بیست و سومین کنفرانس اپتیک و فوتونیک و نهمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران
دانشگاه تربیت مدرس
۱۴-۱۲ بهمن ۱۳۹۵
23rd Iranian Conference on Optics and Photonics and 9th Conference on Photonics Engineering and Technology
Tarbiat Modares University, Tehran, Iran
January 31- February 2, 2017

# مقایسه‌ی رژیم خطی و غیرخطی پراکندگی رامان در محیط پلاسما

سارا سادات غفاری اسکوئی و مجتبی فرزین آقامیر

دانشکده فیزیک، دانشگاه تهران، تهران

**چکیده – در این مقاله پراکندگی رامان در رژیم خطی و غیرخطی با حل تحلیلی معادلات جفت شده‌ی امواج پلاسمایی و امواج پراکنده شده و در نظر گرفتن فرم صریح میرایی لاندائو در این دو رژیم بررسی شده است. اثر پارامترهای لیزر و پلاسما بر تحول زمانی دامنه‌ی امواج پراکنده شده مطالعه شده است. نتایج نشان می‌دهد که افزایش چگالی پلاسما، موجب افزایش دامنه‌ی امواج پراکنده شده می‌شود، در حالی که افزایش دما منتهی به کاهش دامنه‌ی امواج خواهد شد.**

کلید واژه- پراکندگی رامان، پلاسما، رژیم خطی و غیرخطی، لیزر، میرایی لاندائو.

# Comparison of linear and nonlinear regimes of Raman Scattering in a Plasma Medium

Sara Sadat Ghaffari Oskooei and Farzin Mojtaba Aghamir

Department of Physics, University of Tehran, Tehran

Abstract- Raman scattering is investigated in both linear and nonlinear regimes through analytical solution of coupled equations of plasma and scattered waves and consideration of the explicit form of Landau damping in these regimes. Furthermore, effects of plasma and laser parameters on temporal evolution of scattered waves are studied. The findings indicate that the rise of plasma density increases the amplitude of scattered waves, while the plasma temperature rise leads to the reduction of waves amplitude.

Keywords: Raman Scattering, Plasma, Linear and Nonlinear Regimes, Laser, Landau Damping.

[ Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-03 ]



این مقاله به شرط در دسترس بودن در وبگاه www.opsi.ir معتبر است.

## ۱- مقدمه

پراکندگی رامان یک ناپایداری پارامتری است که طی آن یک موج پلاسمایی و یک موج الکترومغناطیسی برانگیخته می شوند. با استفاده از نظریه‌ی جنبشی در رژیم خطی می‌توان آهنگ رشد پراکندگی رامان را به دست آورد [۱]. نتایج رژیم خطی تا زمانی معتبرند که اندازه‌ی میرایی لاندائو خیلی بزرگتر از فرکانس واجهش باشد [۲]. تاکنون مطالعات مختلفی درباره‌ی شبیه سازی پراکندگی رامان در رژیم غیرخطی انجام شده است [۳و۴]. در این مقاله برای اولین بار با استفاده از معادلات موج و نظریه جنبشی پلاسما، معادلات جفت شده‌ی امواج پلاسمایی و امواج پراکنده شده را با در نظر گرفتن فرم صریح میرایی لاندائو در رژیم خطی و غیرخطی به دست آورده و این معادلات را به صورت تحلیلی حل می‌کنیم. در ادامه با رسم آهنگ رشد پراکندگی رامان و تحول زمانی دامنه‌ی امواج پراکنده شده، اثر پارامترهای لیزر و پلاسما را بر پراکندگی رامان بررسی می‌کنیم.

## ۲- پراکندگی رامان در رژیم خطی

در پراکندگی رامان پتانسیل برداری کل برابر است با:

$$\mathbf{A}=\mathbf{A}_0+\mathbf{A}_S \qquad (۱)$$

که $\mathbf{A}_0$ و $\mathbf{A}_S$ به ترتیب پتانسیل برداری لیزر و امواج پراکنده شده است. هم‌چنین پتانسیل برداری بهنجار شده به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\mathbf{a}=\frac{-e\mathbf{A}}{mc^2} \qquad (۲)$$

با استفاده از معادله‌ی موج، معادله‌ی پیوستگی و اعمال مشتقات به معادلات زیر می‌رسیم:

$$\frac{da_s}{dt}=\frac{a_0\omega_p^2}{2\omega_s}a_1 \qquad (۳)$$

$$(\frac{d}{dt}+\Gamma_L)a_1=\frac{c^2k^2}{8\omega}a_s a_0 \qquad (۴)$$

در این معادلات، c سرعت نور، m جرم الکترون، e بار الکتریکی الکترون، $a_0$ پتانسیل برداری بهنجارشده‌ی لیزر، $a_s$ پتانسیل برداری بهنجارشده‌ی موج پراکنده شده، $\omega_p$ فرکانس پلاسمایی، $\omega_s$ فرکانس موج پراکنده شده، $\omega$ فرکانس موج پلاسمایی، $k$ عدد موج پلاسمایی، $\Gamma_L$ میرایی لاندائو خطی و $a_1$ اختلال نسبی چگالی پلاسما (اختلال چگالی تقسیم بر چگالی پلاسما) می باشند. $a_s$ با حل معادلات (۳) و (۴) به صورت زیر به دست می‌آید:

$$a_s=a_{s0}e^{\Gamma t} \qquad (۵)$$

در این رابطه، $\Gamma$ برابر با آهنگ رشد پراکندگی رامان است که مقدار آن به صورت زیر است [۱]:

$$\Gamma=-\frac{\Gamma_L}{2}+\sqrt{\frac{a_0^2c^2k^2\omega_p^2}{16\omega\omega_s}+\frac{\Gamma_L^2}{4}} \qquad (۶)$$

هم‌چنین $a_{s0}$ دامنه‌ی اولیه‌ی موج پراکنده شده است.

## ۳- پراکندگی رامان در رژیم غیرخطی

در رژیم غیرخطی امواج پلاسمایی دچار جابه‌جایی فرکانسی شده و میرایی لاندائو مقدار ثابتی نخواهد داشت. بنابراین $a_s$ و $a_1$ در معادلات زیر صدق می‌کنند:

$$\frac{da_s}{dt}=\frac{a_0\omega_p^2}{2\omega_s}a_1 \qquad (۷)$$

$$(\frac{d}{dt}+\Gamma_{NL}-i\delta\omega)a_1=\frac{c^2k^2}{8\omega}a_s a_0 \qquad (۸)$$

$\Gamma_{NL}$ میرایی لاندائو غیرخطی و $\delta\omega$ جابه‌جایی فرکانسی موج پلاسمایی است. در این رابطه میرایی لاندائو غیرخطی برابر است با[۵]:

$$\Gamma_{NL}=\frac{-c^2k^2a_0a_s}{2\frac{\partial\chi_r}{\partial\omega}a_1\omega_p^2} \qquad (۹)$$

هم‌چنین $\chi_r$ به صورت پذیرفتاری الکترون‌های پلاسما در رژیم خطی تعریف می‌شود. با ترکیب معادلات (۷) و (۸) و استفاده از تغییر متغیر زیر:

$$a_1=A_1e^{i\phi} \qquad (۱۰)$$

به معادلات زیرمی رسیم:

$$\ddot{A}_1-\dot{\phi}^2A_1-\dot{\phi}\delta\omega A_1-\beta(\sigma+\alpha)A_1=0 \qquad (۱۱)$$

$$2\dot{\phi}\dot{A}_1+\ddot{\phi}A_1+\dot{\delta\omega}A_1+\delta\omega\dot{A}_1=0 \qquad (۱۲)$$

که در این معادلات $\alpha$، $\beta$ و $\sigma$ به صورت زیر تعریف



این مقاله به شرط در دسترس بودن در وبگاه www.opsi.ir معتبر است.

[ Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-03 ]

می‌شوند:

$$\alpha = \frac{c^2 k^2}{8\omega} \quad (۱۳)$$

$$\beta = \frac{a_0 \omega_p^2}{2\omega_s} \quad (۱۴)$$

$$\sigma = \frac{c^2 k^2 a_0}{2\omega_p^2 \frac{\partial \chi_r}{\partial \omega}} \quad (۱۵)$$

جابه جایی فرکانسی موج پلاسمایی برابر است با [۶]:

$$\delta\omega = y\sqrt{A_1} \quad (۱۶)$$

در این رابطه، y به صورت زیر معرفی می‌شود:

$$y = \frac{-1.63\omega\omega_p^5}{2\sqrt{2\pi}k^5(\frac{v_{th}}{2})^{\frac{5}{2}}}\exp(-\frac{v_{ph}^2}{v_{th}^2}) \quad (۱۷)$$

هم چنین $v_{ph}$ و $v_{th}$ به ترتیب سرعت فاز موج پلاسمایی و سرعت گرمایی الکترون‌ها هستند. انتگرال گیری از طرفین معادله‌ی (۱۲) به این نتیجه منجر می‌شود:

$$\dot{\phi} = -\frac{3}{5}\delta\omega \quad (۱۸)$$

با جایگزینی رابطه‌ی (۱۸) در معادله‌ی (۱۱) به یک معادله‌ی غیر خطی می‌رسیم که روش حل آن در مرجع [۷] ارائه شده است:

$$A_1 = \frac{25\gamma^2 de^{\gamma t}}{6y^2(1+de^{\gamma t})^2} \quad (۱۹)$$

پارامترهای رابطه‌ی (۱۹) به صورت زیر معرفی می‌شوند:

$$\gamma^2 = \beta(\alpha+\sigma) \quad (۲۰)$$

$$d = \frac{1-\sqrt{1-\frac{2}{3}B_{10}}}{1+\sqrt{1-\frac{2}{3}B_{10}}} \quad (۲۱)$$

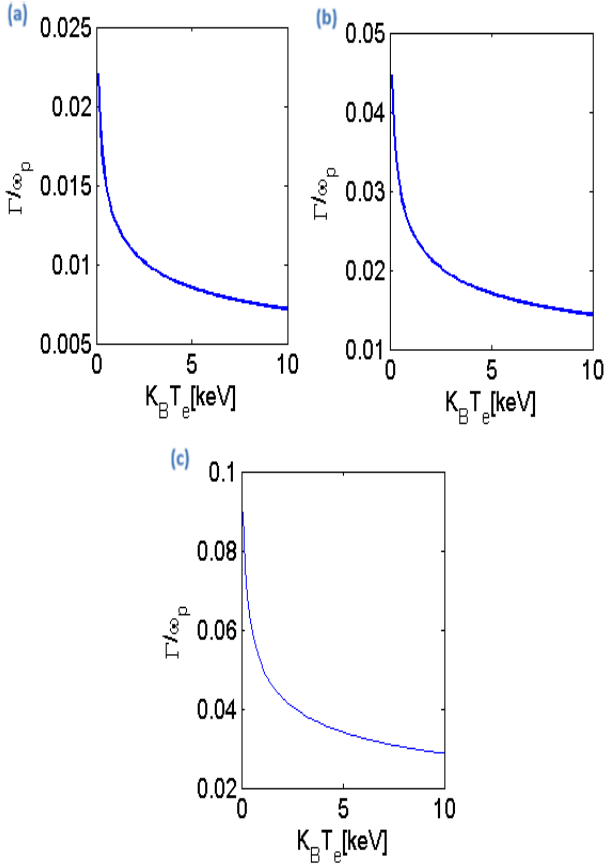
$$B_{10} = \frac{6y^2 A_{10}}{25\gamma^2} \quad (۲۲)$$

به این ترتیب $a_s$ طبق رابطه زیر به دست می‌آید:

$$a_s = \frac{i(\dot{\phi}+\delta\omega)A_1 + \dot{A}_1}{(\alpha+\sigma)} \quad (۲۳)$$

## ۴- نتایج معادلات تحلیلی

در این بخش ابتدا آهنگ رشد بهنجار شده‌ی پراکندگی رامان در ناحیه‌ی خطی را به ازای مقادیر مختلف شدت لیزر رسم می‌کنیم. مشاهده می‌شود که افزایش شدت لیزر آهنگ رشد ناپایداری را افزایش خواهد داد. افزایش دمای پلاسما نیز آهنگ رشد را کاهش می دهد.




شکل ۱: آهنگ رشد بهنجار شده‌ی پراکندگی رامان بر حسب دمای الکترون‌ها برای طول موج ۱۰/۶ میکرون و فرکانس پلاسمایی یک تراهرتز به ازای مقادیر مختلف شدت لیزر: a) $a_0$=۰/۰۱، b) $a_0$=۰/۰۲ و c) $a_0$=۰/۰۵.

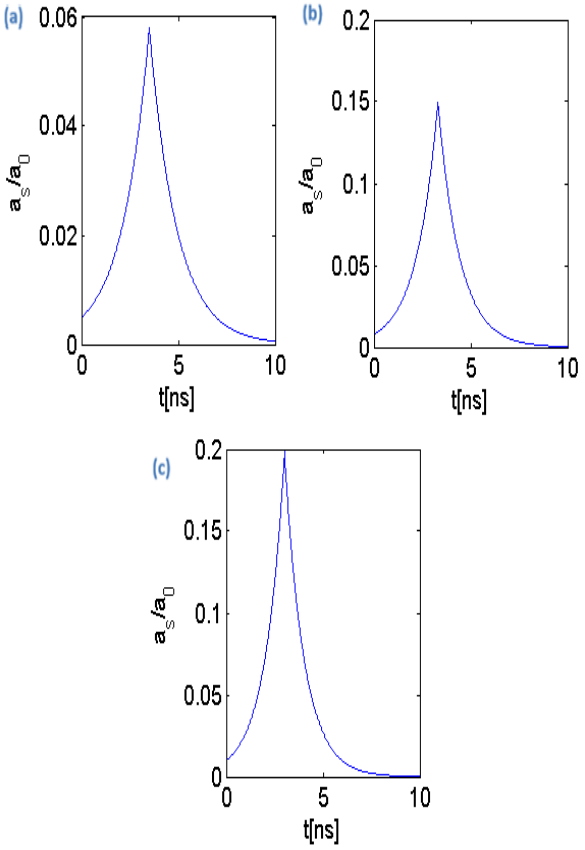
در ادامه، با استفاده از نتایج به دست آمده در بخش‌های قبل، $\frac{a_s}{a_0}$ را به ازای مقادیر مختلف چگالی و دمای پلاسما رسم می‌کنیم. در شکل ۲، $\frac{a_s}{a_0}$ برای طول موج ۱۰/۶ میکرون و دمای یک کیلو الکترون ولت به ازای مقادیر مختلف فرکانس پلاسمایی رسم شده است. افزایش چگالی پلاسما باعث شده که دامنه‌ی موج پراکنده شده افزایش یابد.



این مقاله به شرط در دسترس بودن در وبگاه www.opsi.ir معتبر است.

[ Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-03 ]

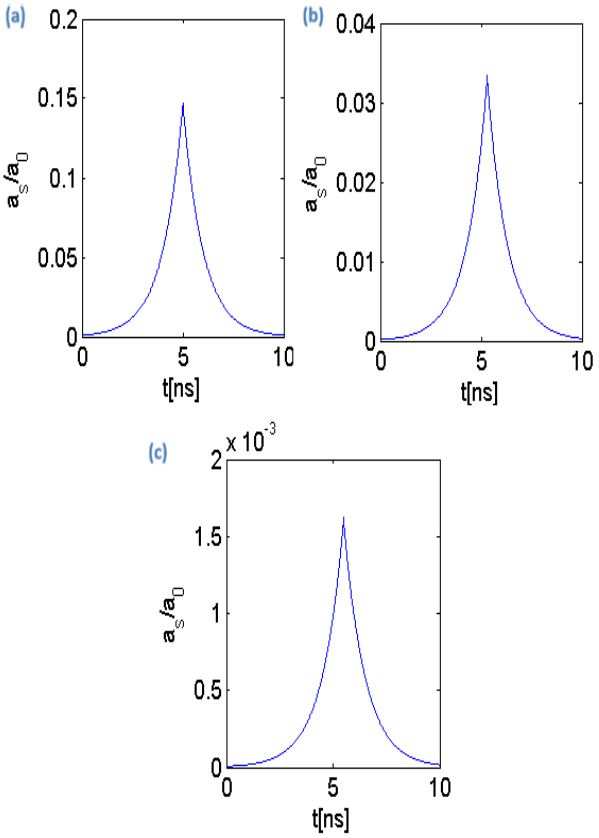
زیرا افزایش چگالی پلاسما موجب افزایش آهنگ رشد ناپایداری در رژیم خطی خواهد شد. کمیت $\frac{a_s}{a_0}$ در شکل ۳ به ازای دماهای مختلف رسم شده‌است. اثر تخریبی دما باعث شده که دامنه‌ی موج پراکنده شده کاهش یابد. هم چنین شکل‌های ۲ و ۳ نشان می‌دهند که دامنه‌ی موج پراکنده شده در رژیم خطی روند افزایشی و در رژیم غیر خطی روند کاهشی دارد.




شکل ۲: دامنه‌ی بهنجار شده‌ی موج پراکنده شده ($\frac{a_s}{a_0}$) بر حسب زمان برای طول موج ۱۰/۶ میکرون، $a_0$=۰/۰۱ و دمای یک کیلوالکترون ولت به ازای مقادیر مختلف فرکانس پلاسمایی: a ) ۵۰۰ گیگاهرتز، b) ۸۰۰گیگاهرتز و c) یک تراهرتز.

## ۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله با استفاده از حل تحلیلی معادلات موج و نتایج نظریه‌ی جنبشی، دامنه‌ی امواج پراکنده شده را در پراکندگی رامان به دست آوردیم. نتایج نمودارها نشان داد که افزایش چگالی پلاسما، دامنه‌ی موج پراکنده شده را افزایش می‌دهد. هم‌چنین افزایش دما، دامنه‌ی موج پراکنده شده را کاهش داد.




شکل ۳: دامنه‌ی بهنجار شده‌ی موج پراکنده شده ($\frac{a_s}{a_0}$) بر حسب زمان برای طول موج ۱۰۶۴ نانومتر، $a_0$=۰/۰۱ و فرکانس پلاسمایی یک تراهرتز به ازای دمای: a ) یک کیلوالکترون ولت، b) ۲ کیلوالکترون ولت و c)۵ کیلو الکترون ولت

## مراجع


[1] J. F. Drake, P. K. Kaw, Y. G. Lee, G. Schmidt, C. S. Liu, M. N. Rosenbluth,"Parametric instabilities of electromagnetic waves in plasma", Phys. Fluids, Vol 17, No. 4 , pp. 778-785, 1974.

[2] D. G. Swanson, *Plasma Waves*, pp. 376-386, CRC Press, 2003.

[3] D. W. Forslund, J.M. Kindel, and E.L. Lindman, "Nonlinear Behavior of Stimulated Brillouin and Raman Scattering in Laser Irradiated Plasmas", Phys. Rev. Lett., Vol. 60, No. 16, pp. 739-742, 1973.

[4] D. Bénisti, N. A. Yampolsky, N.J. Fisch, "Comparisons Between Nonlinear Kinetic Modelings of Stimulated Raman Scattering Using Code Envelope Equations", Phys. Plasmas, Vol. 19, No. 1, p. 013110, 2012.

[5] N. A. Yampolsky, N.J. Fisch, "Simplified Model of Nonlinear Landau Damping", Phys. Plasmas, Vol. 16, No. 7, p. 072104, 2009.

[6] G. J. Morales, T. M. Oneil, "Nonlinear Frequency shift of an electron plasma wave", Phys. Rev. Lett., Vol. 28, No. 7, p. 417, 1972.

[7] H. X. Vu, D. F. DuBois and B. Bezzerides, "Kinetic Inflation of Stimulated Raman Backscatter in Regimes of High Linear Landau Damping", Phys. Plasmas, Vol. 9, No. 5, pp. 1745-1763, 2002.




این مقاله به شرط در دسترس بودن در وبگاه www.opsi.ir معتبر است.

[ Downloaded from www.opsi.ir on 2026-11-03 ]