بیست و سومین کنفرانس اپتیک و فوتونیک و نهمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران
دانشگاه تربیت مدرس
۱۲-۱۴ بهمن ۱۳۹۵
23rd Iranian Conference on Optics and Photonics and 9th Conference on Photonics Engineering and Technology
Tarbiat Modares University, Tehran, Iran
January 31- February 2, 2017

# انتقال جمعیت همدوس توسط باریکه‌های لاگر-گاوسی

سیده حمیده کاظمی و محمد محمودی

گروه فیزیک دانشگاه زنجان، صندوق پستی ۳۸۷۹۱ -۴۵۳۷۱، زنجان

**چکیده – در این مقاله، طرحی به منظور دست‌یابی به انتقال جمعیت همدوس در یک سامانه‌ی اتمی چهار ترازی Λ-دوگانه و با استفاده از باریکه‌های همدوس با پروفایل لاگر-گاوسی پیشنهاد داده می‌شود. نشان داده شده که بیشینه‌ی انتقال جمعیت برای مقدار خاصی از فاز نسبی بین میدان‌های اعمالی، قابل دستیابی است. سپس، این نتایج با پیکربندی مشابه اما با لیزرهای پالسی با پروفایل معمول گاوسی مقایسه شده و نتیجه گرفته شده‌است که استفاده از مُدهای لاگر-گاوسی می‌تواند منتج به انتقال جمعیت بیشتری شود. این طرح پیشنهادی ممکن است برای تحقق انتقال جمعیت در سامانه‌های کوانتومی با ترازهای چندگانه کاربرد داشته باشد.**

**کلید واژه- انتقال جمعیت همدوس، لیزرهای پالسی فمتوثانیه، مُدهای لاگر-گاوسی**

# Coherent population transfer with Laguerre-Gaussian pulses

Seyedeh Hamideh Kazemi and Mohammad Mahmoudi

Department of Physics, University of Zanjan, University Blvd., 45371-38791, Zanjan, Iran

Abstract- In this paper, a scheme to achieve the coherent population transfer in a four-level double-Λ atomic system utilizing the coherent beams with Laguerre-Gaussian profile is proposed. It is demonstrated that a maximal population transfer is achieved for a special value of the relative phase of the applied fields. The results is then compared with a similar configuration, but for the laser pulses with the usual Gaussian profiles and is concluded that using the Laguerre-Gaussian modes can result in more population transfer. The suggested scheme may hold great practicality for the realization of the population transfer in the quantum systems with multiple states.

Keywords: Coherent population transfer, Laguerre-Gaussian modes, Femtosecond laser pulses.

[ Downloaded from www.opsi.ir on 2026-10-31 ]



این مقاله به شرط در دسترس بودن در وبگاه www.opsi.ir معتبر است.

## مقدمه

انتقال جمعیت همدوس به یک تراز خاص [۱]، یکی از مهم‌ترین موضوعات مطرح در مبحث برهم‌کنش نور با اتم‌ها و مولکول‌ها است که در بسیاری از سامانه‌های کلاسیکی و کوانتومی حائز اهمیت است. برای نمونه، این پدیده توانسته است در انتقال جمعیت کیوبیت‌های ابررسانا [۲]، دستکاری همدوس جمعیت ترازها در سامانه‌های کوانتومی [۳] و هم‌چنین در اتم‌های فوق سرد [۴] مفید و مثمر ثمر واقع شود. از طرف دیگر، به دلیل پیشرفت‌های قابل ملاحظه‌ای که اخیرا در تولید لیزرهای پالسی فمتوثانیه صورت گرفته است، کنترل همدوس پروسه‌های فیزیکی توسط این گونه لیزرها بسیار مورد توجه واقع شده است [۵،۶].

از سوی دیگر، لیزرهایی با مُد لاگر-گاوسی [۷] می‌توانند کاربردهای بسیاری از جمله تولید موجبر در گازهای اتمی [۸]، ذرات به دام افتاده‌ی چرخان [۹] و کاهش پهنای طیفیِ پدیده‌های چندفوتونی [۱۰] داشته باشند. در مطالعات پیشین در زمینه‌ی انتقال جمعیت همدوس، همواره از باریکه‌های تخت و گاوسی استفاده شده، در حالی‌که همان‌طور که انتظار می‌رود، پروفایل لیزر می‌تواند نقش بسزایی در این پدیده ایفا کند. نگرش نو و تازه‌ای که در این مقاله به آن پرداخته خواهدشد، بررسی تاثیر پروفایل میدان‌های لیزری اعمالی بر پدیده‌ی انتقال جمعیت همدوس در یک سیستم اتمی $\Lambda$ -دوگانه است. با بررسی این پدیده در حضور باریکه‌های گاوسی و لاگر-گاوسی، نشان داده می‌شود که با استفاده از باریکه‌های لاگر-گاوسی می‌توان شاهد انتقال کسر بزرگتری از جمعیت بود.

## مدل و معادلات حاکم

همان طور که در شکل ۱ مشاهده می‌شود، سیستم موردنظر اتم چهار ترازی $\Lambda$- دوگانه‌ای است که با چهار میدان لیزری فمتوثانیه اندرکنش دارد. این میدان‌ها که با جفت ترازهای انرژی $|i\rangle$ و $|j\rangle$ برهم‌کنش می‌کنند، به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\vec{E}_{ij} = \hat{e}_{ij} A_{ij}(\mathrm{r},\mathrm{t}) \cos(\omega_{ij}\,\mathrm{t} + \omega_{Dij} + \phi_{ij}), \qquad (۱)$$

که $\hat{e}_{ij}$، $A_{ij}(\mathrm{r},\mathrm{t})$ و $\omega_{ij}$ به ترتیب بردار پلاریزاسیون، دامنه و فرکانس حامل میدان الکتریکی هستند. به علاوه، $\omega_{Dij} = \vec{k}_{ij}.\vec{\upsilon}$، $\vec{k}_{ij}$ و $\phi_{ij}$ به ترتیب فرکانس ناشی از حرکت، فاز مطلق پالس و بردار موج میدان‌های الکتریکی متناظر اند. در ادامه فرض می‌کنیم که ضرایب میدان، پروفایل گاوسی و یا لاگر-گاوسی دارند که در این‌جا از یک مد لیزری لاگر-گاوسیِ مرتبه‌ی صفر و یک، $LG_0^1$، استفاده شده‌است:

$$A_{ij}(\mathrm{r},\mathrm{t}) = \left(\frac{\mathrm{E}_{0LG}\, r}{w}\right) \exp\left(\frac{-r^2}{w^2} - \frac{t^2}{\tau^2}\right), \qquad (۲)$$

که $w$ و $\tau$ نمایانگر کمر و پهنای باریکه‌ی پالسی است. ضریب میدان باریکه‌ی گاوسی نیز به صورت $A_{ij}(\mathrm{r},\mathrm{t}) = \mathrm{E}_{0G} \exp(-r^2/w^2 - t^2/\tau^2)$ تعریف شده است. شایان ذکر است که به منظور قابل قیاس بودن این دو پیکربندی، اعمال شرط هم توانی لیزرها ضروری است، از این رو در تمامی شکل‌های این مقاله، ضرایب میدان طوری اختیار شده‌اند که لیزرها توان یکسانی داشته باشند.

هم چنین، فرکانس رابی باریکه‌ی لاگر-گاوسی به صورت

$$g_{ij} = (g_{0ij} r / w) \exp(-r^2/w^2 - t^2/\tau^2) \cos(\omega_{ij}\,\mathrm{t} + \omega_{Dij} + \phi_{ij})$$

تعریف شده که $g_{0ij} = (\mathrm{E}_{oLG}\, \hat{e}_{ij}.\hat{\mathrm{d}}_{ij})/\hbar$ ثابت فرکانس رابی و $\hat{\mathrm{d}}_{ij}$ مومنتم دوقطبی تراز مورد نظر است. در مورد باریکه‌ی گاوسی نیز رابطه‌ی متناظر به صورت $g_{ij} = g'_{oij} \exp(-r^2/w^2 - t^2/\tau^2) \cos(\omega_{ij}\,\mathrm{t} + \omega_{Dij} + \phi_{ij})$ خواهد بود که در آن ثابت فرکانس رابی به صورت $g'_{oij} = (\mathrm{E}_{0G}\, \hat{e}_{ij}.\hat{\mathrm{d}}_{ij})/\hbar$ تعریف می‌شود.

هامیلتونی برهم‌کنش سیستم در تصویر برهم‌کنش، تحت تقریب موج چرخان و تقریب دو قطبی به‌صورت مقابل است [۱۱]:

$$V = \hbar(\Delta_{32} - \Delta_{31})\tilde{\rho}_{22} - \hbar\Delta_{31}\tilde{\rho}_{33} + \hbar(\Delta_{32} - \Delta_{31} - \Delta_{42})\tilde{\rho}_{44}$$
$$-\hbar(g_{31}\tilde{\rho}_{31} + g_{32}\tilde{\rho}_{32} + g_{42}\tilde{\rho}_{42} + g_{41}\tilde{\rho}_{41}e^{-i\Phi} + H.C.). \qquad (۳)$$

که $\rho_{ij} = |l\rangle\langle m|$ و کمیت $\tilde{\rho}_{lm}$ $(l,m \in \{1,\ldots,4\})$، عملگر چگالی در مختصات جدید را نشان می‌دهد. هم‌چنین، $\Delta_{ij} = \omega_{ij} - \bar{\omega}_{ij}$ نامیزانی مربوط به گذار $|i\rangle \leftrightarrow |j\rangle$ را نشان می‌دهد که در آن $\bar{\omega}_{ij} = (\mathrm{E}_i - \mathrm{E}_j)/\hbar$ و $\mathrm{E}_i$ به ترتیب فرکانس گذار و انرژی تراز می باشد. در ادامه، با تعریف پارامترهای زیر



این مقاله به شرط در دسترس بودن در وبگاه www.opsi.ir معتبر است.

[ Downloaded from www.opsi.ir on 2026-10-31 ]

$$\Phi = \Delta t - \vec{K}\vec{r} + \phi_0,$$
$$\Delta = (\Delta_{32} + \Delta_{41}) - (\Delta_{31} + \Delta_{42}),$$
معا
$$\vec{K} = (\vec{k}_{32} + \vec{k}_{41}) - (\vec{k}_{31} + \vec{k}_{42}),$$
$$\phi_0 = (\phi_{32} + \phi_{41}) - (\phi_{31} + \phi_{42}), \quad (٤)$$

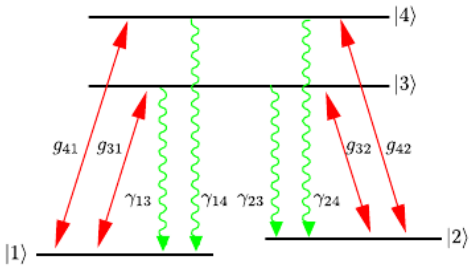
دله‌های ماتریس چگالی به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$\frac{d}{dt}\tilde{\rho}_{11} = ig_{31}^*\tilde{\rho}_{31} - ig_{31}\tilde{\rho}_{13} + ig_{41}^*\tilde{\rho}_{41}e^{i\Phi} - ig_{41}\tilde{\rho}_{14}e^{-i\Phi},$$
$$\frac{d}{dt}\tilde{\rho}_{22} = ig_{32}^*\tilde{\rho}_{32} - ig_{32}^*\tilde{\rho}_{23} + ig_{42}^*\tilde{\rho}_{42} - ig_{42}\tilde{\rho}_{24},$$
$$\frac{d}{dt}\tilde{\rho}_{33} = -ig_{31}^*\tilde{\rho}_{31} + ig_{31}\tilde{\rho}_{13} - ig_{32}^*\tilde{\rho}_{32} + ig_{32}\tilde{\rho}_{23},$$
$$\frac{d}{dt}\tilde{\rho}_{12} = i(\Delta_{32} - \Delta_{31})\tilde{\rho}_{12} + ig_{31}^*\tilde{\rho}_{32} + ig_{41}^*\tilde{\rho}_{42}e^{i\Phi} - ig_{32}\tilde{\rho}_{13} - ig_{42}\tilde{\rho}_{14},$$
$$\frac{d}{dt}\tilde{\rho}_{13} = -i\Delta_{31}\tilde{\rho}_{13} + ig_{31}^*(\tilde{\rho}_{33} - \tilde{\rho}_{11}) - ig_{32}^*\tilde{\rho}_{12} + ig_{41}^*\tilde{\rho}_{43}e^{i\Phi},$$
$$\frac{d}{dt}\tilde{\rho}_{14} = i(\Delta_{32} - \Delta_{31} - \Delta_{42})\tilde{\rho}_{14} + ig_{41}^*e^{i\Phi}(\tilde{\rho}_{44} - \tilde{\rho}_{11}) + ig_{31}^*\tilde{\rho}_{34} - ig_{42}^*\tilde{\rho}_{12},$$
$$\frac{d}{dt}\tilde{\rho}_{23} = -i\Delta_{32}\tilde{\rho}_{23} + ig_{32}^*(\tilde{\rho}_{33} - \tilde{\rho}_{22}) - ig_{31}^*\tilde{\rho}_{21} + ig_{42}^*\tilde{\rho}_{43},$$
$$\frac{d}{dt}\tilde{\rho}_{24} = -i\Delta_{42}\tilde{\rho}_{24} + ig_{42}^*(\tilde{\rho}_{44} - \tilde{\rho}_{22}) - ig_{41}^*\tilde{\rho}_{21}e^{i\Phi} + ig_{32}^*\tilde{\rho}_{34},$$
$$\frac{d}{dt}\tilde{\rho}_{34} = -i(\Delta_{42} - \Delta_{32})\tilde{\rho}_{34} + ig_{31}\tilde{\rho}_{14} - ig_{42}^*\tilde{\rho}_{31}, e^{i\Phi} + ig_{32}\tilde{\rho}_{24} - ig_{42}^*\tilde{\rho}_{32}, \quad (٥)$$

که باقی معادلات از شروط $\tilde{\rho}_{lm} = \tilde{\rho}_{ml}^*$ و $\sum_{ll}\tilde{\rho}_{ll} = 1$ به‌دست می‌آیند.

## نتایج و بحث

در این بخش، اثر پروفایل میدان‌های اعمالی بر روی انتقال جمعیت همدوس مورد مطالعه قرار می‌گیرد. برای سادگی فرض می‌شود که پهنای زمانی و فضایی پالس به ترتیب $\tau = 20fs$ و $w = 6\mu m$ بوده و پالس‌ها به طور همزمان، به سیستم اعمال می‌شوند. همچنین، فرض شده است که همه اتم‌ها در حالت پایه $|1\rangle$ هستند که این مهم،




شکل ۱: سیستم اتمی چهار ترازی $\Lambda$-دوگانه که با چهار میدان لیزری فمتو ثانیه اندرکنش دارد.

توسط پمپ‌شدگی اپتیکی با کمک یک لیزر پیوسته امکان‌پذیر است. لازم به ذکر است که نویسندگان این مقاله، از این سیستم در مقاله‌های دیگری به منظور مطالعه‌ی انتشار نور و کنترل فازی پتانسیل اپتیکی تله استفاده کرده‌اند [۱۲،۱۱].

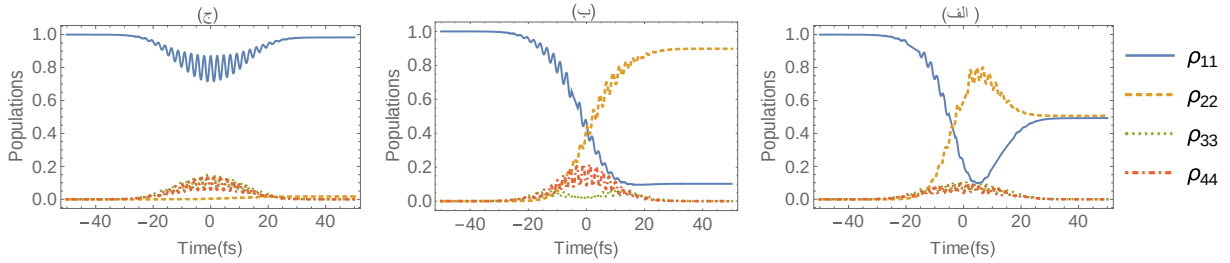
اخیرا، پدیده‌ی کنترل فازی انتقال جمعیت همدوس در سامانه‌های اتمی توسط نویسندگان این مقاله معرفی شده و نشان داده‌شده است که با انتخاب مقادیر مناسب فاز نسبی بین میدان‌های اعمالی، می‌توان شاهد بیشینه انتقال جمعیت همدوس بود [۱۱]. در اینجا، نیز می توان کنترل فازی مشابهی را در شکل ۲ .(الف)، .(ب) و .(ج) مشاهده کرد. از این شکل که تحول زمانی جمعیت‌ها $\tilde{\rho}_{11}$، $\tilde{\rho}_{22}$، $\tilde{\rho}_{33}$ و $\tilde{\rho}_{44}$ را نشان می‌دهد، می‌توان نتیجه گرفت که برای $\Phi = 0$، شاهد تشکیل برهم‌نهی از جمعیت‌ها در ترازهای پایینی خواهیم بود که می‌تواند در تولید هارمونیک‌های مرتبه‌ی بالا، شفافیت القایی الکترومغناطیسی و کنترل واکنش‌های شیمیایی مفید واقع شود. همچنین، به‌ازای $\Phi = \pi/2$، می‌توان به انتقال جمعیتی در حدود ۹۰ درصد از تراز $|1\rangle$ به تراز $|2\rangle$ دست یافت. علاوه برآن، برای حالت $\Phi = \pi$ جمعیت در تراز پایینی به تله افتاده و به عبارت دیگر تله اندازی همدوس جمعیت در این سیستم حفظ می‌شود.

در شکل ۳، مقایسه ای بین انتقال جمعیت با باریکه‌های گاوسی و لاگر-گاوسی انجام شده‌است. همان طور که در شکل ۳. (الف) مشخص است، با استفاده از باریکه‌های لاگر-گاوسی، می‌توان ۹۰ درصد جمعیت اولیه در تراز $|1\rangle$



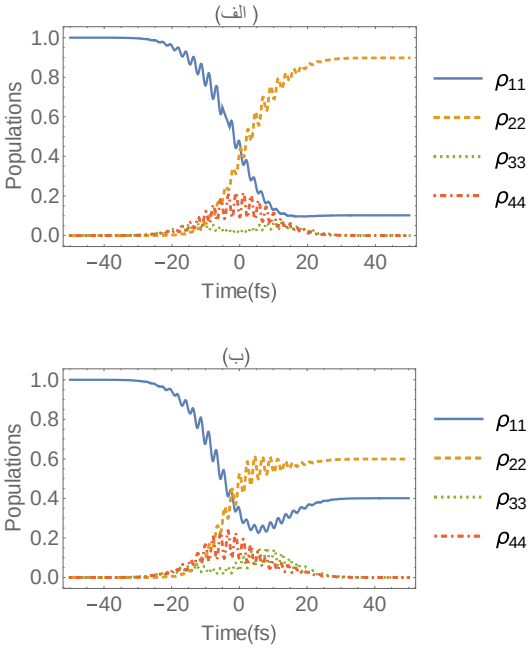
این مقاله به شرط در دسترس بودن در وبگاه www.opsi.ir معتبر است.

[ Downloaded from www.opsi.ir on 2026-10-31 ]




شکل۲: تحول زمانی جمعیت‌ها برای $\Phi = 0$ (الف)، $\Phi = \pi/2$ (ب) و $\Phi = \pi$ (ج). سایر پارامترهای استفاده شده عبارتند از: $g_0 = 0.8\ rad/fs$, $\Delta_{31} = \Delta_{42} = \Delta_{32} = -1$ و $\upsilon = 100\ m/s$.

با تغییر اختلاف فاز قابل دست‌یابی است. به علاوه، این نتایج با نتایج مربوط به پروفایل گاوسی مقایسه شده و مشخص شده است که با استفاده از مُدهای لاگر-گاوسی، انتقال جمعیت به طرز قابل ملاحظه‌ای افزایش می‌یابد.




شکل۳: تحول زمانی جمعیت‌ها برای پروفایل‌های مختلف لیزر: مُد لاگر-گاوسی (الف) و گاوسی (ب). سایر پارامترها، مشابه پارامترهای شکل ۲.(ب). است.

را به تراز هدف منتقل‌کرد، در حالی‌که انتقال جمعیت برای باریکه‌های گاوسی درحدود ۶۰ درصد خواهد بود.

## نتیجه‌گیری

در این مقاله، انتقال همدوس جمعیت در یک سامانه‌ی اتمی چهارترازی $\Lambda$-دوگانه و با استفاده از باریکه‌های همدوس با پروفایل لاگر-گاوسی بررسی شده‌است. نشان داده شده است که انتقال جمعیت به اختلاف فاز نسبی بین میدان‌های اعمالی حساس بوده و این مهم به سادگی

## مراجع


[۱] J. Martin, B. W. Shore, and K. Bergmann, "Coherent population transfer in multilevel systems with magnetic sublevels. I. Numerical studies", Phys. Rev. A 52, 566, 1995.

[۲] L. F. Wei, J. R. Johansson, L. X. Cen, S. Ashhab, and F. Nori, "Controllable coherent population transfers in superconducting qubits for quantum computing", Phys. Rev. Lett. 100, 113601, 2008.

[۳] L. Allen and J. H. Eberly, "*Optical resonance and two level systems*" (Dover publications, 1975).

[۴] P. Kumar and A. K. Sarma, "Ultrafast and selective coherent population transfer in four-level atoms by a single nonlinearly chirped femtosecond pulse", Phys. Rev. A 88, 03382, 32013.

[۵] Y. Jiang, T. Narushima, and H. Okamoto, "Nonlinear optical effects in trapping nanoparticles with femtosecond pulses", Nature Phys. 6, 1005, 2010.

[۶] P. Kumar and A. K. Sarma, "Optical force on two-level atoms by few-cycle pulsed Gaussian laser field beyond the rotating wave", Phys. Rev. A 84, 043402, 2011.

[۷] L .W. Allen, M. Beijersbergen, R. J. C. Spreeuw, and J. P. Woerdman, "Orbital angular momentum of light and the transformation of Laguerre-Gaussian laser modes", Phys. Rev. A 45, 8185, 1992.

[۸] A. G. Truscott, M. E. J. Friese, C. R. Heckenberg, and H. Rubinsztein-Dunlop, "Optically written waveguide in an atomic vapor", Phys. Rev. Lett 82, 356, 1999.

[۹] L. Paterson, M. P. MacDonald, J. Arlt, W. Sibbett, P. E. Bryant, and K. Dholakia, "Controlled rotation of optically trapped microscopic particles", Science 292, 912, 2001.

[۱۰] S. H. Kazemi and M. Mahmoudi, "Multi-photon resonance phenomena using Laguerre-Gaussian beams", to be published J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.

[۱۱] S. H. Kazemi and Mohammad Mahmoudi, "Phase-controlled optical trap potential in a closed-loop atomic system", J. Opt. Soc. Am. B 33, 479, 2016.

[۱۲] M. Mahmoudi and J. Evers, "Light propagation through closed-loop atomic media beyond the multi photon resonance condition", Phys. Rev. A 74, 063827, 2006.




این مقاله به شرط در دسترس بودن در وبگاه www.opsi.ir معتبر است.

[ Downloaded from www.opsi.ir on 2026-10-31 ]