بیست و سومین کنفرانس اپتیک و فوتونیک و نهمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران
دانشگاه تربیت مدرس
۱۲-۱۴ بهمن ۱۳۹۵
23rd Iranian Conference on Optics and Photonics and 9th Conference on Photonics Engineering and Technology
Tarbiat Modares University, Tehran, Iran
January 31- February 2, 2017

تاثیر پهنای باند فیلتر چیدمان آشکارسازی بر میزان درهمتنیدگی طیفی زوج فوتون‌های حاصل از فرایند پایین-تبدیل پارامتری خودبخودی

علی محمدی، آتوسا سادات عربانیان، علی دلفی رضایی و رضا مسعودی

دانشگاه شهید بهشتی- پژوهشکده لیزر و پلاسما

چکیده - در این مقاله وابستگی درهمتنیدگی طیفی زوج فوتون‌های حاصل از فرایند پایین-تبدیل پارامتری خودبخودی (SPDC) به پهنای باند فیلترهای طیفی مورد استفاده در چیدمان آشکارسازی زوج فوتون‌ها، مورد بررسی قرار گرفته است. SPDC یک فرایند آمیخته سازی سه موجی است که در محیط بلور غیر خطی انجام می گیرد و در طی آن زوج فوتون‌های در همتنیده به منظور استفاده در زمینه‌های مختلف نظیر محاسبات کوانتومی، رمزنگاری کوانتومی و ارتباطات کوانتومی، تولید می‌شود. اندازه درهمتنیدگی سیستم کوانتومی (زوج فوتون‌ها) به کمک مقدار آنتروپی درهمتنیدگی که معیاری از بی نظمی موجود در سیستم است تعیین می‌شود. ابتدا معادله ویژه مقداری عملگر چگالی کاهش یافته‌ی فوتون‌های سیگنال و ایدلر، بر حسب کمیت پهنای باند عبوری فیلترهای طیفی چیدمان آشکارسازی، استخراج شده، سپس با حل عددی معادله ویژه مقداری، ضرایب اشمیت به ازای مقادیر مختلف پهنای باند عبوری فیلترهای طیفی مورد استفاده در چیدمان آشکارسازی محاسبه شده و در نهایت با محاسبه‌ی عملگر آنتروپی، نحوه‌ی وابستگی درهمتنیدگی طیفی زوج فوتون‌ها به این کمیت گزارش می‌شود.

کلید واژه- تبدیل-پائین پارامتری خودبخودی، درهمتنیدگی، زوج فوتون درهمتنیده، تک فوتون.

Effect of the filter bandwidths of the detection setup on the spectral entanglement of photon pairs generated by spontaneous parametric down-conversion (SPDC)

Ali Mohammadi, Atoosa Sadat Arabanian, Ali Dalafi Rezaie, Reza Massudi

Shahid Beheshti University-Laser and Plasma Research Institute

Abstract- In this paper, the dependence of the spectral entanglement of photon pairs generated by spontaneous parametric down-conversion process on the bandwidth of the spectral filters used in the detection setup of photon pairs has been studied. SPDC process is a three-wave mixing that is carried out in a nonlinear crystal and the entangled photon pairs generated by this process are used in various fields such as quantum computing, quantum cryptography and quantum communication. The amount of entanglement of the quantum system (photon pairs) is determined by the entanglement entropy, which provides a measure for disorder in the system. At first eigenvalue equations of the reduced density operator of signal and idler photons according to the parameter of filter bandwidth of the detection setup has been obtained, Then by solving the eigenvalue equations numerically, different values of the Schmidt coefficients is calculated in terms of different values of the spectral bandwidth. Finally the dependence of the spectral entanglement of photon pairs is reported by the entanglement entropy calculations.

Keywords: Spontaneous Parametric Down-Conversion, Entanglement, Entangled Photon Pairs, Single Photon.

این مقاله به شرط در دسترس بودن در وبگاه www.opsi.ir معتبر است.

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-02]

۱- مقدمه

یکی از مفاهیم جالب و شگفت انگیز در دنیای کوانتومی مفهوم درهمتنیدگی است. با تولد اپتیک کوانتومی امکان تولید عملی حالت های درهمتنیده و انجام آزمایش بر روی آنها به وسیله ی فوتون‌ها بوجود آمد. فوتون‌های درهمتنیده در عمل از روش های مختلف، نظیر تابش آبشاری اتم‌ها و فرایند پائین- تبدیل پارامتری خودبخودی (SPDC) تولید می‌شوند [۱]. فرایند SPDC زمانی اتفاق می‌افتد که یک بلور غیر خطی توسط لیزر دمش می‌شود و در طی برهمکنش لیزر با بلور، تعدادی از فوتون های دمش، تبدیل به دو فوتون سیگنال و ایدلر می-شوند. در سال ۱۹۷۰، SPDC برای اولین بار به عنوان یک منبع تولید زوج فوتون معرفی گردید [۲] . از آن زمان تاکنون آزمایش‌های بسیاری برای بررسی تولید زوج فوتون‌های درهمتنیده با استفاده از فرایند SPDC و خواص مختلف آنها به منظور کاربرد در زمینه‌هایی نظیر ارتباطات کوانتومی، رمزنگاری کوانتومی، محاسبات کوانتومی و آزمایش های مربوط به نامساوی بل صورت گرفته است. امروزه SPDC به عنوان متداول ترین روش تولید زوج فوتون‌های درهمتنیده شناخته شده است [۳]. از سوی دیگر وجود درهمتنیدگی طیفی بین زوج فوتون‌های حاصل از SPDC در برخی از آزمایش‌های تجربی به عنوان یک عامل مخرب محسوب می-شود. از این رو دانشمندان همواره به دنبال راه حلی تجربی برای حذف این درهمتنیدگی‌های ناخواسته هستند [۴]. در این مقاله تاثیر استفاده از فیلترهای طیفی در چیدمان آشکارسازی فوتون‌های سیگنال و ایدلر، بر کاهش درهمتنیدگی طیفی این زوج فوتون‌ها بررسی می‌شود.

۲- تئوری

در فرایند SPDC که به عنوان یک فرایند غیر خطی مرتبه دوم شناخته می‌شود در اثر بر همکنش لیزر دمش با بلور، تعدادی از فوتون‌های دمش، به دو فوتون درهمتنیده‌ی سیگنال و ایدلر تبدیل می‌شوند. بسامد فوتون‌های تولید شده از بسامد فوتون‌های دمش کمتر هستند. بازده فرایند SPDC به شدت دمش فرودی، نوع بلور و میزان برقراری شرایط تطبیق فازی بستگی دارد. روابط بقای انرژی و تطبیق فازی برای فرایند پارامتری مرتبه دوم SPDC به ترتیب به صورت رابطه‌های

$$\hbar\omega_p = \hbar\omega_s + \hbar\omega_i \quad (۱)$$

$$\hbar\vec{k}_p = \hbar\vec{k}_s + \hbar\vec{k}_i \quad (۲)$$

می باشند[۵]. زوج فوتون‌های حاصل از فرایند SPDC به وسیله‌ی حالت خالص $\rho = |\psi\rangle\langle\psi|$ توصیف می‌شوند که در آن بردار حالت $|\psi\rangle$ به صورت رابطه

$$|\psi\rangle = \int d\Omega_s d\Omega_i \Phi(\Omega_s,\Omega_i)\hat{a}^\dagger(\Omega_s)\hat{a}^\dagger(\Omega_i)|0,0\rangle \quad (۳)$$

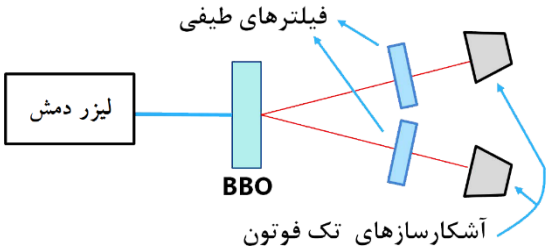
می‌باشد[۶]. اگر ω_n با $n = s,i$ نشان‌دهنده بسامد فوتون‌های سیگنال و ایدلر باشد، $\Omega_n = \omega_n - \omega_n^0$ انحراف از بسامد مرکزی ω_n^0 را نشان می‌دهد. $\hat{a}^\dagger(\Omega_n)$ نشان دهنده‌ی عملگر خلق تک فوتونهای سیگنال و ایدلر می‌باشد. در اینجا فوتون-های حاصل از فرایند SPDC به صورت بسته موج‌هایی با پهنای طیفی مشخص در نظر گرفته می‌شود. تمام اطلاعات مربوط به توزیع طیفی زوج فوتون‌ها به وسیله‌ی تابع مد بهنجار زوج فوتون سیگنال و ایدلر $\Phi(\Omega_s,\Omega_i)$ توصیف می-شود. با در نظر گرفتن بلور BBO به طول L و لیزر دمش پالسی با توزیع طیفی گاوسی با پهنای طیفی σ_p، شکل تابع مد زوج فوتون‌ها به صورت

$$\Phi(\Omega_s,\Omega_i) = Nexp\left[-\frac{(\Omega_s+\Omega_i)}{4\sigma_p^2}\right] sinc\left[\frac{\Delta_k L}{2}\right] \times exp\left[-i\frac{\Delta_k L}{2}\right] exp\left[-\frac{\Omega_s^2}{4\sigma_s^2} - \frac{\Omega_i^2}{4\sigma_i^2}\right] \quad (۴)$$

می‌باشد[۶]. در رابطه‌ی بالا N ضریب بهنجارش بوده و تابع نمایی اول، توزیع طیفی لیزر دمش را به صورت یک پوش گاوسی مشخص می‌کند. خصوصیات بلور از طریق کمیت عدم تطبیق فازی $\Delta_k = k_p - k_s - k_i$ وارد مساله می‌شود که با تقریب به صورت جمله‌ی اول بسط تیلور آن $k_p = (N_p - N_s)\Omega_s + (N_p - N_i)\Omega_i$ در نظر گرفته می-شود. در اینجا N_p، N_s و N_i به ترتیب نشان دهنده معکوس سرعت گروه پرتوهای دمش، سیگنال و ایدلر می‌باشند. و در نهایت جمله نمایی آخر رابطه (۴) نشان دهنده‌ی فیلترهای طیفی مورد استفاده در چیدمان آشکارسازی فوتون‌های سیگنال و ایدلر می‌باشد که به صورت توابع گاوسی با پهنای باندهای σ_s و σ_i مدل سازی شده‌اند. طرحواره‌ای از چیدمان تولید و آشکارسازی زوج‌فوتون‌های درهمتنیده‌ی حاصل از فرایند SPDC، در شکل (۱) نشان داده شده است.

این مقاله به شرط در دسترس بودن در وبگاه www.opsi.ir معتبر است.

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-02]



شکل ۱: طرحواره چیدمان تولید و آشکارسازی زوج فوتون‌های درهمتنیده‌ی حاصل از فرایند SPDC

عملگر چگالی کاهش یافته‌ی توصیف کننده‌ی حالت فوتون-های سیگنال (ایدلر)، با گرفتن رَد از عملگر چگالی زوج فوتون-ها ($Tr[\rho]$) نسبت به پایه‌های زیر فضای فوتونهای ایدلر (سیگنال)، به صورت

$$\rho_s = Tr[|\psi\rangle\langle\psi|]_i \quad (۵)$$
$$= \int d\Omega_s d\acute{\Omega}_s \Phi(\Omega_s, \acute{\Omega}_s)\hat{a}^\dagger(\Omega_s)|0\rangle\langle 0|\,\hat{a}^\dagger(\acute{\Omega}_s)$$

بدست می‌آید که در آن

$$\Phi(\Omega_s, \acute{\Omega}_s) = \int d\Omega_i \Phi(\Omega_s, \Omega_i)\Phi(\acute{\Omega}_s, \Omega_i) \quad (۶)$$

تابع مد تک فوتون‌های سیگنال می‌باشد[۶].

درهمتنیدگی طیفی فوتون‌های سیگنال و ایدلر به معنی وجود همبستگی بین یک تک مد بسامدی فوتون سیگنال(ایدلر) با چندین مد بسامدی ایدلر(سیگنال) می‌باشد[۵]. برای نشان دادن این مطلب از تابع شدت طیفی توأم (Joint Spectral Intensity) JSI که به صورت مجذور حاصل ضرب جملات تطبیق‌فازی و پوش لیزر دمش در رابطه‌ی (۴) تعریف می‌شود، استفاده می‌گردد[۴].

$$JSI = \left|exp\left[-\frac{(\Omega_s+\Omega_i)}{4\sigma_p^2}\right] sinc\left[\frac{\Delta_k L}{2}\right] exp\left[-i\frac{\Delta_k L}{2}\right]\right|^2 \quad (۷)$$

این تابع عبارتست از احتمال اینکه فوتون سیگنال دارای بسامد ω_s و در عین حال، فوتون ایدلر دارای بسامد ω_i باشد.

۳- مدل محاسباتی

یکی از معیارهای سنجش میزان درهمتنیدگی حالت توصیف کننده یک سیستم کوانتومی مرکب(چند جزئی)، بررسی جدایی‌پذیر بودن حالت زیرسیستم‌های تشکیل دهنده سیستم کوانتومی کل می‌باشد[۷].

(۸) حالت خالص جدایی پذیر(غیر درهمتنیده) $\rho = \rho_s \otimes \rho_i$

(۹) حالت خالص جدایی ناپذیر(درهمتنیده) $\rho \neq \rho_s \otimes \rho_i$

برای سیستم‌های دو جزئی با حالت خالص-مانند زوج فوتون‌های حاصل از فرایند SPDC- اثبات شده است که میزان جدایی پذیر بودن حالت، با استفاده از ضرایب اشمیت و محاسبه آنتروپی درهمتنیدگی S برای عملگر چگالی کاهش یافته‌ی یکی از زیر سیستم‌ها (فوتون‌های سیگنال و ایدلر)، به صورت رابطه

$$E(\rho) \equiv s(\rho_s) = \sum_m \lambda_m \ln(\lambda_m) \quad (m = 1,2,\dots) \quad (۱۰)$$

قابل محاسبه می‌باشد[۷]. اندازه آنتروپی درهمتنیدگی $E(\rho)$ که میزان جدایی ناپذیر بودن ρ را مشخص می‌کند، همواره عددی بین صفر (کاملا غیر درهمتنیده) تا ۱ (بیشینه درهمتنیدگی) می‌باشد. ضرایب اشمیت λ_m که ویژه مقادیر حقیقی مشترک عملگرهای کاهش یافته‌ی فوتون‌های سیگنال و ایدلر در پایه های اشمیت می باشند، از حل عددی معادله ویژه مقداری انتگرالی

$$\int d\acute{\Omega}_s \mathrm{K}(\Omega_s, \acute{\Omega}_s)\Phi_m(\acute{\Omega}_s) = \lambda_m \Phi_m(\Omega_s) \quad (۱۱)$$

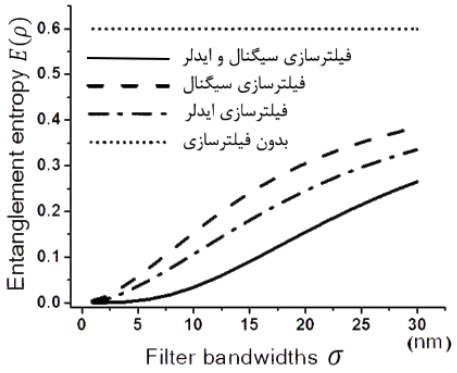
بدست می‌آیند[۴]. تابع کرنل $\mathrm{K}(\Omega_s, \acute{\Omega}_s)$ در معادله انتگرالی (۱۱) همان تابع مد تک فوتون‌های سیگنال (۶) است و تابع $\Phi_m(\Omega_s)$ ویژه تابع ρ_s می‌باشد. با محاسبه‌ی ضرایب اشمیت به ازای پهنای باند طیفی مختلف فیلترها و بدست آوردن آنتروپی درهمتنیدگی از رابطه‌ی (۱۰)، وابستگی اندازه‌ی درهمتنیدگی طیفی زوج فوتون‌ها به این متغیر را مورد بررسی قرار می‌دهیم.

۴- نتایج محاسبات

فرض کنید دمش پالسی با طول موج ۸۰۰ nm و پهنای باند طیفی ۱۲ nm وارد بلور BBO به طول ۲/۱ mm و تطبیق فازی نوع ۲ برای فرایند SPDC تبهگن (nm ۱۶۰۰$\lambda_s, \lambda_i = 2\lambda_p$ =) می‌شود. با محاسبه‌ی ضرایب اشمیت به ازای مقادیر مختلف پهنای فیلتر طیفی، در سه چیدمان آشکارسازی مختلف (فیلترسازی هردو پرتو سیگنال و ایدلر، فیلترسازی پرتو سیگنال و فیلترسازی پرتو ایدلر) و محاسبه‌ی اندازه آنتروپی درهمتنیدگی از رابطه‌ی (۱۱)، وابستگی آنتروپی درهمتنیدگی به پهنای باند عبوری فیلترها را به صورت شکل (۲) بدست آورده‌ایم.

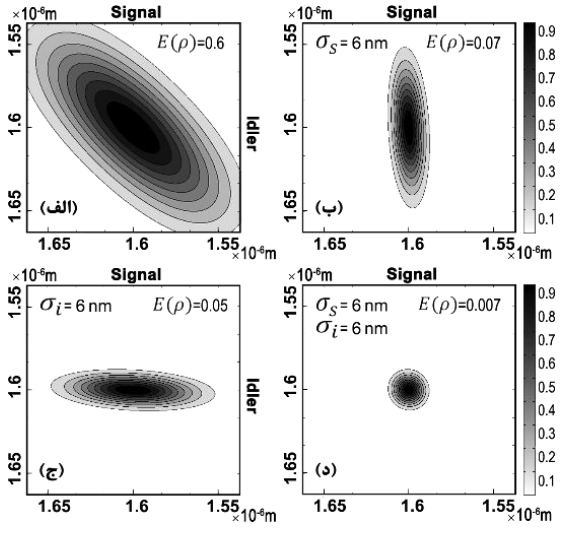
[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-02]

این مقاله به شرط در دسترس بودن در وبگاه www.opsi.ir معتبر است.



شکل ۲: آنتروپی درهمتنیدگی زوج فوتون‌های سیگنال و ایدلر حاصل از فرایند SPDC، محاسبه شده به ازای مقادیر مختلف پهنای باند فیلترهای طیفی در سه چیدمان مختلف فیلترسازی

در شکل (۱) مشاهده می‌شود عمل فیلترسازی (مستقل از نوع چیدمان مورد استفاده) به خودی خود باعث کاهش درهمتنیدگی طیفی می‌شود. باریک‌تر شدن پهنای باند فیلتر-های مورد استفاده، باعث کاهش بیشتر درهمتنیدگی طیفی زوج فوتون‌ها می‌شود. تابع شدت طیفی توأم (JSI) زوج فوتون‌های حاصل از SPDC و اثر عمل فیلترسازی (به ازای سه چیدمان فیلترسازی) بر این تابع در شکل‌های (۳-الف) تا (۳-د) نشان داده شده است.



شکل ۳: تابع شدت طیفی توأم زوج فوتون‌های سیگنال و ایدلر حاصل از فرایند SPDC تبهگن به ازای طول موج مرکزی دمش ۸۰۰ nm و پهنای باند طیفی ۱۲ nm. الف) بدون فیلترسازی، ب) فیلترسازی سیگنال، ج) فیلترسازی ایدلر، د) فیلترسازی سیگنال و ایدلر

در شکل (۳) با در نظر گرفتن هر مد بسامدی سیگنال (ایدلر) و رسم کردن یک خط به موازات محور ایدلر (سیگنال)، گستره‌ی طیفی فوتون‌های ایدلر(سیگنال) همبسته با مد طیفی مورد نظر و احتمال همبستگی بین مدها مشخص می-شود. عمل فیلترسازی با حذف تعدادی از فوتون‌هایی که دارای بسامد دورتری از بسامد مرکزی می‌باشند، باعث می‌شود هر مد بسامدی فوتون‌های سیگنال(ایدلر) با مدهای بسامدی کمتری از فوتون‌های ایدلر(سیگنال) همبسته باشد. در واقع فیلترسازی طیفی فوتون‌های سیگنال و ایدلر، باعث ایجاد نظم در سیستم و افزایش اطلاعات طیفی و در نتیجه کاهش درهمتنیدگی می‌شود.

نتیجه‌گیری

در این مقاله چگونگی وابستگی اندازه درهمتنیدگی طیفی زوج فوتون‌های حاصل از فرایند SPDC، به فیلترهای طیفی مورد استفاده در چیدمان اندازه‌گیری آنها بررسی شد. محاسبات نشان داد که میزان درهمتنیدگی طیفی زوج فوتون‌ها با باریکتر شدن پهنای باند عبوری فیلترها کاهش می‌یابد. بنابراین با استفاده از اطلاعات حاصل از شبیه سازی نتیجه می‌شود که در دسته‌ای از کاربردهای عملی زوج فوتون‌های درهمتنیده که برای آنها درهمتنیدگی طیفی به عنوان عامل مخرب محسوب می‌شود، می‌توان با فیلترسازی مناسب میزان درهمتنیدگی طیفی را کاهش داد.

مراجع

[1] Takeuchi, Shigeki. "Recent progress in single-photon and entangled-photon generation and applications." Japanese Journal of Applied Physics 53.3 (2014): 030101.

[2] Burnham, David C., and Donald L. Weinberg. "Observation of simultaneity in parametric production of optical photon pairs." Physical Review Letters 25.2 (1970): 84.

[3] Yin, Juan, et al. "Quantum teleportation and entanglement distribution over 100-kilometre free-space channels." Nature 488.7410 (2012): 185-188.

[4] Grice,W.P., A. B. U'ren, and I. A. Walmsley. "Eliminating frequency and space-time correlations in multiphoton states." Physical Review A 64.6 (2001): 063815.

[5] Chekhova, Maria. "Polarization and Spectral Properties of Biphotons." Progress in optics 56 (2011): 187.

[6] Osorio, C. I., N. Sangouard, and Robert Thomas Thew. "On the purity and indistinguishability of down-converted photons." Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics 46.5 (2013): 055501.

[7] J. Audretsch, *Entangled Systems: New Directions in Quantum Physics*, p. 143, John Wiley & Sons, 2008.

این مقاله به شرط در دسترس بودن در وبگاه www.opsi.ir معتبر است.

[Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-02]