



بیست و یکمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران  
و هفتمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران  
۲۳ تا ۲۵ دی ماه ۱۳۹۳، دانشگاه شهید بهشتی



## اثر بس ذره ای روی طول عمر ترازهای لیزری در لیزرهای آبشار کوانتومی تراهرتزی

علی اصغر خرمی<sup>۱،۲</sup>، علی ریاحی<sup>۱</sup>، محسن قهرمانی<sup>۱</sup>

<sup>۱</sup>مرکز تحقیقات لیزر و اپتیک، دانشگاه جامع امام حسین(ع)، تهران

<sup>۲</sup>دانشکده فنی و مهندسی، گروه نانوالکترونیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران

چکیده - یکی از مهمترین پارامترهای هر لیزر، طول عمر ترازهای لیزری آن است. برای بدست آوردن طول عمر ترازهای لیزر آبشار کوانتومی، نیاز به محاسبه ی مهمترین عوامل پراکندگی در این گونه لیزرها است. در این مقاله با محاسبه ی فرایندهای پراکندگی مختلف و بدست آوردن طول عمر ترازهای لیزری، نقش اثرات بس ذره ای روی طول عمرها بررسی گردیده است. نتایج بدست آمده از این مقاله، حاکی از اهمیت در نظر گرفتن اثرات بس ذره ای در محاسبات، برای بدست آوردن مقدار دقیق تر طول عمر ترازهای لیزر آبشار کوانتومی است.

کلید واژه- اثر بس ذره ای، پراکندگی، طول عمر ترازها، لیزر آبشار کوانتومی تراهرتزی

کد اختصاصی مقاله: A-۱۰-۶۳۱-۱

## Many-body Effect on the lifetime of laser levels in terahertz quantum cascade lasers

Ali Asghar Khorami<sup>۱،۲</sup>, Ali Riahi<sup>۱</sup>, Mohsen Ghahramani<sup>۱</sup>

<sup>۱</sup>Department of Laser and Optics, Emam Hossein University, Tehran

<sup>۲</sup>Department of Engineering, Nanoelectronics group, Tarbiat Modares University, Tehran

Abstract- One of the most important parameters of any laser, is the lifetime of the laser levels. To obtain the lifetime of laser levels in terahertz quantum cascade lasers, we need to calculate different scattering mechanisms. In this paper, with calculating the different scattering mechanisms and obtaining the lifetime of laser levels, the many-body effects on the lifetimes are considered. The results of this paper show the importance of considering the many-body effects in calculations, to obtain a more accurate value of the lifetime of laser levels in quantum cascade laser.

Keywords: Many-body effect, Scattering, Lifetime of levels, Terahertz quantum cascade lasers

## ۱- مقدمه

که دربرگیرنده مجموع هامیلتونی‌های تک تک الکترون‌ها و انرژی پتانسیل ناشی از برهمکنش کولنی میان این الکترون‌ها است.

اصل طرد پائولی بیان می‌کند که در اثر جابجایی هر جفت الکترون، تابع موج باید پادمتقارن باشد و احتمال پیدا کردن دو الکترون با اسپین مشابه در یک نقطه از فضا صفر است. این محدودیت منجر به یک همبستگی میان الکترون‌ها می‌شود. برهمکنش الکترون‌ها منجر به سهم اضافی برای انرژی یک سیستم بس‌ذره‌ای می‌شود که انرژی همبستگی - تبادلی نامیده می‌شود به‌طوری که با در نظر گرفتن برهمکنش الکترون‌ها، تابع موج سیستم  $N$  الکترونی به‌صورت زیر تعریف می‌شود [۶]:

$$\Phi_0(r_1 \dots r_N) = \frac{1}{\sqrt{N!}} \begin{vmatrix} \Psi_{01}(r_1) & \dots & \Psi_{0N}(r_1) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \Psi_{01}(r_N) & \dots & \Psi_{0N}(r_N) \end{vmatrix} \quad (3)$$

$\Psi_{01}(r_1)$  تابع موج الکترون اول در حالت  $\psi_1$  و در مکان  $r_1$  است. برای حفظ اصل طرد پائولی همه ی  $\Psi_{0i}$  ها باید متفاوت باشند، در غیر اینصورت دترمینان صفر است. با جایگذاری رابطه (۳) و (۲) در معادله (۱) معادله حرکت الکترون تحت تاثیر الکترون‌های دیگرسیستم بدست می‌آید [۶]:

$$(H + V_H + V_{EC}) \Psi_{0i}(r) = E_{0i} \Psi_{0i}(r) \quad (4)$$

$H$  هامیلتونی تک ذره شامل انرژی جنبشی و پتانسیل خارجی است.  $V_H$  پتانسیل الکترواستاتیکی ایجاد شده بوسیله همه الکترون‌ها بجز الکترون  $i$  ام است و پتانسیل هارتری نامیده می‌شود:

$$V_H = \frac{e^2}{k} \sum_{i \neq j} \int dr' \frac{|\Psi_{0i}(r')|^2}{|r_i - r'_j|} \quad (5)$$

$V_{EC}$  پتانسیل همبستگی - تبادلی نامیده می‌شود:

$$V_{EC} = \frac{e^2}{k} \sum_{i \neq j} \int dr' \frac{|\Psi_{0j}^*(r') \Psi_{0i}(r)|}{|r_i - r'_j|} \quad (6)$$

به‌دلیل پیچیدگی بیش از حد معادله (۴)، کاربرد آن در مسائل حالت جامد مشکل است. برای نیمه‌رساناها و فلزات، با توجه به میزان غلظت الکترون‌ها در آنها، می‌توان با تقریب خوبی از پتانسیل همبستگی - تبادلی صرف‌نظر کرد. پس داریم:

$$(H + V_H) \Psi_{0i}(r) = E_{0i} \Psi_{0i}(r) \quad (7)$$

لیزرهای آبشار کوانتومی به‌دلیل ویژگیهای جالبشان از جمله؛ تغییر طول‌موج گسیلی با تغییر ضخامت چاه‌ها، چگالی جریان آستانه پایین و همچنین ابعاد کوچکشان از اهمیت خاصی برخوردارند و می‌توانند جزء بهترین منابع برای تولید امواج تراهرتز باشند. از طرفی در این‌گونه لیزرها، چندین الکترون وجود دارد و با توجه به نقش الکترون‌ها در گذارهای لیزری، تونل‌زنی تشدید و ایجاد وارونگی جمعیت در تناوب‌های مختلف، بررسی اثرات بس‌ذره‌ای مهم و ضروری به نظر می‌رسد که در این مقاله به بررسی اثر آن روی طول عمر ترازهای لیزری می‌پردازیم [۲ و ۱]. طول عمر ترازهای لیزری با استفاده از مکانیزم‌های مختلف پراکندگی محاسبه می‌شود. بدین صورت که با بدست آوردن مدت زمان پراکندگی‌های مختلف از جمله؛ پراکندگی الکترون - فونون اپتیکی، پراکندگی الکترون - الکترون، پراکندگی الکترون - فونون اکوستیکی، پراکندگی ناخالصی، پراکندگی فصل مشترک و ... می‌توانیم طول عمر ترازهای لیزری را بدست آوریم. مدت زمان پراکندگی‌های مختلف در حالت کلی با استفاده از قانون طلایی فرمی و با محاسبه ی هامیلتونی برهمکنش بدست می‌آید [۴ و ۳].

## ۲- روشهای محاسباتی

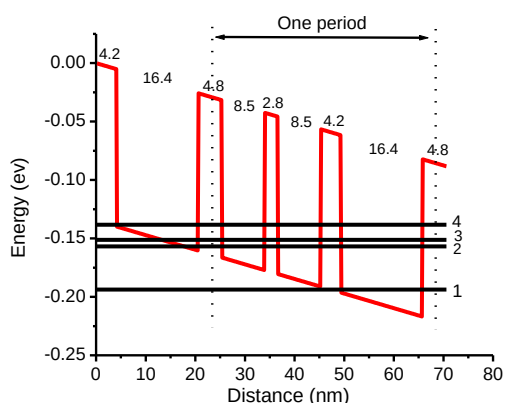
حالت یک سیستم کوانتومی تک‌الکترونی را می‌توان توسط معادله شرودینگر  $H\Psi = E\Psi$  بررسی کرد که  $\Psi$  تابع موج تک‌الکترون است. اما برای سیستم‌های چندالکترونی به‌منظور بررسی اثرات بس‌ذره‌ای باید تابع موج چند-الکترونی  $\Phi(r_1, \dots, r_N)$  در نظر گرفت. معادله شرودینگر یک سیستم بس‌ذره‌ای را می‌توان به‌صورت زیر نوشت

$$H^{mp} \phi_\theta(r_1, \dots, r_N) = E_\theta \phi_\theta(r_1, \dots, r_N) \quad (5)$$

$$H^{mp} \phi_\theta(r_1, \dots, r_N) = E_\theta \phi_\theta(r_1, \dots, r_N) \quad (1)$$

در این رابطه،  $\psi$  اعداد کوانتومی اسپینی،  $r_1, \dots, r_N$  مختصات  $N$  الکترون در سیستم بس‌ذره‌ای،  $H^{mp}$  هامیلتونی کل است. هامیلتونی کل سیستم بس‌ذره‌ای را می‌توان به-صورت زیر نوشت [۵]:

$$H^{mp} = \sum_i H_i + \frac{e^2}{k} \sum_{i,j} \frac{1}{|r_i - r_j|} \quad (2)$$



شکل ۱: پروفایل پتانسیل و ترازهای انرژی برای یک تناوب از ناحیه ی فعال لیزر آشبار کوانتومی. ضخامت چاهها و سدها در بالای آنها برحسب نانومتر نوشته شده است.

پراکندگی ها از جمله پراکندگی الکترون-فونون اپتیکی، الکترون-الکترون به توابع موج و ترازهای انرژی وابسته هستند که پس از بدست آوردن توابع موج و ترازهای انرژی، می توانیم پراکندگی ها را محاسبه و در نتیجه طول عمر ترازهای لیزری را بدست آوریم. در شکل (۲) طول عمر بالاترین و پایین ترین تراز لیزری را برای دو حالت، که اثرات بس ذره ای در نظر بگیریم یا در نظر نگیریم، نشان داده شده است. این اثرات در حالتی که میزان آلاش پایین باشد تاثیر آن ناچیز و قابل صرف نظر است. اما در آلاش بالا، این اثرات مهم هستند و باید بررسی گردند. از این رو اثرات بس ذره ای نقش مهمی در این گونه سیستم های لیزری دارند و برای محاسبه ی دقیقتر طول عمر ترازهای لیزری و همین طور بقیه ی مشخصه های لیزری، باید این اثرات به طور کامل در نظر گرفته شوند و محاسبه گردد. هرچند مطالعات زیادی برای بررسی این اثرات روی لیزرهای آشبار کوانتومی انجام شده است. اما هنوز ابهاماتی در این زمینه وجود دارد که از لحاظ تئوری و تجربی به طور کامل درک نشده است.

که میتوان با استفاده از روشهای عددی، این معادله را حل کرد و توابع موج و ویژه مقادیر انرژی را بدست آورد و در نتیجه اثرات بس ذره ای را بررسی کرد.

در این مقاله، معادله (۷) با استفاده از روش عددی تفاضل متناهی و نرم افزار مطلب حل شده است و پروفایل پتانسیل، توابع موج و ویژه مقادیر انرژی بدست آورده شده است. با بدست آوردن توابع موج و ویژه مقادیر انرژی می توان طول عمر ترازهای لیزری را به دست آورد. برای محاسبه ی طول عمر ترازهای لیزری باید مکانیزمهای مختلف پراکندگی از جمله پراکندگی الکترون-فونون اپتیکی و پراکندگی الکترون-الکترون را محاسبه کرد [۳]. به طوری که مدت زمان کل پراکندگی از تراز  $i$  به تراز  $j$  را می توان از رابطه ی کلی زیر بدست آورد:

$$\frac{1}{\tau_{ij}} = \frac{1}{(\tau_{ij})_{e-e}} + \frac{1}{(\tau_{ij})_{e-op}} + \frac{1}{(\tau_{ij})_{e-ac}} + \frac{1}{(\tau_{ij})_{spon}} + \frac{1}{(\tau_{ij})_{other}} \quad (8)$$

به طوری که  $\tau_{ij}$  نشان دهنده ی مدت زمان کل پراکندگی از تراز  $i$  به تراز  $j$ ،  $(\tau_{ij})_{e-e}$  مدت زمان پراکندگی الکترون-الکترون از تراز  $i$  به تراز  $j$ ،  $(\tau_{ij})_{e-op}$  مدت زمان پراکندگی الکترون-فونون اپتیکی از تراز  $i$  به تراز  $j$ ،  $(\tau_{ij})_{e-ac}$  مدت زمان پراکندگی الکترون-فونون اکوستیکی از تراز  $i$  به تراز  $j$ ،  $(\tau_{ij})_{spon}$  مدت زمان گسیل خودبخودی از تراز  $i$  به تراز  $j$  و  $(\tau_{ij})_{other}$  مدت زمان دیگر مکانیسم های پراکندگی از تراز  $i$  به تراز  $j$  را نشان می دهد.

### ۳- نتایج شبیه سازی

شکل (۱) پروفایل پتانسیل و ترازهای انرژی مربوط به این ساختار را نشان می دهد که از حل عددی معادله (۷) با استفاده از روش تفاضل متناهی بدست آمده است. گذار لیزری بین تراز ۳ و ۴ انجام می شود و فرکانس گسیلی ۳٫۷ تراهرتز است.

بررسی این اثرات در محاسبه ی طول عمر ترازهای لیزری نیز خیلی مهم است چون با توجه به طول عمر ترازهای لیزری، می توان شرط لیزرزایی و میزان وارونگی جمعیت را تعیین کرد که در این مقاله بررسی شده است. در این گونه لیزرها، اثرات بس ذره ای در آرایش پایین ناچیز و قابل صرفنظر است اما در آرایش بالا این اثرات مهم هستند و باید در نظر گرفته شوند.

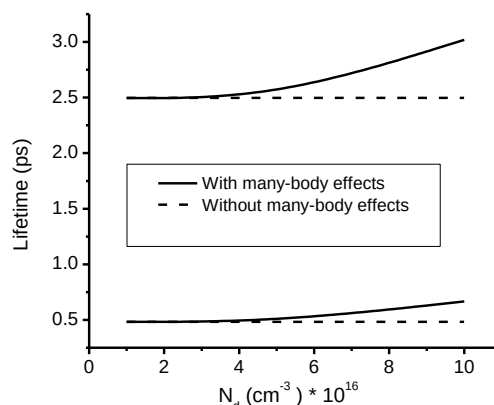
از طرف دیگر طول عمر این گونه لیزرها به دما وابسته است و در حالت کلی با افزایش دما طول عمر بالاترین تراز لیزری کاهش می یابد و تاثیر منفی در عملکرد لیزر دارد.

### سپاسگزاری

از دانشگاه جامع امام حسین (ع) به خاطر حمایت های همه جانبه ی آنها کمال تشکر را داریم.

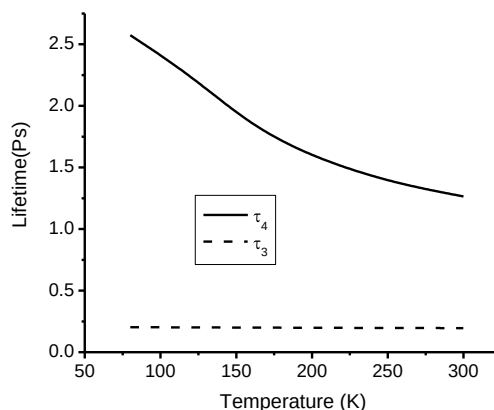
### مراجع

- [۱] C. Deutsch and et al, "Dopant migration effects in terahertz quantum cascade lasers", Applied Physics Letters ۱۰۲, (۲۰۱۳).
- [۲] M. F. Pereira and et al, "Controlling many-body effects in the midinfrared gain and THz absorption of quantum cascade laser structures", Phys. Rev. B, (۲۰۰۸).
- [۳] P. Harrison, "Quantum Wells, Wires and Dots, Theoretical and Computational Physics", First ed, West Sussex: John Wiley and sons, (۲۰۰۵).
- [۴] R. Ferreira, G. Bastard, "Evaluation of some scattering times for electrons in unbiased and biased single- and multiple-quantum-well structures", physical review B, Vol. ۴۰, No. ۲, ۱۰۷۴-۱۰۸۶ (۱۹۸۹).
- [۵] T. Chakraborty, V. M. Apalkov, "Quantum Cascade Transitions in Nanostructures", Advances in Physics, Vol. ۵۲, No. ۵, (۲۰۰۳).
- [۶] V. V. Mitin, V. A. Kochela, M. A. stroschio; "Quantum Heterostructures", Cambridge University Press, (۱۹۹۹).



شکل ۲: طول عمر ترازها به ازای آرایش های مختلف با توجه به اثرات بس ذره ای و در دمای ۱۸۰ کلوین رسم شده است.

شکل (۳)، طول عمر بالاترین و پایین ترین تراز لیزری را در دماهای مختلف نشان می دهد. همانطور که مشاهده می شود با افزایش دما، طول عمر پایین ترین تراز لیزری تقریباً ثابت است. در حالی که طول عمر بالاترین تراز لیزری کاهش می یابد و بدین ترتیب موجب کاهش وارونگی جمعیت و در نتیجه بهره ی لیزر می شود. بنابراین افزایش دما اثر منفی روی عملکرد این گونه لیزرها می گذارد.



شکل ۳: طول عمر ترازها در دماهای مختلف. افزایش دما موجب کاهش طول عمر بالاترین تراز لیزری می شود.

### ۴- نتیجه گیری

بررسی اثرات بس ذره ای در لیزرهای آبشار کوانتومی تراهرتزی، با توجه به گستره ی تراهرتز، از اهمیت خاصی برخوردار است. به طوری که در نظر نگرفتن آنها موجب می شود تا نتوانیم مقدار دقیق کمیتها را محاسبه کنیم.