(2)} \quad (1)$$

$$\frac{dN_3}{dt} = \frac{N_4}{\tau_{43}} - \frac{N_3}{\tau_3} + \Gamma^{(1)} \frac{c' \sigma^{(1)}}{V} \times (N_4 - N_3) S^{(1)} \quad (2)$$

$$\frac{dN_2}{dt} = \frac{N_4}{\tau_{42}} + \frac{N_3}{\tau_{32}} - \frac{N_2}{\tau_{out21}} + \Gamma^{(2)} \frac{c' \sigma^{(2)}}{V} \times (N_4 - N_2) S^{(2)} \quad (3)$$

$$\frac{dN_1}{dt} = \frac{N_4}{\tau_{41}} + \frac{N_3}{\tau_{31}} + \frac{N_2}{\tau_{21}} - \frac{N_1}{\tau_{out}} \quad (4)$$

$$\frac{dS^{(1)}}{dt} = N_P \Gamma^{(1)} \frac{c' \sigma^{(1)}}{V} (N_4 - N_3) S^{(1)} - \frac{S^{(1)}}{\tau_p^{(1)}} + N_P \beta^{(1)} \frac{N_4}{\tau_{sp}^{(1)}} \quad (5)$$

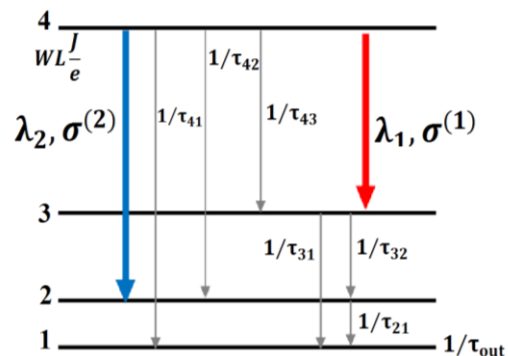
$$\frac{dS^{(2)}}{dt} = N_P \Gamma^{(2)} \frac{c' \sigma^{(2)}}{V} (N_4 - N_2) S^{(2)} - \frac{S^{(2)}}{\tau_p^{(2)}} + N_P \beta^{(2)} \frac{N_4}{\tau_{sp}^{(2)}} \quad (6)$$

در معادلات فوق،  $J$  چگالی جریان تزریقی می‌باشد و  $e$  بار الکترون است؛  $W$  و  $L$  نیز طول و عرض کاواک هستند.  $N_P$

لیزرهای آبشاری کوانتومی (QCL)، ادواتی نیمه‌رسانا می‌باشند که فرایند نوردهی در آن‌ها مبتنی بر انتقال الکترونیکی زیر نواری در بین سطوح انرژی کوانتیده شده است که در نوار هدایت صورت می‌پذیرد [۱]. در مقایسه با لیزرهای مرسوم، لیزرهای QC این مزیت حائز اهمیت را دارا هستند که کنترل طول موج در آن‌ها می‌تواند با مهندسی ضخامت لایه‌ها انجام شود و این امر به طول موج‌های گسیل شده از لیزر این اجازه را می‌دهد تا به راحتی تنظیم شوند. از مهم‌ترین بحث‌ها در زمینه ارتقا افزایش انعطاف‌پذیری و کاهش هزینه در لیزرها، مبحث لیزرهای چند طول موجی است. لیزرهای چند طول موجی ساختارهایی هستند که می‌توانند چندین تابش با طول موج‌های متفاوت را به طور هم‌زمان ساطع نمایند. یک منبع نوری چند طول موجی همانند لیزرهای تک طول موجی از یک محیط فعال برای فراهم نمودن بهره، یک سیستم دمنده (Pump) برای تزریق حامل به ناحیه فعال و یک فیدبک مثبت برای تقویت نور در کاواک تشکیل شده است؛ با این تفاوت که ناحیه فعال کوانتومی آن به گونه‌ای طراحی می‌شود که دو یا چند طول موج در آن بتواند به صورت هم‌زمان تقویت شود [۲].

## ۲- الگوی تئوری

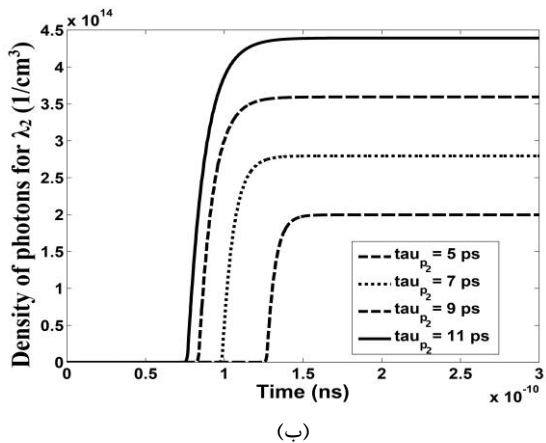
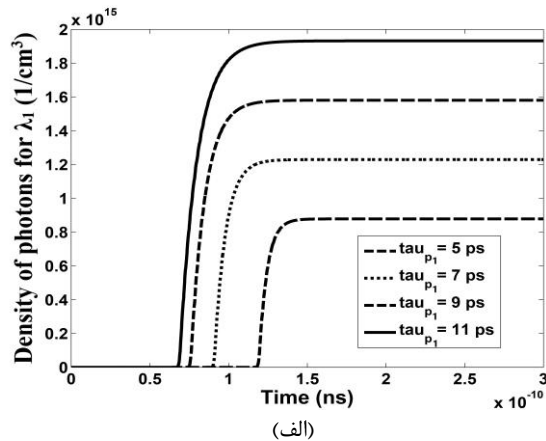
لیزر آبشاری کوانتومی مورد مطالعه در این مقاله، ساختاری دو طول موجی است که به عنوان منبع نوری برای تولید طول موج‌های  $8.9\mu\text{m}$  و  $10.5\mu\text{m}$  ساخته شده است [۳]. نحوه تابش طول موج‌های این لیزر را در شکل (۱) مشاهده می‌کنید.



شکل (۱): لیزر آبشاری کوانتومی با تابش دو طول موج

در شکل (۱) نمای ساده شده دینامیک حامل در لیزر ۴ تراز (با گسیل دو طول موج) مورد مطالعه در این مقاله

برحسب زمان طول عمر آن‌ها برای هر دو تابش، در شکل (۲) مشاهده می‌شود.



شکل (۲): نمودار تعداد فوتون‌ها برحسب زمان در ناحیه گذرا

الف) برای تابش اول با طول موج  $\lambda_1 = 10.5 \mu\text{m}$

ب) برای تابش دوم با طول موج  $\lambda_2 = 8.9 \mu\text{m}$

طول عمر فوتون‌های لیزر در کاواک، برحسب زمان‌های 5ps، 7ps، 9ps و 11ps و به ازای جریان پله‌ای 5A می‌باشند. همان‌طور که در شکل (۲) مشاهده می‌شود با افزایش طول عمر فوتون‌های لیزر و در نتیجه افزایش توان، زمان تأخیر افزاره کاهش می‌یابد.

برای آنالیز پاسخ فرکانسی یک لیزر می‌توان در حول نقطه کار، یک سیگنال کوچک را اعمال کنیم و نتیجه را مشاهده کنیم [۵]. پاسخ فرکانسی تمام لیزرهای نیمه هادی را می‌توان به صورت رابطه زیر بیان نمود [۵] و [۶]:

$$|h(\omega')|^2 = \frac{1}{\omega'^4 + \omega'^2 \left( \frac{\tau_P^{(1,2)}}{\tau_{STI}^{(1,2)}} + 2 \frac{\tau_P^{(1,2)}}{\tau_{UL}^{(1,2)}} + \frac{\tau_P^{(1,2)} \tau_{STI}^{(1,2)}}{\tau_{UL}^2} - 2 \right) + 1} \quad (11)$$

و  $L_P$  به ترتیب تعداد طبقات و طول هر طبقه را نشان می‌دهند؛ از طرفی  $V = NWLL_P$  حجم کاواک است. دینامیک سیستم توسط زمان‌های پراکندگی غیر نوری  $\tau_{31}, \tau_{32}, \tau_{41}$  و  $\tau_{42}$  نشان داده می‌شود که علت این پراکندگی‌ها، انتشار فونون  $LO$  بین ترازها به همراه زمان واهلش خودبه‌خودی  $\tau_{sp}$  بین ترازها است. نیز طول عمر فوتون می‌باشد که توسط رابطه  $\tau_p^{-1} = c'(\alpha_W + \alpha_M)$  محاسبه می‌گردد که  $\alpha_W$  تلفات موجبر کاواک و  $\alpha_M$  تلفات آینه نام‌گذاری شده است [۳]. همچنین طول عمر حامل در تراز ۳ و ۴ به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\frac{1}{\tau_3} = \frac{1}{\tau_{32}} + \frac{1}{\tau_{31}} \quad (7)$$

$$\frac{1}{\tau_4} = \frac{1}{\tau_{43}} + \frac{1}{\tau_{42}} + \frac{1}{\tau_{41}} \quad (8)$$

زمان واهلش گسیل خودبه‌خودی نوری  $\tau_{sp}^{(i)}$  را می‌توان به صورت معادله زیر به دست آورد [۳]:

$$\frac{1}{\tau_{sp}^{(i)}} = \frac{8\pi^2 n_{eff} (ez^{(i)})^2}{\epsilon_0 \hbar \lambda_i^3}, \quad i = 1, 2 \quad (9)$$

در اینجا  $ez^{(i)}$  المان ماتریس دوقطبی بین ترازها است و  $\epsilon_0$  گذردهی خلأ،  $\lambda$  طول موج انتشار و  $\hbar$  ثابت پلانک کاهش یافته است. سطح مؤثر گسیل القایی  $\sigma^{(i)}$  به صورت زیر بیان می‌شود [۳]:

$$\sigma^{(i)} = \frac{4\pi (ez^{(i)})^2}{\epsilon_0 n_{eff} \lambda_i (2\gamma^{(i)})}, \quad i = 1, 2 \quad (10)$$

که در اینجا  $2\gamma^{(i)}$  پهنای خط نصف بیشینه (FWHM) از طیف تابشی است. سایر ثابت‌ها نیز در مرجع [۳] معرفی شده‌اند.

### ۳- نتایج و بحث

از مهم‌ترین خصوصیات لیزینگ در یک لیزر، بررسی رفتار لیزر در حالت گذرا است. از طرفی زمان پاسخ‌دهی لیزر به جریان پالس تزریقی نیز از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. در واقع فاصله بین لحظه تزریق جریان و زمان رسیدن تعداد فوتون‌ها به ۱۰٪ مقدار نهایی آن را با استفاده از رابطه  $t_d \equiv t_{th} + \Delta t$  (زمان تأخیر افزاره) تعریف کرد [۴].  $t_{th}$  زمان تأخیر روشن شدن افزاره است و در طی آن وارونگی حامل‌ها به حالت آستانه می‌رسد. از طرفی  $\Delta t$  به آن فاصله زمانی اطلاق می‌شود که تعداد فوتون‌ها معادل ۱۰٪ مقدار نهایی آن است. نتایج شبیه‌سازی تغییرات زمانی تعداد فوتون‌ها

انتظار می‌رود به دلیل فوق سریع بودن گذارهای غیر نوری هیچ‌گونه فراجبهشی در پاسخ مدولاسیون مشاهده نشود و نتایج حاصل از شبیه‌سازی این واقعیت را نشان می‌دهد. نتایج تجربی نشان می‌دهند لیزرهای آبشاری کوانتومی از فرکانس گذر بالاتر و پایدارتری نسبت به دیوهای لیزری مرسوم برخوردار هستند و دلیل آن را می‌توان به زیرنوری بودن گذارها در مقیاس فمتوثانیه نسبت داد [۷].

#### ۴- نتیجه‌گیری

در این مقاله، آنالیز و مدل‌سازی یک لیزر آبشاری کوانتومی مبتنی بر تابش دو طول‌موجی ارائه گردید. به منظور بررسی رفتار پویای لیزر، معادلات نرخ چهار سطحی ترابری حامل و فوتون معرفی شد. نشان داده شد با افزایش طول عمر فوتون و در نتیجه بهبود شرایط وارونگی حامل‌ها، زمان آستانه پاسخ‌دهی لیزر کاهش می‌یابد و این زمان متأثر از تقابل بین پراکندگی‌های نوری و غیر نوری در افزاره است. نتایج حاصل از تحلیل پاسخ مدولاسیون نیز نشان می‌دهد در لیزرهای آبشاری کوانتومی دو طول‌موجی، به دلیل غالب بودن پراکندگی الکترونی زیر نواری بر پراکندگی حامل بین نواری (از جمله پراکندگی Auger)، این دسته از لیزرها از پاسخ مدولاسیون سریع‌تر و پایدارتری نسبت به دیوهای لیزری مرسوم برخوردارند.

#### مراجع

- [1] J. Faist, F. Capasso, D. L. Sivco, C. Sirtori, A. L. Hutchinson, and A. Y. Cho, "Quantum Cascade Laser", *Science*, vol. 264, pp. 553-556, 1994.
- [2] Claire Gmachl, Federico Capasso, Deborah L. Sivco and Alfred Y. Cho, "Recent progress in quantum cascade lasers and applications", *Rep. Prog. Phys.* vol. 64, pp. 1533-1601, 2001.
- [3] A. Hamadou, L. Thobel, S. Lamari, "Rate equation analysis of a dual-wavelength quantum", *Opt. Commun.*, vol. 305 pp. 147-154, 2013.
- [4] A. Hamadou, S. Lamari, and J. L. Thobel, "Dynamic modeling of a midinfrared quantum cascade laser", *J. Appl. Phys.* vol. 105, pp. 093116-1-093116-6, 2009.
- [5] H. R. Yousefvand, V. Ahmadi, K. Saghafi, "Static and dynamic response analysis of Raman injection quantum cascade laser using circuit level modeling", *J. Lightwave Technol.* vol. 28, pp. 3142-3148, 2010.
- [6] J. Faist, F. Capasso, D. L. Sivco, and A. Y. Cho, *Intersubband Transition in Quantum wells*, Physics and Device, Application II, ch. VIII, New York: Academic, 2000.
- [7] R. Paiella, *Intersubband Transition in Quantum Structures*, McGraw-Hill, 2005.

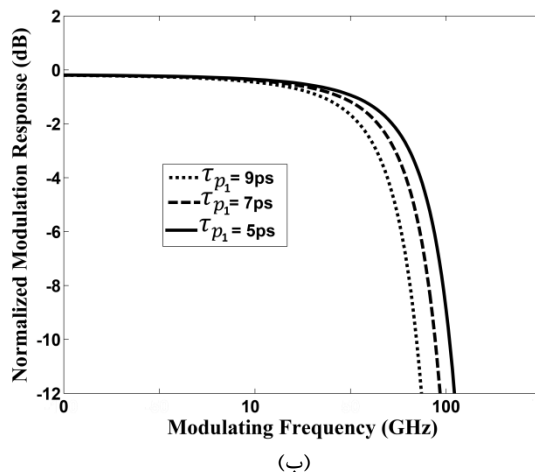
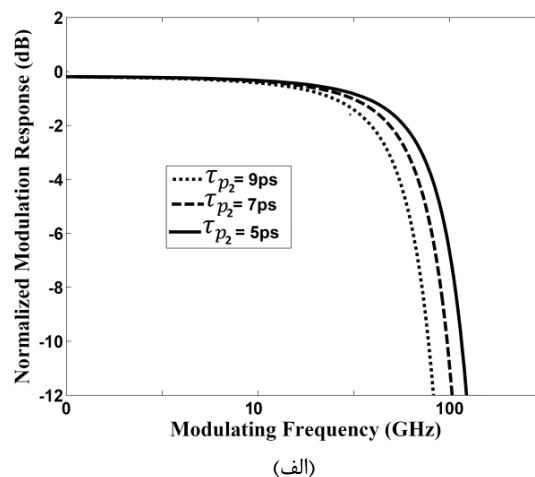
که در آن  $\omega'^2$  از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\omega'^2 = \omega^2 \tau_p^{(1,2)} \tau_{STI}^{(1,2)} \quad (12)$$

و زمان برانگیختگی بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$\frac{1}{\tau_{STI}^{(1,2)}} = \Gamma_P^{(1,2)} \frac{c'^{(1,2)} \sigma^{(1,2)}}{v} S_0^{(1,2)} \quad (13)$$

$\tau_{UL}^{(1,2)}$  بیانگر گذار غیر نوری لیزر می‌باشد و سایر ثابت‌ها در مرجع [۵] معرفی شده‌اند. شکل (۳)، پاسخ مدولاسیون لیزر آبشاری کوانتومی دو طول‌موجی را به ازای جریان بایاس ۵ آمپر و طول عمرهای فوتون در لحظات ۵ps، 7ps و 9ps نشان می‌دهد.



شکل (۳): پاسخ فرکانسی لیزر QC دو طول‌موجی در حالت (الف) برای تابش با طول‌موج  $\lambda_2 = 8.5 \mu\text{m}$  حالت (ب) برای تابش با طول‌موج  $\lambda_1 = 10.5 \mu\text{m}$

با توجه به رابطه (۱۱) می‌توان استنباط کرد که با افزایش طول عمر فوتون، پاسخ فرکانسی لیزر برای هر دو تابش به‌طور قابل‌ملاحظه‌ای کاهش می‌یابد. در یک لیزر QC