

بیست و یکمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران و هفتمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران ۲۳ تا ۲۵ دی ماه ۱۳۹۳، دانشگاه شهید بهشتی



تاثیر دما و میدان مغناطیسی بر حد سرعت کوانتومی در سامانه دو نقطه کوانتومی حفتشده

زهرا کریمی، مالک باقری هارونی

اصفهان ، خيابان هزار جريب ، دانشگاه اصفهان ، دانشكده علوم يايه ، گروه فيزيک

چکیده – در این مقاله زمان حد سرعت کوانتومی به عنوان پارامتری برای مطالعه پدیده واهمدوسی مورد مطالعه قرار گرفته است. تاثیر دو پارامتر کنترلی خارجی یعنی دما و میدان مغناطیسی بر روی حد سرعت کوانتومی و همدوسی در سامانه دو نقطه کوانتومی جفتشده بررسی شده است. مشاهده می شود که افزایش دما سبب کاهش حد سرعت کوانتومی و در نتیجه افزایش نرخ واهمدوسی می گردد. بر خلاف دما، تاثیر افزایش میدان مغناطیسی همواره ثابت نیست و بسته به حالت اولیه سامانه می تواند اثری مخرب یا سازنده بر روی حد سرعت کوانتومی و در نتیجه نرخ واهمدوسی داشته باشد.

كليد واژه- حد سرعت كوانتومي، نقاط كوانتومي جفتشده ، واهمدوسي

Influence of temperature and magnetic field on the quantum speed limit in a coupled quantum dots system

Zahra Karimi, Malek Bagheri Harouni

Department of Physics, Faculty of Science, University of Isfahan, Hezar Jerib St. Isfahan A1V۶۴-V۳۴۴), Iran

Abstract- In the present contribution, the quantum speed limit time, as a useful parameter for investigating the quantum decoherence, is studied. The influence of temperature and magnetic field on the quantum speed limit and coherence in a coupled quantum dot system is investigated. Our finding reveals that temperature decreasing will lead to quantum speed limit decrement and consequently the decoherence rate increment. In contrast to the temperature, the magnetic field impact does not follow a same scenario, whereas the role of magnetic field depends on the initial state. Depending on the initial state, the magnetic field may possess a destructive or constructive role on the quantum speed limit or the decoherence rate.

Keywords: Quantum speed limit, Coupled quantum dots, Decoherence

۱- مقدمه و تعريف مسئله

قوانین مکانیک کوانتومی، سبب تحمیل محدودیتهایی در سرعت تحول سامانههای کوانتومی میشود. بنابراین میتوان یک حد پایین برای سرعت تحول یک سامانه کوانتومی بدست آورد . بیشینه نرخ تحول در اصل همان کمینه زمانی است که یک سامانه نیاز دارد تا بین دو حالت مجزا تحول یابد. به این نرخ بیشینه، زمان حد سرعت کوانتومی⁽ (به اختصار τ_{QSL}) اطلاق میشود[۱].

یکی از عواملی که سبب ایجاد تحول در حالت سامانه کوانتومی می شود، برهم کنش آن با محیط پیرامونش است [7]. از این رو ارائه راه حلی جهت تعیین حد سرعت کوانتومی برای یک سامانه کوانتومی باز، همواره مورد توجه فیزیکدانان بوده است [۵–۳]. تعیین این زمان کمینه معیار مناسبی جهت سنجش قدرت پردازشگرهای کوانتومی در مقابله با واهمدوسی ارائه خواهد داد [۶]. بنابراین در علم اطلاع رسانی کوانتومی تعیین زمان حد سرعت کوانتومی از اهمیت ویژه ای برخوردار است.

رهیافت به کار گرفته شده در این پژوهش، برای محاسبه حد سرعت کوانتومی، بر پایه رهیافت هندسی که اخیرا توسط لوتز و دفنِر^۲ مطرح گردیده استوار است [۵]. در این روش زمان حد سرعت کوانتومی، به طور عام، برای یک سامانه کوانتومی باز برحسب نرم عملگری، نرم رد و نرم هیلبرت-اشمیت به صورت زیر بدست میآید:

$$\tau_{QSL} = \max\left\{\frac{1}{\Lambda_{\tau}^{\text{op}}}, \frac{1}{\Lambda_{\tau}^{\text{tr}}}, \frac{1}{\Lambda_{\tau}^{\text{hs}}}\right\} \sin^2 D_A \hat{\rho}_0, \hat{\rho}_{\tau} \quad (1)$$

که در آن

$$\Lambda_{\tau}^{\text{op,tr,hs}} = \frac{1}{\tau} \int_{0}^{\tau} \mathrm{d}t \left\| \mathcal{L}_{t} \ \hat{\rho}_{t} \right\|_{\text{op,tr,hs}}.$$
 (7)

همچنین $\hat{
ho}_{0}, \hat{
ho}_{\tau}$ زاویه هندسی بین دو عملگر چگالی اولیه و نهایی است که تحت عنوان زاویه بورس^۳ شناخته شده و به صورت زیر تعریف می شود [۱]:

Quantum speed limit time '

Lutz and Deffner ^r

Bures angel "

$$D_A \hat{\rho}_0, \hat{\rho}_{\tau} = \arccos \sqrt{\langle \psi_0 | \hat{\rho}_{\tau} | \psi_0 \rangle} .$$
 (7)

همچنین \mathcal{L}_{t} نشاندهنده ابرعملگر لیویل میباشد. نکته حائز اهمیت در این رهیافت، فرض خالص بودن حالت اولیه سامانه است، به گونهایی که $\left|\psi_{0}
ight
angle \left|\psi_{0}
igh$

همان طور که قبلا نیز اشاره کردیم، رابطه (۱) برای هر سامانه باز کوانتومی قابل استفاده است. سامانه باز مورد بررسی در این پژوهش، دو نقطه کوانتومی جفت شده هستند که هر نقطه در این سامانه دارای یک الکترون اضافی است و این الکترون با محیطی متشکل از فونون-های شبکه در برهم کنش است. این سامانه اولین بار های شبکه در برهم کنش است. این سامانه اولین بار کوانتومی به کمک اسپین الکترون محصور در نقطه کوانتومی پیشنهاد و به کار گرفته شد [۷]. هامیلتونی این سامانه به صورت زیر است :

$$\hat{H} = \overbrace{\hat{H}_{\text{Heis}} + \hat{H}_B}^{\hat{H}_S} + \hat{H}_E + \hat{H}_I. \tag{(f)}$$

 \hat{H}_{s} در معادله اخیر، هامیلتونی مختص سامانه است که خود شامل دو هامیلتونی \hat{H}_{Heis} و \hat{H}_{a} میشود. \hat{H}_{Heis} ، هامیلتونی هایزنبرگ نام دارد که بر اساس الگوی هابارد^ه ، برهم کنش اسپین دو الکترون موجود در سامانه را به صورت زیر بدست میدهد [۸]:

$$\hat{H}_{\text{Heis}} = J \ t \ \hat{\mathbf{S}}_1 \cdot \hat{\mathbf{S}}_2 \tag{(a)}$$

که $J t = 4t_0^2 t / u$ در آن، ثابت جفتشدگی تبادلی نام دارد. u در این رابطه، نماینده دافعه کولنی بین دو الکترون است. توجه کنید که در کل روند این مقاله، زیرنویس ۱ نشان دهنده عملگر مربوط به نقطه کوانتومی ۱ و زیرنویس ۲ نشان دهنده عملگر مربوط به نقطه کوانتومی ۲ است. \hat{H}_B ، هامیلتونی برهمکنش اسپین دو الکترون با میدان مغناطیسی خارجی $\hat{\mathbf{B}}$ عمود بر سطح دو

> Loss and DiVincenzo[†] Hubbard model[△]

نقطه کوانتومی را توصیف میکند که اگر $\hat{\mathbf{B}}$ یک میدان مغناطیسی ایستا، یکنواخت و در جهت z اختیار کنیم، برابر می شود با (μ_B مگنتون بوهر و g ضریب ژيرومغناطيسي الكترون هستند) :

$$\hat{H}_{B} = \frac{g\mu_{B}}{\hbar} \sum_{i=1}^{2} \hat{\mathbf{S}}_{i} \cdot \hat{\mathbf{B}} = \frac{g\mu_{B}}{\hbar} \hat{S}_{1}^{z} + \hat{S}_{2}^{z} \hat{B}_{z} \cdot \boldsymbol{S}_{2}$$
 (9)

، هامیلتونی مختص محیط است که چون محیط در $\hat{H}_{_E}$ این مسئله یک حمام فونونی است، می توان آنرا بر حسب عملگرهای خلق و فنای بوزونی \hat{a} و \hat{a}^{\dagger} به صورت زیر نوشت [۹]:

$$\hat{H}_{E} = \sum_{\xi,i,j} \hbar \omega_{\xi}^{ij} \hat{a}_{\xi,i,j}^{\dagger} \hat{a}_{\xi,i,j}.$$
 (Y)

، در این رابطه، بسامد مد ξ ام است. زیرنویس ω^y_{ξ} نشان دهنده شماره نقطه کوانتومی و زیرنویس $i\!=\!1,2$ نشان دهنده جهتهای فضایی در مسئله j=x,y,zهستند. در اینجا برای ساده سازی محاسبات، فرض را بر این قرار میدهیم که محیط به صورت همگن، مساوی و مستقل روی هر یک از دو نقطه کوانتومی اثر می کند.

، مربوط به برهم کنش اسپین دو الکترون سامانه با \hat{H}_{I} یک محیط فونونی است و به صورت :

$$\hat{H}_{I} = \lambda \sum_{i=1}^{2} \hat{\mathbf{S}}_{i} \hat{\mathbf{B}}_{i} t \qquad (\lambda)$$

تعریف می شود که در آن [۷]

$$\hat{\mathbf{B}}_{i}^{j} t = \sum_{\xi} g_{\xi}^{ij} \hat{a}_{\xi,i,j} e^{-i\omega_{\xi}t} + \hat{a}_{\xi,i,j}^{\dagger} e^{i\omega_{\xi}t} .$$
 (9)

ما با استفاده از روابط ارائه شده برای قسمتهای مختلف هامیلتونی کل، ماتریس چگالی کاهش یافته سامانه را در یایههای استاندارد $|00\rangle, |01\rangle, |10\rangle, |11\rangle$ بدست آورده و با جایگذاری آن در معادله (۲) و سپس جایگذاری معادله (۲) در (۱) ، حد سرعت کوانتومی را برای سامانه دو نقطه کوانتومی جفتشده ، بدست آوردیم. در نمودارهای زیر اثر دو پارامتر کنترلی میدان مغناطیسی و دما بر روی زمان حد سرعت کوانتومی، برای دو حالت خالص اوليه $\left|\psi_{0}
ight
angle \!=\! rac{1}{\sqrt{2}} \left|01
ight
angle \!+\! \left|10
ight
angle$ و

-- B=0.5 (T)

---- B=2.5 (T)

40

مقادیر مختلف دما و میدان مغناطیسی.

۲- تحليل نمودارها

20

10

30

T (K) شکل ۲: au_{ost} برای حالت اولیه $\left|\psi_{0}
ight
angle = \left|01
ight
angle$ به ازای au_{ost}

به طور كلى، تاثير ميدان مغناطيسي روى اسپين الكترون،

B=1.5(T)

SO 0.345

0.340

0.335

به زاویه نسبی بین جهتگیری اولیه راستای اسپین و راستای اعمال میدان مغناطیسی بستگی دارد. اگر میدان مغناطیسی اعمالی هم جهت با راستای اسپین اعمال شود، سبب حفظ جهت اسپین و در نتیجه حفظ اطلاعات فازی سامانه میشود. بنابراین انتظار داریم حد سرعت کوانتومی افزایش و در نتیجه نرخ واهمدوسی کاهش یابد. اما اگر میدان مغناطیسی اعمالی در جهتی غیر از راستای اسپین اعمال شود، سبب تغییر جهت اسپین و در نتیجه از دست رفتن اطلاعات فازی سامانه میشود. بنابراین انتظار داریم رفتن اطلاعات فازی سامانه میشود. بنابراین انتظار داریم افزایش یابد. با این توضیحات دلیل تفاوت رفتار در روند کلی نمودارهای (a) در دو شکل (۱) و (۲) قابل توجیه است.

روند نزولی نمودار (۵) شکل (۱) نشان از تاثیر مخرب میدان مغناطیسی بر همدوسی سامانه اسپینی است. روند این تاثیر مخرب با افزایش دما شدت یافته؛ به گونهایی که به ازای دمای (K) ۱٫۰ شاهد کم ترین و به ازای دمای ۶۰٫۰ (K) شاهد بیش ترین دامنه تغییرات حد سرعت کوانتومی هستیم.

نمودار (a) شکل (۲) در تمامی دماها روند یکسانی ندارد. در این نمودار تاثیر میدان مغناطیسی روی حد سرعت کوانتومی تا دمای (K) ۱٫۰ مخرب و پس از آن سازنده است. در واقع افزایش بینظمی ناشی از افزایش دما سبب همسانسازی راستای اسپین و میدان مغناطیسی شده و در نتیجه نرخ واهمدوسی به ازای دماهای بالاتر کاهش مییابد.

به طور کلی، افزایش دما سبب افزایش بینظمی و در نتیجه تصادفی شدن فاز کت حالت اولیه سامانه می گردد. بنابراین انتظار داریم که با افزایش دما، زمان حد سرعت کوانتومی کاهش و در نتیجه نرخ واهمدوسی سامانه افزایش یابد. با این توضیح، روند نزولی نمودارهای (b) در دو شکل (1) و (۲) قابل توجیه است. تاثیر اعمال شرایط اولیه متفاوت، تنها در دامنه تغییرات حد سرعت کوانتومی به ازای یک میدان مغناطیسی معین مشاهده می شود.

۳- نتایج و جمع بندی

به طور کلی نتایج حاصل از بررسی تاثیر دو پارامتر کنترلی خارجی، یعنی دما و میدان مغناطیسی، بر روی حد سرعت کوانتومی و متعاقبا همدوسی حالت اولیه سامانه دو نقطه کوانتومی جفتشده که در این پژوهش

مورد بررسی قرار گرفت را میتوان به این صورت خلاصه کرد :

 ۱- افزایش دما به دلیل افزایش بینظمی، همواره سبب از بین رفتن همدوسی حالت اولیه سامانه میشود. این نتیجه به انتخاب حالت اولیه سامانه بستگی نداشته و همواره برقرار است.

۲- تاثیر افزایش میدان مغناطیسی روی واهمدوسی کاملا وابسته به انتخاب حالت اولیه سامانه است. در بررسیهای ما تاثیر این عامل، به تنهایی، روی حالت اولیه متقارن و پادمتقارن اسپینی مخرب بود. اما اگر این عامل را با افزایش دما همزمان کنیم، تاثیری سازنده را هنگامی که حالت اولیه اسپینی سامانه پادمتقارن انتخاب شده است مشاهده میکنیم.

۳- با توجه به کلیه نمودارهای ارائه شده، بهترین شرایط کنترلی یا به عبارت دیگر، ماکزیمم زمان حد سرعت کوانتومی، حدودا در دماهایی کمتر از (K) ۵٫۰ و میدان-های مغناطیسی کمتر از (T) ۰٫۲۵ رخ میدهد.

مراجع

- [1] Taddei M. r. M., Escher B. M., Davidovich L., de Matos Filho R. L., *Quantum speed limit for physical processes*, Phys. Rev. Lett. 11 (1117) 1015 11.
- [γ] Chirolli L., Burkard G., *Decoherence in solid-state qubits*, Adv. Phys. $\circ \gamma (\gamma \cdot \cdot \lambda) \gamma \gamma \circ \gamma \lambda \circ$.
- [⁷] Huelga S. F., Plenio M. B., Egusquiza I. L., del Campo A., *Quantum speed limits in open system dynamics*, Phys. Rev. Lett. 11 (1 · 17) · 0 · 2 · 5 · 7.
- [²] Vaidman L., Minimum time for the evolution to an orthogonal quantum state, Am. J. Phys. ^て・(¹⁹⁹) いんて
- [^o] Margolus N., Levitin L. B., The maximum speed of dynamical evolution, Phys. D. 17. (199Å) 14A-149.
- [1] Lutz E., Deffner S., Quantum speed limit for non-Markovian dynamics, Phys. Rev. Lett. 111 (Y • 1), • 1 • 5 • Y.
- [^V] Loss D., DiVincenzo D. P., Quantum computation with quantum dots, Phys. Rev. A [○]V (199Å) 17.-177.
- [^A] Ashcroft N. W., Mermin N. D., Solid State Physics, p. ^{1A1}, Saunders College Publishing, 1977.
- [9] Schlosshauer M. A., Decoherence: And the Quantum-To-Classical Transition, Springer Berlin, Y. . V.