



بیست و یکمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران
و هفتمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران
۲۳ تا ۲۵ دی ماه ۱۳۹۳، دانشگاه شهید بهشتی



انتشار امواج الکتروستاتیک الکترون- یون در نانولوله های کربنی تک جداره

علیرضا عبدی کیان^۱، عاطفه فلاح^۲، زهرا صفی^۲

^۱استادیار فیزیک، دانشگاه ملایر

^۲دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشگاه ملایر

براساس معادلات هیدرودینامیکی کوانتومی یک موج الکتروستاتیکی را از درون یک نانولوله کربنی که با پلاسمای دو مولفه‌ای پر شده- است در حضور میدان مغناطیسی محوری عبور می دهیم و به دنبال آن رابطه‌ی پاشندگی را بدست می آوریم. در نتیجه به دو شاخه تقسیم می شود (آکوستیکی و اپتیکی). رابطه پاشندگی دو مداخلی برای k متفاوت رسم و مقایسه شده‌اند.

کلید واژه: امواج الکتروستاتیک، رابطه پاشندگی، کربن نانولوله، معادلات هیدرودینامیکی کوانتومی مغناطیسی

Propagation of Electrostatic Waves of electron– ion in single-walled carbon nanotubes

Alireza Abdikian¹, Atefe Fallah², Zahra Safi²

¹Assistant Professor Physics, University of Malayer

²Master of Science, University of Malayer

Based on the quantum hydrodynamic equations electrostatic, waves propagate through a carbon nanotube filled by two component plasma in the presence of magnetic field. By driving the dispersion relation, it is shown that those dispersions divided to two branches (acoustic and optical). The dispersion relations are plotted for two principle modes and for different k and compared each other.

Keywords:

Electrostatic Waves, Dispersion relation, carbon nanotubes, Quantum Magneto-Hydrodynamic Equations

۱- مقدمه

کارهای پژوهشی لانگموئیر زمینه‌ی جدیدی در فیزیک به عنوان پلاسما را به وجود آورد. نام پلاسما در سال ۱۹۲۸ توسط لانگموئیر برای یک ستون مثبت درلوله‌ی تخلیه استفاده شد، که آن ناحیه شامل تعداد مساوی از یون‌ها و الکترون‌ها بود [1]. پلاسما گاز شبه خنثی‌ای از ذرات باردار و خنثی است که رفتار جمعی از خود ارائه می‌دهد اجزا پلاسما حتی در فواصل دور نیروئی بر همدیگر وارد می‌کنند. همین نیروی کولنی با برد بلند است که به پلاسما، مجموعه‌ی وسیعی از انواع حرکات ممکن را عرضه کرده است. منظور ما از رفتار جمعی حرکاتی است که نه تنها به شرایط موضعی بلکه به حالت پلاسما در مناطق دور نیز بستگی دارد [2]. از نظر فیزیکی به نوسانات و تحریکات دسته جمعی گاز الکترونی یا پلاسما که با بسامد فرکانس پلاسمایی انجام می‌شود پلاسمون می‌گویند [3]. در سال ۱۹۹۱ ایچیمایا از شرکت NEC ژاپن، نانولوله‌های کربنی را مشاهده نمود و از آن زمان به طور جدی مورد مطالعه قرار گرفت [4]. نانولوله‌های کربنی، شکل جدیدی از کربن خالص هستند که شامل یک شبکه‌ی شش ضلعی از اتم‌های کربنند و لوله‌های استوانه‌ای شکل یکپارچه را تشکیل می‌دهند. دو دسته‌ی اصلی نانولوله‌های کربنی شامل نانولوله‌های کربنی تک دیواره و نانولوله‌های کربنی چنددیواره هستند [5]. تا به امروز مطالعات بسیاری در زمینه تحریکات جمعی الکترون‌ها در نانولوله‌ها صورت گرفته است در مقاله‌ی حاضر از معادلات هیدرودینامیکی کوانتومی (QHD) استفاده کرده‌ایم. با خطی کردن معادلات و صرف نظر کردن از آثار غیرخطی به دنبال یافتن رابطه پاشندگی جفت شده در نانولوله تک جداره هنگامی که در آن دوسیال پلاسمایی در حضور میدان مغناطیسی قرار گرفته‌اند هستیم.

۲- معادلات پایه

یک نانولوله‌ی کربنی با شعاع R بینهایت بلند و باریک در میدان مغناطیسی محوری $\vec{B} = B_0 \hat{z}$ که با یک ستون پلاسمای دوسیالی پر شده است در نظر می‌گیریم. با استفاده از معادلات هیدرودینامیکی کوانتومی بدست می‌آوریم [۷۶]

$$\frac{\partial n_j}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (n_j \vec{v}_j) = 0 \quad (۱)$$

$$\frac{\partial \vec{v}_j}{\partial t} + (\vec{v}_j \cdot \vec{\nabla}) \vec{v}_j = \frac{e_j}{M_j} (\vec{\nabla} \phi + \vec{v}_j \times \vec{B}) - \frac{\vec{\nabla} P}{M_j n_j} + \frac{\hbar^2}{2M_j^2} \vec{\nabla} \left(\frac{\nabla^2}{\sqrt{n_j}} \sqrt{n_j} \right) \quad (۲)$$

که در آن اندیس $j = e, i$ به e الکترون و i یون بر می‌گردد. n بیانگر چگالی ذرات، P بیانگر فشار ذرات، M جرم ذرات و $e_e = -e$ بار الکترون و $e_i = e$ بار یون و $\hbar$ ثابت پلانک هستند. در ادامه، معادله پواسون را داریم

$$\nabla^2 \phi = \frac{e}{\epsilon_0} (n_i - n_e) \quad (۳)$$

که در آن ϵ_0 ثابت دی الکتریک خلا و در حالت تعادل $n_{0e} = n_{0i}$ چگالی عددی تعادلی الکترون با یون برابر است. در محاسبات آتی فرض می‌کنیم که پلاسما سرد بوده و در آن فشار حرارتی نادیده گرفته شده است و با خطی سازی داریم

$$\nabla^2 \phi_1 = \frac{e}{\epsilon_0} (n_{i1} - n_{e1}) \quad (۴)$$

$$\frac{\partial n_{1j}}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (n_{1j} \vec{v}_{1j}) = 0 \quad (۵)$$

$$\frac{\partial \vec{v}_{1j}}{\partial t} = \frac{e}{M_j} \vec{\nabla} \phi_1 - \Omega_j \vec{v}_{i1} \times \hat{z} + \frac{\hbar^2}{4m^2 n_{0j}} \vec{\nabla} (\nabla^2 n_{1j}) \quad (۶)$$

که n_{1j} ، v_{1j} و ϕ_1 به ترتیب چگالی اختلالی ذرات، سرعت اختلالی و پتانسیل اختلالی الکتروستاتیکی و $\Omega_e = \omega_c = eB_0/M_e$ فرکانس سیکلوترونی الکترون و $\Omega_i = \Omega_c = -eB_0/M_i$ فرکانس سیکلوترونی یون هستند. قسمت کوانتومی، پتانسیل بوهم تقریباً برابر است با

$$\frac{\nabla^2}{\sqrt{n_j}} \sqrt{n_j} \approx \frac{1}{2n_{0j}} \nabla^2 n_{1j} \quad (۷)$$

که برای تقریب $n_{1j} \ll n_{0j}$ بدست آورده شده است [۶]. همانطور که مشاهده می‌شود، معادلات برای ذرات الکترون و یون مشابه هستند. پس برای الکترون محاسبه نموده و بطور مشابه برای یون از آن استفاده کنیم. مولفه سرعت در راستای z معادله (۶) را با استفاده از رابطه (۵) حذف می‌کنیم

$$a_e = \frac{\hbar^2}{4m_e^2 n_{e0}} \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + \omega_{ce}^2 \right) \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) (\nabla^2) + \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + \omega_{ce}^2 \right) \frac{1}{n_{e0}} \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \frac{\hbar^2}{4m_e^2 n_{e0}} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \nabla_{\perp}^2 (\nabla^2)$$

که در آن به ترتیب $\omega_p^2 = e^2 n_{0e} / (M_e \epsilon_0)$ و $\Omega_p^2 = e^2 n_{0i} / (M_i \epsilon_0)$ فرکانس الکترونی پلاسما و فرکانس یونی پلاسما است.

۲-۱- معادلات پراکندگی خطی

برای حل معادله‌ی (۱۲) جواب پتانسیل را به صورت $\phi = \hat{\phi}_1 \exp[i(k_z z - \omega t)]$ در نظر میگیریم که k_z و ω عدد موج در راستای محور z ها و فرکانس زاویه‌ای میباشند. با قرار دادن رابطه بالا در معادله (۱۲) رابطه پاشندگی کوانتومی را بدست می‌آوریم:

$$\begin{aligned} & (-k^2) \omega^8 + \omega^6 \{ k^2 (\omega_p^2 + \Omega_p^2 + \omega_c^2 + \Omega_c^2) \\ & + k^6 (\lambda_{qi}^4 \Omega_p^2 + \lambda_{qe}^4 \omega_p^2) \} + \omega^4 \{ (-\lambda_{qe}^4 \lambda_{qi}^2 \omega_p^2 \Omega_p^2) k^{10} \\ & - k^6 (\lambda_{qi}^4 \Omega_p^2 \omega_p^2 + \lambda_{qe}^4 \omega_p^2 \Omega_p^2 + \lambda_{qe}^4 \omega_p^2 \Omega_c^2 + \lambda_{qi}^2 \Omega_p^2 \omega_c^2) \\ & - k^4 k_z^2 (\lambda_{qe}^4 \omega_p^2 \omega_c^2 + \lambda_{qi}^4 \Omega_p^2 \Omega_c^2) - k^2 \{ \omega_c^2 \Omega_c^2 + \omega_p^2 \Omega_c^2 \\ & + \Omega_p^2 \omega_c^2 \} - k_z^2 (\omega_c^2 \omega_p^2 + \Omega_p^2 \Omega_c^2) \} + \omega^2 \{ k^8 k_z^2 \\ & (\lambda_{qe}^4 \lambda_{qi}^4 \Omega_p^2 \omega_p^2 \omega_c^2 + \lambda_{qe}^4 \lambda_{qi}^4 \omega_p^2 \Omega_p^2 \Omega_c^2) + k^4 k_z^2 \\ & [(\lambda_{qi}^4 \Omega_p^2 \omega_p^2 + \lambda_{qe}^4 \omega_p^2 \Omega_p^2) (\omega_c^2) + (\lambda_{qi}^4 \omega_p^2 \Omega_p^2 + \\ & \lambda_{qe}^4 \omega_p^2 \Omega_p^2) (\Omega_c^2) + \omega_c^2 \Omega_c^2 (\lambda_{qi}^4 \Omega_p^2 + \lambda_{qe}^4 \omega_p^2)] + \\ & k_z^2 \Omega_c^2 \omega_c^2 (\omega_p^2 + \Omega_p^2) \} - \omega_c^2 \Omega_c^2 k_z^4 k^2 (\lambda_{qi}^4 \omega_p^2 \Omega_p^2 \\ & + \lambda_{qe}^4 \omega_p^2 \Omega_p^2) - k_z^4 k^6 \omega_c^2 \Omega_c^2 \Omega_p^2 \omega_p^2 \lambda_{qe}^4 \lambda_{qi}^4 \} = 0 \end{aligned}$$

(13)

و عدد موج کل که ترکیبی از عدد موج محوری و عدد موج در راستای عمودی است

$$k^2 = k_{\perp}^2 + k_z^2$$

۳- نمودارها

با استفاده از نرم افزار ممتیکا به رسم رابطه پاشندگی می پردازیم در شکل (۱) یک نانولوله باشعاع محدود شده $R = 5R_b$ رسم شده است. مد آکوستیکی به ازای k_z های کوچک (λ های بلند) به سمت صفر و به صورت خطی و به ازای k_z های بزرگ (λ های کوچک) به یک مقدار ثابت مجانبی میل میکند.

$$\frac{-e}{m} \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \phi_1 + \frac{\hbar^2}{4m^2 n_{e0}} \frac{\partial^2}{\partial z^2} (\nabla^2 n_{e1}) \quad (8)$$

$$+ \frac{1}{n_{e0}} \frac{\partial^2 n_{e1}}{\partial t^2} + \frac{\partial}{\partial t} \nabla_{\perp} \cdot v_{e1\perp} = 0$$

و با استفاده از معادله عمودی (۶) و گرفتن دیورژانس و کرل از مولفه ی عمودی (۶) و با ادغام آن دو داریم

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + \omega_c^2 \right) \nabla_{\perp} \cdot v_{e1\perp} = \frac{-e}{m} \frac{\partial}{\partial t} (\nabla_{\perp}^2 \phi_1) \\ & + \frac{\hbar^2}{4m^2 n_{e0}} \frac{\partial}{\partial t} \nabla_{\perp}^2 (\nabla^2 n_{e1}) \end{aligned} \quad (9)$$

حال با استفاده از (۸) و (۹) برای الکترون داریم

$$\begin{aligned} & \frac{-e}{m} \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + \omega_c^2 \right) \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \phi_1 \\ & + \frac{\hbar^2}{4m^2 n_{e0}} \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + \omega_c^2 \right) \frac{\partial^2}{\partial z^2} (\nabla^2 n_{e1}) + \\ & \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + \omega_c^2 \right) \frac{1}{n_{e0}} \frac{\partial^2 n_{e1}}{\partial t^2} + \frac{-e}{m} \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\nabla_{\perp}^2 \phi_1) \\ & + \frac{\hbar^2}{4m^2 n_{e0}} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \nabla_{\perp}^2 (\nabla^2 n_{e1}) = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

و بطور مشابه برای یون

$$\begin{aligned} & \frac{e}{M} \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + \Omega_c^2 \right) \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \phi_1 \\ & + \frac{\hbar^2}{4M^2 n_{i0}} \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + \Omega_c^2 \right) \frac{\partial^2}{\partial z^2} (\nabla^2 n_{i1}) + \\ & \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + \Omega_c^2 \right) \frac{1}{n_{i0}} \frac{\partial^2 n_{i1}}{\partial t^2} + \frac{e}{M} \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\nabla_{\perp}^2 \phi_1) \\ & + \frac{\hbar^2}{4M^2 n_{i0}} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \nabla_{\perp}^2 (\nabla^2 n_{i1}) = 0 \end{aligned} \quad (11)$$

با استفاده از معادله ۴ داریم

$$\begin{aligned} & \{ a_e \frac{e}{M} \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + \Omega_c^2 \right) + a_i \frac{e}{m} \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + \omega_c^2 \right) \} \\ & + \{ a_e a_i \} \frac{\epsilon_0}{e} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \phi_1 + \\ & \{ a_e \frac{e}{M} \frac{\partial^2}{\partial t^2} + a_i \left(\frac{e}{m} \right) \frac{\partial^2}{\partial t^2} + a_e a \frac{\epsilon_0}{e} \} \nabla_{\perp}^2 \phi_1 = 0 \end{aligned} \quad (12)$$

که در آن ضرایب a_i و a_e بصورت زیر تعریف می‌شوند

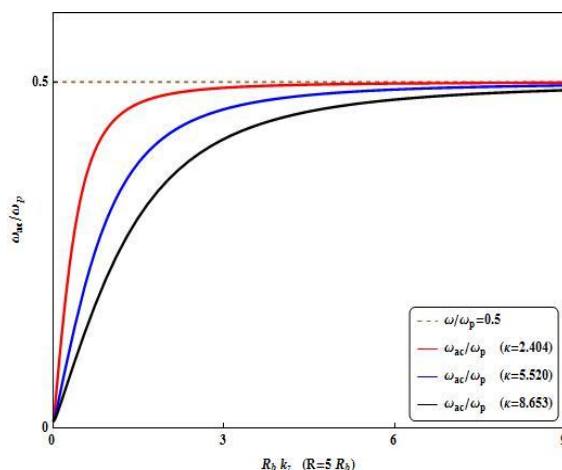
$$\begin{aligned} a_i &= \frac{\hbar^2}{4m_i^2 n_{i0}} \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + \omega_{ci}^2 \right) \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) (\nabla^2) + \\ & \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + \omega_{ci}^2 \right) \frac{1}{n_{i0}} \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \frac{\hbar^2}{4m_i^2 n_{i0}} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \nabla_{\perp}^2 (\nabla^2) \end{aligned}$$

نانولوله‌هایی با k کوچک است. و در مد اپتیکی هر چه k بزرگتر باشد قدرمطلق شیب تغییرات کمتر است

مراجع

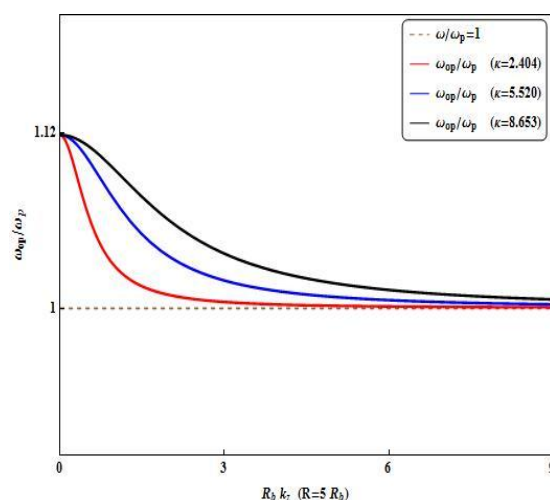
- [1] ابروی چانچال، مقدمه ای بر پلاسمای غیر مغناطیسی انتشارات علمی دانشگاه آزاد اسلامی اراک ۱۳۸۹
- [۲] اف.چن، مقدمه ای بر فیزیک پلاسمای همجوشی کنترل شده، دانشگاه تبریز، ۱۳۸۱
- [3] علیرضا ذوالفقاری، کبری نصیری اوانکی، حسین ذوالفقاری- جویا، پریسا پورحسین، نانو تیوب های کربنی بر هم کنش با سیال، ناشر دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی
- [4] ناصر پیغمبریان، استفان کوچ، آندره مزپروچ، مقدمه ای بر نور شناخت نیم رسانا

- [5] Sweeney, A.E, Seal, and raidyana than, P. "The Promises and Perils of nanoscience and nanotechnology" Bulletin of science, Technology & Society, 23, (2003)
- [6] H. Tercas, J. T. Mendonca, and P. K. Shukla, "Quantum Trivelpiece-Gould waves in a magnetized dense plasma 2008.
- [7] L. Stenflo, P. K. Shukla, and M. Marklund, "New low frequency oscillations in quantum dusty plasmas 2006",



نمودار ۱: مد آکوستیکی برای نانو لوله کربنی با شعاع ثابت $R = 5R_D$ در میدان مغناطیسی $\omega_c / \omega_p = 0.5$ با k های متفاوت

در شکل (۲) در حد k_z های بزرگ (λ های کوچک) یک نانولوله با شعاع محدود شده $R = 5R_D$ با k های متفاوت به خط مجانبی مشترک میل می‌کند. و در حد k_z های کوچک (λ های بزرگ) نانو لوله با شعاع مشخص و با k های متفاوت به یک مقدار ثابت میل می‌کند و رفتار غیر خطی دارند.



نمودار ۲: مد اپتیکی برای نانو لوله کربنی با شعاع ثابت $R = 5R_D$ در دو میدان مغناطیسی $\omega_c / \omega_p = 0.5$ با k های متفاوت

۲- نتیجه‌گیری

با استفاده معادلات هیدرودینامیکی کوانتومی به بررسی انتشار امواج الکترواستاتیک در یک نانو لوله که از پلاسمای پر شده بود پرداختیم و روابط پاشندگی را محاسبه نمودیم. با رسم این روابط یافتیم که در مد آکوستیکی برای k های بزرگتر تغییرات مد نسبت به k_z ملایم‌تر از