

## تأثیر جهت گیری محور اپتیکی بر روی پلاریتون های سطحی در بره ای از متامواد هایپر بولیک گرافن-پایه

امید رامک نژاد<sup>۱</sup>، امیر مدنی<sup>۱</sup>، صمد روشن انتظار<sup>۲</sup>، رضا عبدی قلعه<sup>۱</sup>

<sup>۱</sup> گروه فوتونیک و مهندسی اپتیک و لیزر، دانشگاه بناب، بناب، آذربایجان شرقی، ایران

<sup>۲</sup> دانشکده فیزیک، دانشگاه تبریز، تبریز، آذربایجان شرقی، ایران

چکیده - در این مقاله به مطالعه پلاریتون های سطحی در مرز بین یک بره پاشنده از جنس متامواد هایپر بولیک گرافن-پایه با هوا پرداخته شده است. متامواد مورد بررسی، یک ساختار لایه ای یک بعدی متشکل از لایه های دی الکتریک-گرافن در نظر گرفته شده است که خواص پاشندگی آن در گستره خاصی از ناحیه فرکانسی THz بصورت هایپر بولیک می باشد. این خاصیت امکان تحریک امواج سطحی با قطبش TM را در این ساختار فراهم می کند. نتایج بدست آمده نشان می دهد که پاشندگی و فرکانس پلاریتون های سطحی ایجاد شده وابسته به پتانسیل شیمیایی لایه های گرافن و زاویه جهت گیری محور اپتیکی متامواد است. تحریک پلاریتون های سطحی در ساختار، بوسیله رسم نمودار ATR تحقیق شده است. امواج سطحی کاربردهای زیادی در زمینه های اپتیک غیر خطی، حسگرها و مطالعه سطوح دارند.

کلید واژه- پلاریتون های سطحی، محور اپتیکی، متامواد هایپر بولیک، پتانسیل شیمیایی، گرافن.

## Influence of orientation of the optical axis on the surface polaritons of a graphene-based hyperbolic metamaterial slab

Omid Ramaknezhad<sup>1</sup>, Amir Madani<sup>1</sup>, Samad Roshan Entezar<sup>2</sup>, Reza Abdi Ghaleh<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Department of Laser and Optical Engineering, University of Bonab, Bonab, Iran

<sup>2</sup> Faculty of Physics, University of Tabriz, Tabriz, Iran

Abstract- In this paper we have studied the surface polaritons (SPs) at the interface of a slab made of hyperbolic metamaterial and air. The investigated metamaterial is a one-dimensional multilayer structure made of graphene and dielectric layers. In a certain range of THz frequencies, the dispersion properties of the medium is hyperbolic. Therefore, the excitation of TM-polarized SPs is possible in the structure. The results show that the dispersion and frequency of SPs depend on the chemical potential of the graphene sheets and angle of orientation of the optical axis. The excitation of SPs has verified by plotting the ATR curves for the structure. SPs have many applications in nonlinear optics, sensors and surface studies.

Keywords: Surface polaritons , Optical axis, Hyperbolic metamaterials, Chemical potential, Graphene.

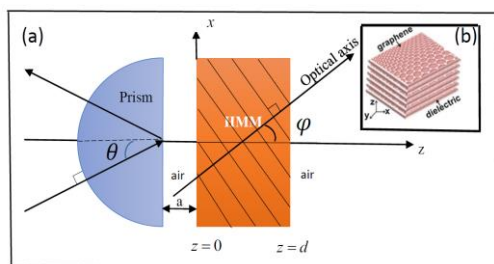
## ۱- مقدمه

اشاره کرد [۶]. استفاده از تک لایه‌های گرافن در ساختارهای متامواد هایپربولیک مزایایی را نسبت به فلزات فراهم می‌کند. گرافن بعنوان شبکه ای با ضخامت یک اتم از اتم‌های کربن، قابلیت جایگزینی لایه‌های نازک فلزی را دارد. تحرک پذیری بالای الکترونی، انعطاف پذیری، استقامت بالا و پایداری محیطی خوب، اتلاف کم در نواحی فرکانسی THz و قابلیت تنظیم خواص اپتیکی و الکترونیکی از خواص قابل توجه گرافن می‌باشند که امکان استفاده از آن را در ادوات فوتونیکی و متامواد هایپربولیک را فراهم می‌آورند [۷].

در این مقاله سعی شده است که دلیل امکان ایجاد موج سطحی با قطبش TM، در مرز یک بره از متامواد هایپربولیک با هوا و نیز تاثیر جهت گیری محور اپتیکی این بره بر این امواج، نشان داده شود. مطالعه بر روی این ساختار با دو روش رسم منحنی پاشندگی امواج و رسم منحنی ATR برای ساختار انجام گرفته و امکان کنترل فرکانسی این امواج با استفاده از خواص کنترلی گرافن و زاویه قرار گیری محور اپتیکی بره مورد بررسی قرار گرفته است.

## ۲- مدل و محاسبات تئوری

ساختار مورد بررسی، در شکل ۱ نشان داده شده است که به ترتیب از سمت چپ شامل یک منشور نیمه استوانه‌ای با ضریب شکست  $n_p = 2$ ، یک لایه هوا با ضخامت  $a = 10 \mu m$ ، یک بره از متامواد هایپربولیک حاوی لایه‌های گرافن با ضخامت  $d = 4 \mu m$  و محیط آخر هم هوا است. درتقریب محیط موثر این بره به شکل یک محیط ناهمسانگرد در نظر گرفته می‌شود که محور اپتیکی آن عمود بر لایه‌های گرافن است. نحوه‌ی استقرار و برش لایه‌های گرافن و دی‌الکتریک بگونه‌ای است که محور اپتیکی بره به اندازه زاویه  $\phi$  نسبت به محور Z چرخیده شده است.



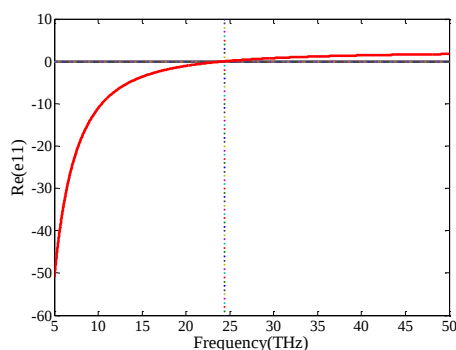
شکل ۱: در قسمت (a) طرحی شماتیک از ساختار مورد مطالعه و در قسمت (b) اجزای تشکیل دهنده متامواد هایپربولیک (HMM) حاوی لایه‌های گرافن و دی‌الکتریک نمایش داده شده است.

امواج سطحی یا پلاریتون‌های سطحی نوعی از امواج الکترومغناطیس هستند که در مرز مشترک بین دو محیط متفاوت تشکیل می‌شوند. می‌توان نشان داد که چنین امواجی با قطبش TM، در فصل مشترک دو محیط با ضرایب دی‌الکتریک مختلف‌العلامه مثل هوا و فلزات در فرکانس‌های پایین‌تر از فرکانس پلاسما ایجاد می‌شوند. دامنه امواج سطحی با حرکت از مرز مشترک بطرف کناره‌ها بصورت نمایی افت پیدا کرده و سریعاً صفر می‌شود. لذا بیش‌ترین دامنه میدان را در فصل مشترک خواهیم داشت. این امواج که در مورد فلزات بیشتر با نام پلاسمون پلاریتون‌های سطحی شناخته می‌شوند، کاربردهای زیادی در زمینه‌های اپتیک غیرخطی، مطالعه دقیق سطوح، مدولاتورهای اپتیکی و حسگرها دارند [۱]. در دهه اخیر، با اختراع متامواد، مطالعاتی هم در زمینه امکان تحریک امواج سطحی در آنها انجام شده است. متامواد، مواد مصنوعی مهندسی شده با اجزای ساختاری کوچکتر از طول موج هستند که بخاطر خواص منحصر بفردشان در زمینه‌های مختلف اپتیک و مهندسی مورد توجه قرار گرفته اند [۲]. پدیده امواج سطحی در حضور متامواد چپگرد بلافاصله پس از تولید متامواد، در سال ۲۰۰۰ توسط روپین مورد مطالعه قرار گرفت [۳]. در ادامه گروه‌های دیگری به بررسی این موضوع در بلورهای فوتونی حاوی متامواد پرداختند [۴]. متامواد هایپربولیک نوع دیگری از مواد نوظهور هستند که در چند سال اخیر مورد توجه بسیاری قرار گرفته‌اند [۵]. این مواد عمدتاً از ساختارهای لایه ای شامل ترکیب دی‌الکتریک- فلز، دی‌الکتریک- متامواد و اخیراً دی‌الکتریک- گرافن طراحی و ساخته می‌شوند. در نواحی طول موجی بلند و جایی که طول موج بسیار بزرگتر از ثابت شبکه ساختار است می‌توان از تقریب محیط موثر برای مطالعه این محیط‌ها استفاده کرد. در این حالت کل ساختار بعنوان یک ساختار همگن ناهمسانگرد دیده می‌شود که دارای تانسور گذردهی الکتریکی قطری می‌باشد. در متامواد هایپربولیک، عناصر قطر اصلی این تانسور مختلف‌العلامه می‌باشند و این امر منجر به منحنی پاشندگی هایپربولیک (به جای منحنی پاشندگی بیضوی در محیط‌های معمولی) می‌شود که کاربردهای جالب توجهی دارد. از آن جمله می‌توان به پدیده‌هایی مثل هایپرلنز، نامرئی سازی و بازتابندگی صفر تمام سویه و ...

$\epsilon_d$  ضریب گذردهی هوا می‌باشند. شرایط مرزی مستلزم این است که مولفه‌های مماسی  $\vec{E}$  و  $\vec{H}$  در  $z=0$  و  $z=d$  پیوسته باشند. این شرایط منجر به تشکیل یک دستگاه ۴ معادله‌ای با ۴ مجهول برای ضرایب A، B، C و D می‌شود که با حل عددی آن، روابط پاشندگی برای پلاسمون‌های سطحی، محاسبه و رسم می‌شوند.

### ۳- نتایج و بحث

در شکل ۲ قسمت حقیقی  $\epsilon_{\parallel}$  برحسب فرکانس رسم شده است. مشاهده می‌شود که قسمت حقیقی  $\epsilon_{\parallel}$  وابستگی شدید فرکانسی دارد، بطوریکه در نواحی فرکانسی خاصی، منفی بوده و بعد از یک فرکانس بحرانی تغییر علامت می‌دهد. با توجه به مثبت بودن  $\epsilon_{\perp}$  در تمامی فرکانس‌ها، می‌توان گفت که ساختار در نواحی فرکانسی کوچکتر از فرکانس بحرانی، پاشندگی هایپربولیک دارد. فرکانس بحرانی وابسته به پتانسیل شیمیایی گرافن بوده و برای  $\mu=0.2\text{eV}$  برابر  $24.4\text{THz}$  می‌باشد.



شکل ۲: تغییرات قسمت حقیقی  $\epsilon_{\parallel}$  را برحسب فرکانس برای  $\mu=0.2\text{eV}$  نشان می‌دهد.

در شکل ۳، نمودار پاشندگی امواج سطحی با قطبش TM حاصله از حل عددی روابط پاشندگی برای ساختار متامواد هایپربولیک توصیف شده در قسمت قبل، رسم شده است. در این شکل محور افقی نشانگر مولفه مماسی نرمالیزه شده بردار انتشار  $(\beta = n_p \sin(\theta))$  است و محور قائم، فرکانس می‌باشد.

لازم بذکراست که ضخامت هر لایه دی‌الکتریک  $t_d = 50\text{nm}$  و هر لایه گرافن  $t_g = 0.5\text{nm}$  در نظر گرفته شده است. فرض می‌کنیم که محور اپتیکی بره در صفحه x-y قرار دارد و با محور Z زاویه  $\varphi$  می‌سازد با توجه به اینکه در ناحیه فرکانسی THz، طول موج نورتابشی در مقایسه با ضخامت لایه‌ها بزرگ است، می‌توان از تئوری محیط موثر برای مطالعه انتشار امواج در این محیط استفاده کرد. در این شرایط تانسور گذردهی الکتریکی متامواد به شکل زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$\vec{\epsilon} = \begin{pmatrix} p & 0 & f \\ 0 & \epsilon_{\parallel} & 0 \\ f & 0 & w \end{pmatrix} \quad \begin{aligned} p &= \epsilon_{\parallel} \cos^2 \varphi + \epsilon_{\perp} \sin^2 \varphi \\ w &= \epsilon_{\parallel} \sin^2 \varphi + \epsilon_{\perp} \cos^2 \varphi \\ f &= (\epsilon_{\perp} - \epsilon_{\parallel}) \sin \varphi \cos \varphi \end{aligned} \quad (1)$$

هنگامیکه محور اپتیکی در امتداد محور Z قرار گیرد (یعنی  $\varphi=0$ )،  $\epsilon_{\parallel}$  و  $\epsilon_{\perp}$  عناصر قطری تانسور گذردهی الکتریکی خواهند بود که بصورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\epsilon_{\parallel} = \frac{t_g \epsilon_g + t_d \epsilon_d}{t_g + t_d}, \quad \epsilon_{\perp} = \frac{\epsilon_g \epsilon_d (t_g + t_d)}{t_g \epsilon_d + t_d \epsilon_g} \quad (2)$$

که  $\epsilon_d = 2.25$  گذردهی لایه دی‌الکتریک و  $\epsilon_g = 1 + i(\sigma_g \eta_0 / k_0 t_g)$  ضریب گذردهی موثر گرافن است که در آن  $\sigma_g$  رسانندگی سطحی گرافن بوده و در ناحیه فرکانسی THz با تقریب خوبی از رابطه (۳) بدست می‌آید.

$$(3)$$

در اینجا  $\omega$  فرکانس زاویه ای نور تابشی،  $e$  بار الکترون،  $\hbar$  ثابت کاهش یافته پلانک،  $\tau = 1\text{ps}$  زمان واهلش الکترون و  $\mu$  پتانسیل شیمیایی گرافن است که خود تابعی از چگالی حاملین بار است. همچنین  $\eta_0 = 377\Omega$  (میدان  $\frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$ ) و  $\mathcal{R}_g = \frac{1}{\sigma_g}$  عدد موج خلاء می‌باشد. در نواحی مختلف مربوط به ساختار شکل ۱، میدان‌های الکترومغناطیسی عبارت اند از:

$$\vec{H}_1^y = \hat{j} A e^{k_z z} e^{i(k_x x - \omega t)} \quad z < 0 \quad (4)$$

$$\vec{E}_2^x = \hat{i} \frac{-ik_z}{\omega \epsilon_0 \epsilon_d} (A e^{k_z z} e^{i(k_x x - \omega t)} + C e^{-i(\alpha_2 + \alpha_1)z}) e^{i(k_x x - \omega t)} \quad 0 < z < d \quad (5)$$

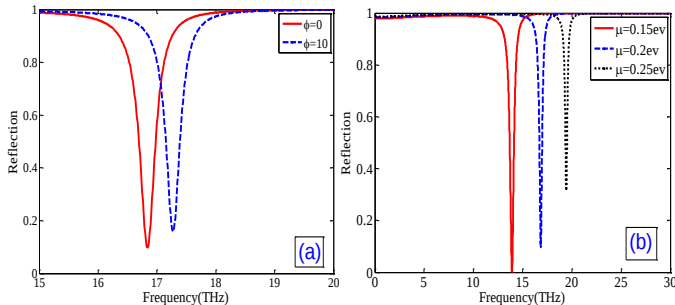
$$\vec{E}_2^x = \frac{\omega \alpha_2}{\omega \epsilon_0 \epsilon_d \epsilon_{\parallel}} (B e^{i(\alpha_2 - \alpha_1)z} - C e^{-i(\alpha_2 + \alpha_1)z}) e^{i(k_x x - \omega t)}$$

$$\vec{H}_3^y = \hat{j} D e^{-k_z z} e^{i(k_x x - \omega t)} \quad z > d$$

$$\vec{E}_3^x = \hat{i} \frac{ik_z}{\omega \epsilon_0 \epsilon_d} (D e^{-k_z z} e^{i(k_x x - \omega t)})$$

در روابط اخیر  $k_z = (k_x^2 - \epsilon_d (\omega^2 / c^2))^{1/2}$  مولفه انتشاری بردار موج در هوا،  $k_x = (n_p \omega / c) \sin \theta$  مولفه مماسی بردار موج،  $\alpha_2 = (\omega / c)(\epsilon_{\parallel} \epsilon_d (w - \sin^2 \theta) / w^2)$ ،  $\alpha_1 = (f / w) k_x$  و

چنین فرکانسی که در شکل با یک مینیمم مشخص شده است، با فرکانسهای بدست آمده از نمودار پاشندگی به ازای زوایه تابش ذکر شده مطابقت دارند.



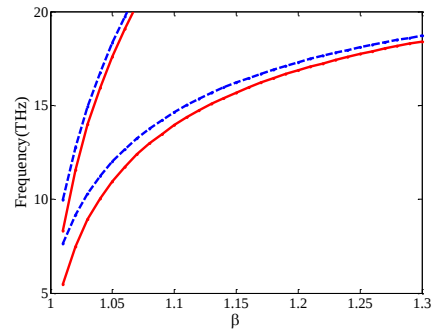
شکل ۴: نمودار ATR: قسمت (a) که شامل منحنیهای خط پیوسته و خط چین بترتیب برای  $\varphi=0$  و  $\varphi=10$  تحت زوایه تابش  $\theta=36.8^\circ$  برای پتانسیل شیمیایی ثابت  $\mu=0.2\text{eV}$  قسمت (b) که شامل منحنیهای خط پیوسته، خط چین و نقطه چین بترتیب برای پتانسیلهای شیمیایی  $\mu=0.15\text{eV}$ ،  $\mu=0.2\text{eV}$  و  $\mu=0.25\text{eV}$  برای زوایه جهت گیری محور اپتیکی  $\varphi=0$  و تحت زوایه تابش  $\theta=36.8^\circ$  می باشد.

#### ۴- نتیجه گیری

در این مقاله به تأثیر زوایه قرارگیری محور اپتیکی و پاشندگی پلاریتونهای سطحی در ساختارهای متامواد هایپربولیک تشکیل شده از ساختارهای لایه ای دی الکتریک-گرافن پرداخته شده است. نتایج نشان می دهد که در مرز چنین ساختارهایی با هوا، پلاریتونهای سطحی با قطبش TM در ناحیه فرکانسی THz امکان تحریک دارند. با توجه به پارامترهای کنترلی ساختار، از قبیل پتانسیل شیمیایی گرافن و نیز تغییر زوایه جهت گیری محور اپتیکی، امکان کنترل فرکانس امواج سطحی در این ساختارها وجود دارد.

#### مراجع

- [1] P. Yeh, "Optical waves in layered media", J. Wiley, 2005.
- [2] D. R. Smith, W. J. Padilla, D. C. Vier, S. C. Nemat-Nasser and S. Schultz, "Composite medium with simultaneously negative permeability and permittivity"; Phys. Rev. Lett, 84 4184, 2000.
- [3] R. Rupp, "Surface polaritons of a left-handed medium", Phys. Lett., A 277, 61, 2000.
- [4] I. V. Shadrivov, A. A. Sukhorukov, Y. S. Kivshar, A. A. Zharov, A. D. Boardman and P. Egan, "Nonlinear surface waves in left-handed materials", Phys. Rev, 69, 016617, 2004.
- [5] A. Poddubny, I. Iorsh, P. Belov and Y. Kivshar; "Hyperbolic metamaterials"; Nat. Photonics, 7, 958, 2013.
- [6] A. Madani, S. Zhong, H. Tajalli, S. Roshan Entezar, A. Namdar and Y. Ma; "Tunable metamaterials made of graphene-liquid crystal multilayers"; PIER 143, 545, 2013.
- [7] A. Geim; "Graphene: Status and prospects"; Science, 324, 15, 2009.



شکل ۳: منحنیهای پاشندگی برای امواج سطحی با قطبش TM. منحنیهای خط پیوسته و نقطه چین به ترتیب به ازای  $\varphi=0$  و  $\varphi=10^\circ$  برای  $\mu=0.2\text{eV}$  رسم شده اند.

از شکل ۳ پیداست که فرکانس تحریک پلاریتونهای سطحی به ازای یک زوایه تابش فرودی و پتانسیل شیمیایی معلوم، کاملاً وابسته به زوایه قرارگیری محور اپتیکی بره می باشد و با افزایش این زوایه، به سمت فرکانسهای بالاتر شیفت پیدا می کند. علاوه بر این منحنی پاشندگی دارای دو قسمت مجزا است که قسمت بالایی آن فقط محدود به  $\beta$  های کوچک است و با افزایش  $\beta$ ، شرایط ایجاد مد سطحی از بین می رود. در حالیکه قسمت پایین منحنی برای  $\beta$  های بزرگ نیز جواب دارد. برای بررسی دقیق تر امواج سطحی تحریک شده، نمودار ATR مربوط به ساختار را با شبیه سازی رسم کرده ایم. روش ATR یا بازتابش کلی کاهش یافته، چیدمانی است که در شکل ۱ نشان داده است و در واقع روشی است که برای تحقیق وجود امواج سطحی بکار می رود. در شکل ۴، قسمت (a) با استفاده از این روش، منحنی بازتابش ساختار، برای پتانسیل شیمیایی ثابت  $\mu=0.2\text{eV}$  برحسب فرکانس به ازای زوایای قرار گیری محور اپتیکی  $\varphi=0$  و  $\varphi=10$  تحت زوایه تابش فرودی  $\theta=36.8^\circ$  رسم شده است که بترتیب منجر به فرکانسهای تحریک در  $f=16.8\text{THz}$  و  $f=17.3\text{THz}$  می شود و در قسمت (b) همین نمودار برای زوایه محور اپتیکی ثابت  $\varphi=0$  بترتیب به ازای پتانسیلهای شیمیایی  $\mu=0.15\text{eV}$ ،  $\mu=0.2\text{eV}$  و  $\mu=0.25\text{eV}$  تحت زوایه تابش فرودی  $\theta=36.8^\circ$  رسم شده است که فرکانسهای تحریک موج سطحی بترتیب  $f=16.8\text{THz}$ ،  $f=13.9\text{THz}$  و  $f=19.4\text{THz}$  هستند. زوایای تابش انتخابی همگی بزرگتر از زوایه حد، ( $\theta_c=30^\circ$ ) می باشند، لذا بازتاب کلی رخ می دهد. در فرکانسهایی که امواج سطحی تحریک می شوند میزان بازتاب به شدت افت کرده و انرژی به موج سطحی منتقل می شود که بر روی مرز حرکت می کند. مشاهده می شود که