بیست و یکمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران
و هفتمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران
۲۳ تا ۲۵ دی ماه ۱۳۹۳، دانشگاه شهید بهشتی

تاثیر دما و میدان مغناطیسی بر حد سرعت کوانتومی در سامانه دو نقطه کوانتومی جفت‌شده

زهرا کریمی، مالک باقری هارونی

اصفهان ، خیابان هزار جریب ، دانشگاه اصفهان ، دانشکده علوم پایه ، گروه فیزیک

چکیده – در این مقاله زمان حد سرعت کوانتومی به عنوان پارامتری برای مطالعه پدیده واهمدوسی مورد مطالعه قرار گرفته است. تاثیر دو پارامتر کنترلی خارجی یعنی دما و میدان مغناطیسی بر روی حد سرعت کوانتومی و همدوسی در سامانه دو نقطه کوانتومی جفت‌شده بررسی شده است. مشاهده می‌شود که افزایش دما سبب کاهش حد سرعت کوانتومی و در نتیجه افزایش نرخ واهمدوسی می‌گردد. بر خلاف دما، تاثیر افزایش میدان مغناطیسی همواره ثابت نیست و بسته به حالت اولیه سامانه می‌تواند اثری مخرب یا سازنده بر روی حد سرعت کوانتومی و در نتیجه نرخ واهمدوسی داشته باشد.

کلید واژه- حد سرعت کوانتومی، نقاط کوانتومی جفت‌شده ، واهمدوسی

Influence of temperature and magnetic field on the quantum speed limit in a coupled quantum dots system

Zahra Karimi, Malek Bagheri Harouni

Department of Physics, Faculty of Science, University of Isfahan, Hezar Jerib St. Isfahan ۸۱۷۶۴-۷۳۴۴۱,Iran

Abstract- In the present contribution, the quantum speed limit time, as a useful parameter for investigating the quantum decoherence, is studied. The influence of temperature and magnetic field on the quantum speed limit and coherence in a coupled quantum dot system is investigated. Our finding reveals that temperature decreasing will lead to quantum speed limit decrement and consequently the decoherence rate increment. In contrast to the temperature, the magnetic field impact does not follow a same scenario, whereas the role of magnetic field depends on the initial state. Depending on the initial state, the magnetic field may possess a destructive or constructive role on the quantum speed limit or the decoherence rate.

Keywords: Quantum speed limit, Coupled quantum dots, Decoherence

[Downloaded from www.opsi.ir on 2025-06-11]

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد.

۱- مقدمه و تعریف مسئله

قوانین مکانیک کوانتومی، سبب تحمیل محدودیت‌هایی در سرعت تحول سامانه‌های کوانتومی می‌شود. بنابراین می‌توان یک حد پایین برای سرعت تحول یک سامانه کوانتومی بدست آورد . بیشینه نرخ تحول در اصل همان کمینه زمانی است که یک سامانه نیاز دارد تا بین دو حالت مجزا تحول یابد. به این نرخ بیشینه، زمان حد سرعت کوانتومی[۱] (به اختصار τ_{QSL}) اطلاق می‌شود[۱].

یکی از عواملی که سبب ایجاد تحول در حالت سامانه کوانتومی می‌شود، برهم‌کنش آن با محیط پیرامونش است [۲]. از این‌رو ارائه راه حلی جهت تعیین حد سرعت کوانتومی برای یک سامانه کوانتومی باز، همواره مورد توجه فیزیکدانان بوده است [۵-۳]. تعیین این زمان کمینه معیار مناسبی جهت سنجش قدرت پردازشگرهای کوانتومی در مقابله با واهمدوسی ارائه خواهد داد [۶]. بنابراین در علم اطلاع‌رسانی کوانتومی تعیین زمان حد سرعت کوانتومی از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است.

رهیافت به‌کار گرفته شده در این پژوهش، برای محاسبه حد سرعت کوانتومی، بر پایه رهیافت هندسی که اخیرا توسط لوتز و دِفنِر[۲] مطرح گردیده استوار است [۵]. در این روش زمان حد سرعت کوانتومی، به طور عام، برای یک سامانه کوانتومی باز برحسب نرم عملگری، نرم رد و نرم هیلبرت-اشمیت به صورت زیر بدست می‌آید :

$$\tau_{QSL} = \max\left\{\frac{1}{\Lambda_\tau^{\mathrm{op}}}, \frac{1}{\Lambda_\tau^{\mathrm{tr}}}, \frac{1}{\Lambda_\tau^{\mathrm{hs}}}\right\} \sin^2 \; D_A \; \hat{\rho}_0, \hat{\rho}_\tau \qquad (۱)$$

که در آن

$$\Lambda_\tau^{\mathrm{op,tr,hs}} = \frac{1}{\tau}\int_0^\tau \mathrm{d}t \left\| \mathcal{L}_t \; \hat{\rho}_t \right\|_{\mathrm{op,tr,hs}} . \qquad (۲)$$

هم‌چنین $D_A \; \hat{\rho}_0, \hat{\rho}_\tau$ زاویه هندسی بین دو عملگر چگالی اولیه و نهایی است که تحت عنوان زاویه بورس[۳] شناخته شده و به صورت زیر تعریف می‌شود [۱]:

$$D_A \; \hat{\rho}_0, \hat{\rho}_\tau \; = \arccos \sqrt{\langle \psi_0 | \hat{\rho}_\tau | \psi_0 \rangle} \; . \qquad (۳)$$

همچنین $\mathcal{L}_t$ نشان‌دهنده ابرعملگر لیویل می‌باشد. نکته حائز اهمیت در این رهیافت، فرض خالص بودن حالت اولیه سامانه است، به‌گونه‌ایی که $\hat{\rho}_0 = |\psi_0\rangle\langle\psi_0|$. این فرض در کلیت مسئله خللی ایجاد نمی‌کند. زیرا حالت‌های آمیخته را نیز می‌توان با استفاده از شیوه خالص سازی، به یک حالت خالص تبدیل کرد.

همان‌طور که قبلا نیز اشاره کردیم، رابطه (۱) برای هر سامانه باز کوانتومی قابل استفاده است. سامانه باز مورد بررسی در این پژوهش، دو نقطه کوانتومی جفت‌شده هستند که هر نقطه در این سامانه دارای یک الکترون اضافی است و این الکترون با محیطی متشکل از فونون-های شبکه در برهم‌کنش است. این سامانه اولین بار توسط لاس و دیوینچِنزو[۴] جهت انجام فرایند اطلاع‌رسانی کوانتومی به کمک اسپین الکترون محصور در نقطه کوانتومی پیشنهاد و به کار گرفته شد [۷]. هامیلتونی این سامانه به صورت زیر است :

$$\hat{H} = \overbrace{\hat{H}_{\mathrm{Heis}} + \hat{H}_B}^{\hat{H}_S} + \hat{H}_E + \hat{H}_I . \qquad (۴)$$

$\hat{H}_S$ در معادله اخیر، هامیلتونی مختص سامانه است که خود شامل دو هامیلتونی $\hat{H}_{\mathrm{Heis}}$ و $\hat{H}_B$ می‌شود. $\hat{H}_{\mathrm{Heis}}$ هامیلتونی هایزنبرگ نام دارد که بر اساس الگوی هابارد[۵]، برهم‌کنش اسپین دو الکترون موجود در سامانه را به صورت زیر بدست می‌دهد [۸]:

$$\hat{H}_{\mathrm{Heis}} = J \; t \; \hat{\mathbf{S}}_1 . \hat{\mathbf{S}}_2 \qquad (۵)$$

که $J \; t \; = 4t_0^2 \; t \; / u$ در آن، ثابت جفت‌شدگی تبادلی نام دارد. u در این رابطه، نماینده دافعه کولنی بین دو الکترون است. توجه کنید که در کل روند این مقاله، زیرنویس ۱ نشان دهنده عملگر مربوط به نقطه کوانتومی ۱ و زیرنویس ۲ نشان دهنده عملگر مربوط به نقطه کوانتومی ۲ است. $\hat{H}_B$ ، هامیلتونی برهم‌کنش اسپین دو الکترون با میدان مغناطیسی خارجی $\hat{\mathbf{B}}$ عمود بر سطح دو

---

[۱] Quantum speed limit time

[۲] Lutz and Deffner

[۳] Bures angel

[۴] Loss and DiVincenzo

[۵] Hubbard model

[Downloaded from www.opsi.ir on 2025-06-11]

نقطه کوانتومی را توصیف می‌کند که اگر $\hat{\mathbf{B}}$ یک میدان مغناطیسی ایستا، یکنواخت و در جهت z اختیار کنیم، برابر می‌شود با (μ_B مگنتون بوهر و g ضریب ژیرومغناطیسی الکترون هستند) :

$$\hat{H}_B = \frac{g\mu_B}{\hbar}\sum_{i=1}^{2}\hat{\mathbf{S}}_i.\hat{\mathbf{B}} = \frac{g\mu_B}{\hbar}\ \hat{S}_1^z + \hat{S}_2^z\ \ \hat{B}_z. \quad (۶)$$

$\hat{H}_E$، هامیلتونی مختص محیط است که چون محیط در این مسئله یک حمام فونونی است، می‌توان آن‌را بر حسب عملگرهای خلق و فنای بوزونی $\hat{a}$ و $\hat{a}^\dagger$ به صورت زیر نوشت [۹]:

$$\hat{H}_E = \sum_{\xi,i,j}\hbar\omega_\xi^{ij}\hat{a}_{\xi,i,j}^\dagger\hat{a}_{\xi,i,j}. \quad (۷)$$

ω_ξ^{ij}، در این رابطه، بسامد مدξ ام است. زیرنویس $i=1,2$ نشان دهنده شماره نقطه کوانتومی و زیرنویس $j=x,y,z$ نشان دهنده جهت‌های فضایی در مسئله هستند. در این‌جا برای ساده سازی محاسبات، فرض را بر این قرار می‌دهیم که محیط به صورت همگن، مساوی و مستقل روی هر یک از دو نقطه کوانتومی اثر می‌کند.

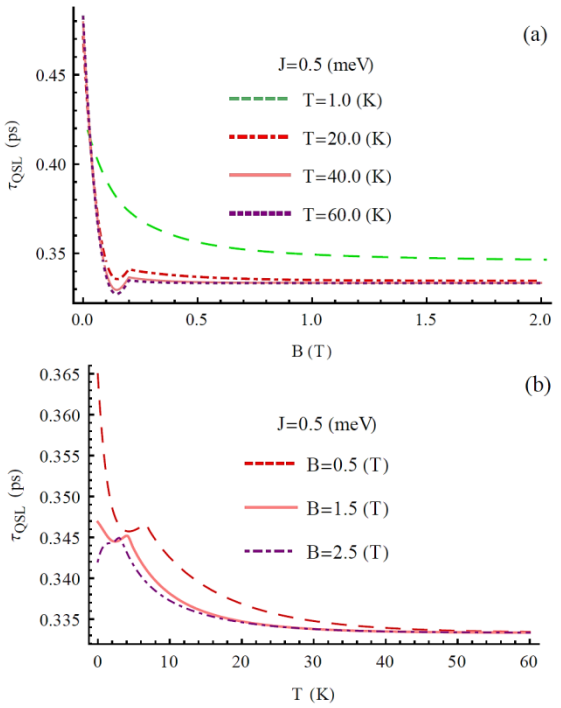
$\hat{H}_I$، مربوط به برهم‌کنش اسپین دو الکترون سامانه با یک محیط فونونی است و به صورت :

$$\hat{H}_I = \lambda\sum_{i=1}^{2}\hat{\mathbf{S}}_i.\hat{\mathbf{B}}_i\ \ t \quad (۸)$$

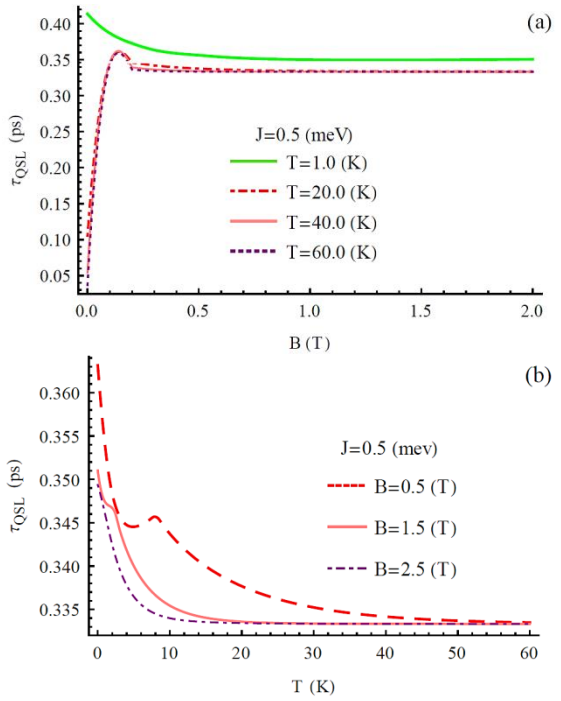
تعریف می‌شودکه در آن [۷]

$$\hat{\mathbf{B}}_i^j\ \ t\ = \sum_\xi g_\xi^{ij}\ \ \hat{a}_{\xi,i,j}e^{-i\omega_\xi t} + \hat{a}_{\xi,i,j}^\dagger e^{i\omega_\xi t}\ . \quad (۹)$$

ما با استفاده از روابط ارائه شده برای قسمت‌های مختلف هامیلتونی کل، ماتریس چگالی کاهش یافته سامانه را در پایه‌های استاندارد $|00\rangle,|01\rangle,|10\rangle,|11\rangle$ بدست آورده و با جایگذاری آن در معادله (۲) و سپس جایگذاری معادله (۲) در (۱) ، حد سرعت کوانتومی را برای سامانه دو نقطه کوانتومی جفت‌شده ، بدست آوردیم. در نمودارهای زیر اثر دو پارامتر کنترلی میدان مغناطیسی و دما بر روی زمان حد سرعت کوانتومی، برای دو حالت خالص اولیه $|\psi_0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\ |01\rangle + |10\rangle$ و $|\psi_0\rangle = |01\rangle$ قابل مشاهده است.



شکل ۱: τ_{QSL} برای مقادیر مختلف دما و میدان مغناطیسی به ازای حالت اولیه $|\psi_0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\ |01\rangle + |10\rangle$.



شکل ۲: τ_{QSL} برای حالت اولیه $|\psi_0\rangle = |01\rangle$ به ازای مقادیر مختلف دما و میدان مغناطیسی.

۲- تحلیل نمودارها

به طور کلی، تاثیر میدان مغناطیسی روی اسپین الکترون،

[Downloaded from www.opsi.ir on 2025-06-11]

به زاویه نسبی بین جهت‌گیری اولیه راستای اسپین و راستای اعمال میدان مغناطیسی بستگی دارد. اگر میدان مغناطیسی اعمالی هم جهت با راستای اسپین اعمال شود، سبب حفظ جهت اسپین و در نتیجه حفظ اطلاعات فازی سامانه می‌شود. بنابراین انتظار داریم حد سرعت کوانتومی افزایش و در نتیجه نرخ واهمدوسی کاهش یابد. اما اگر میدان مغناطیسی اعمالی در جهتی غیر از راستای اسپین اعمال شود، سبب تغییر جهت اسپین و در نتیجه از دست رفتن اطلاعات فازی سامانه می‌شود. بنابراین انتظار داریم حد سرعت کوانتومی کاهش و در نتیجه نرخ واهمدوسی افزایش یابد. با این توضیحات دلیل تفاوت رفتار در روند کلی نمودارهای (a) در دو شکل (۱) و (۲) قابل توجیه است.

روند نزولی نمودار(a) شکل(۱) نشان از تاثیر مخرب میدان مغناطیسی بر همدوسی سامانه اسپینی است. روند این تاثیر مخرب با افزایش دما شدت یافته؛ به گونه‌ایی که به ازای دمای (K) ۱٫۰ شاهد کم‌ترین و به ازای دمای ۶۰٫۰ (K) شاهد بیش‌ترین دامنه تغییرات حد سرعت کوانتومی هستیم.

نمودار (a) شکل (۲) در تمامی دماها روند یکسانی ندارد. در این نمودار تاثیر میدان مغناطیسی روی حد سرعت کوانتومی تا دمای (K) ۱٫۰ مخرب و پس از آن سازنده است. در واقع افزایش بی‌نظمی ناشی از افزایش دما سبب همسان‌سازی راستای اسپین و میدان مغناطیسی شده و در نتیجه نرخ واهمدوسی به ازای دماهای بالاتر کاهش می‌یابد.

به طور کلی، افزایش دما سبب افزایش بی‌نظمی و در نتیجه تصادفی شدن فاز کت حالت اولیه سامانه می‌گردد. بنابراین انتظار داریم که با افزایش دما، زمان حد سرعت کوانتومی کاهش و در نتیجه نرخ واهمدوسی سامانه افزایش یابد. با این توضیح، روند نزولی نمودارهای (b) در دو شکل (۱) و (۲) قابل توجیه است. تاثیر اعمال شرایط اولیه متفاوت، تنها در دامنه تغییرات حد سرعت کوانتومی به ازای یک میدان مغناطیسی معین مشاهده می‌شود.

۳- نتایج و جمع‌بندی

به طور کلی نتایج حاصل از بررسی تاثیر دو پارامتر کنترلی خارجی، یعنی دما و میدان مغناطیسی، بر روی حد سرعت کوانتومی و متعاقبا همدوسی حالت اولیه سامانه دو نقطه کوانتومی جفت‌شده که در این پژوهش مورد بررسی قرار گرفت را می‌توان به این صورت خلاصه کرد :

۱- افزایش دما به دلیل افزایش بی‌نظمی، همواره سبب از بین رفتن همدوسی حالت اولیه سامانه می‌شود. این نتیجه به انتخاب حالت اولیه سامانه بستگی نداشته و همواره برقرار است.

۲- تاثیر افزایش میدان مغناطیسی روی واهمدوسی کاملا وابسته به انتخاب حالت اولیه سامانه است. در بررسی‌های ما تاثیر این عامل، به تنهایی، روی حالت اولیه متقارن و پادمتقارن اسپینی مخرب بود. اما اگر این عامل را با افزایش دما همزمان کنیم، تاثیری سازنده را هنگامی که حالت اولیه اسپینی سامانه پادمتقارن انتخاب شده است مشاهده می‌کنیم.

۳- با توجه به کلیه نمودارهای ارائه شده، بهترین شرایط کنترلی یا به عبارت دیگر، ماکزیمم زمان حد سرعت کوانتومی، حدودا در دماهایی کمتر از (K) ۵٫۰ و میدان‌های مغناطیسی کمتر از (T) ۰٫۲۵ رخ می‌دهد.

مراجع

[۱] Taddei M. r. M., Escher B. M., Davidovich L., de Matos Filho R. L., *Quantum speed limit for physical processes*, **Phys. Rev. Lett.** ۱۱۰ (۲۰۱۳) ۰۵۰۴۰۲.

[۲] Chirolli L., Burkard G., *Decoherence in solid-state qubits*, **Adv. Phys.** ۵۷ (۲۰۰۸) ۲۲۵-۲۸۵.

[۳] Huelga S. F., Plenio M. B., Egusquiza I. L., del Campo A., *Quantum speed limits in open system dynamics*, **Phys. Rev. Lett.** ۱۱۰ (۲۰۱۳) ۰۵۰۴۰۳.

[٤] Vaidman L., *Minimum time for the evolution to an orthogonal quantum state*, **Am. J. Phys.** ٦۰ (۱۹۹۲) ۱۸۲.

[٥] Margolus N., Levitin L. B., *The maximum speed of dynamical evolution*, **Phys. D.** ۱۲۰ (۱۹۹۸) ۱۸۸-۱۸۹.

[٦] Lutz E., Deffner S., *Quantum speed limit for non-Markovian dynamics*, **Phys. Rev. Lett.** ۱۱۱ (۲۰۱۳) ۰۱۰۴۰۲.

[۷] Loss D., DiVincenzo D. P., *Quantum computation with quantum dots*, **Phys. Rev. A** ۵۷ (۱۹۹۸) ۱۲۰-۱۲٦.

[۸] Ashcroft N. W., Mermin N. D., *Solid State Physics*, p. ٦۸۱, Saunders College Publishing, ۱۹۷٦.

[۹] Schlosshauer M. A., *Decoherence: And the Quantum-To-Classical Transition*, Springer Berlin, ۲۰۰۷.

[Downloaded from www.opsi.ir on 2025-06-11]