

بیست و یکمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران و هفتمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران ۲۳ تا ۲۵ دی ماه ۱۳۹۳، دانشگاه شهید بهشتی



شبیه سازی فرآیند بازسازی جبهه موج بر مبنای تبدیل فوریه تکراری در سامانه اپتیک تطبیقی

ابوالحسن مبشری^{۲۰۱}، حمید رضا فلاح^{۳۰۱}، مرتضی حاجی محمود زاده ^{۳۰۱}

۱ –دانشگاه اصفهان– گروه فیزیک ۲– دانشگاه صنعتی مالک اشتر — پژوهشکده اپتیک و لیزر ۳– دانشگاه اصفهان– گروه پژوهشی اپتیک کوانتومی

چکیده –در سامانه های اپتیک تطبیقی بازسازی جبهه موج با استفاده از شیب فاز به دست آمده از حسگر، یکی از مهمترین مراحل تصحیح است. سرعت و دقت این مرحله تعیین کننده کارآمدی سامانه است. با افزایش تعداد محرکهای آینه دگردیس پذیر، به دلیل حجم زیاد محاسباتدر روش متداول بازیابی فاز، فرآیند تصحیح دچار خطا میشود. در این حالت یکی از روشهای جایگزین، استفاده از تبدیل فوریه تکراری برای بازسازی جبهه موج است. در این مقاله سه رابطه برای بازیابی فاز پرتو گوسی منتشر شده در جو متلاطم به روش تبدیل فوریه تکراری برای بازسازی جبهه موج است. در این مقاله سه رابطه برای بازیابی فاز پرتو گوسی منتشر شده در جو متلاطم به بالاترین مقدار نسبت استرل را نتیجه میدهد.

كليد واژه- اپتيك تطبيقي، الگوريتم تبديل فوريه تكراري، بازسازي جبهه موج، نسبت استرل، هندسه فريد.

Simulation of wavefront reconstruction process based on iterative Fourier transforms in Adaptive Optics systems

Abolhasan Mobashery^{1,2}, Hamidreza Fallah^{1,3}, Morteza Hajimahmoodzadeh^{1,3}

1-Physics Department, University of Isfahan

2-Optics and Laser research center- Malek ashtar University of technology

3-Quantum Optics Research Groups, University of Isfahan

Abstract- In Adaptive optics (AO) systems, the most important stage of reconstruction process is wavefront reconstruction based on wavefront slopes. Speed and accuracy of this stage determine AO efficiency. Because of computational burden in the traditional method of wavefront reconstruction, when the numbers of mirror's actuators are increase, reconstruction process will have some errors. An alternative method for wavefront reconstruction is iterative Fourier transforms (IFT). In this article three different equations were investigated in IFT algorithms to reconstruct propagated Gaussian beam in turbulent atmosphere. Simulations show that the reconstructed wavefront based on Fried geometry has bigger Strehl ratio.

Keywords: Adaptive Optics, Iterative Fourier Transforms algorithm, wavefront reconstruction, Strehl ratio, fried geometry

این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت <u>www.opsi.ir</u> قابل دسترسی باشد.

۱– مقدمه

نوری که در یک محیط متلاطم منتشر می شود، در اثر تغییرات موضعی ضریب شکست دچار ابیراهی می شود. برای از بین بردن ابیراهی های دینامیک جبهه موج از فناوری اپتیک تطبیقی استفاده می شود. سه بخش اصلی سامانه های اپتیک تطبیقی عبارتند از حسگر جبهه موج که ابیراهی فاز جبهه موج را آشکارسازی می کند، بخش تصحیح کننده مثل آینه تغییر شکل پذیر که ابیراهی فاز جبهه موج را ازبین می برد و واحد کنترل که سیگنال مورد نیاز آینه تغییر شکل پذیر را با استفاده از اطلاعات حسگر جبهه موج فراهم می کند.

اطلاعات شیب جبهه موج توسط مجموعهای از معادلات خطی به فاز جبهه موج مربوط می شوند که واحد کنترل با حل این معادلات، سیگنال فرمان برای محرکهای آینه را فراهم می کند. دو روش برای حل این معادلات وجود دارد که عبارتند از روش ضرب ماتریسی بردارها [۱] و روش تکراری مبتنی بر تبدیل فوریه [۲]. روش ضرب ماتریسی بردارها در مقایسه با روش تبدیل فوریه تکراری شامل حجم بیشتری از محاسبات است و برای شامل حجم بیشتری از محاسبات است و برای سیستمهایی که درجات آزادی زیاد (تعداد محرکهای زیاد) دارند مناسب نیست. در این مقاله بازیابی فاز با استفاده از تبدیل فوریه تکراری مورد بررسی قرار گرفته است.

۲- الگوریتم تبدیل فوریه تکراری

در این الگوریتم شیبهای موضعی به دست آمده از حسگر شک – هارتمن ورودی اولیه را تشکیل می دهد. با محاسبه تبدیل فوریه شیبها، آنها به فضای فرکانس منتقل می شوند. در فضای فرکانس با استفاده از روابطی که در ادامه بیان می شود، فاز جبهه موج محاسبه می شود و تبدیل فوریه معکوس، فاز را در فضای مکان محاسبه می کند. برای تعیین درستی فاز به دست آمده در این مرحله، شیب جبهه موج بازسازی شده تعیین می شود و با شیبهای به دست آمده از حسگر جبهه موج مقایسه می شود. به عبارت دیگر معیار خطای در نظر گرفته شده ریشه مربع اختلاف بین شیب اندازه گیری شده و شیب محاسبه شده است. در صورتی که مقدار خطای به دست آمده قابل قبول باشد، جبهه موج به دست آمده به عنوان

بعدی الگوریتم، مقدار شیبهای اندازه گیری شده به جای مقادیر محاسبه شده جایگزین میشود و فرآیند قبلی تکرار میشود. اندازه گیری شیبها معمولا در دهانهای دایرهای انجام میشود ولی محاسبات تبدیلهای فوریه روی یک آرایه مربعی انجام میشود. بنابراین هنگام جایگزین کردن مقادیر شیب، صرفا مقادیری از شیب که در ناحیه دایرهای مساحت حسگر قرار دارند جایگزین میشوند و مقادیر شیب در نواحی خارج از آن بدون تغییر باقی میمانند. شکل (۱) فوچارت این الگوریتم را نشان میدهد.



شكل ۱- فلوچارت الگوريتم تبديل فوريه تكرارى

۳- رابطه فاز در فضای مکان و فرکانس فضایی

جبهه موج (W(x,y را در دستگاه مختصات دکارتی درنظر می گیریم با استفاده از توابع سینوسی (سری فوریه) به عنوان مجموعه پایه، بسط جبهه موج به صورت زیر نوشته می شود.

 $W(x,y) = \iint a(u,v)\exp(j2\pi k.r)dk \qquad (\Upsilon)$

a(u, v) فرکانس فضایی و (u, v) ،dk = dudv
خرائب بسط در فضای فرکانس فضایی است. از دو طرف ضرائب بسط در فضای فرکانس فضایی است. از دو طرف رابطه (۲) نسبت به x و y مشتق می گیریم و با توجه اینکه مشتق سری فوریه است داریم:
a(u, v) = -j ^{ubu(u,v)+vbv(u,v)}</sup>/_{2\pi(u²+v²)} (۳)
(۳) که (u, v) و (u, v) ضرائب تبدیل فوریه مشتق تابع که (x, y) هستند. براساس این رابطه با در اختیار داشتن تبدیل فوریه شیب تابع جبهه موج (w(x,y) می توان

ضرائب بسط تبدیل فوریه تابع W(x,y) را به دست آورد. محاسبه تبدیل فوریه معکوس، جبهه موج در فضای مکان را نتیجه می دهد.

شیبهای موضعی جبهه موج توسط حسگر شک-هارتمن در موقعیتهای گسستهای اندازه گیری میشوند و سیستم کنترل، براساس این شیبهای اندازهگیری شده، فاز را تعیین می کند. براساس موقعیت نقاط فاز نسبت به شیبها، هندسههای مختلف درنظر گرفته میشود که مهمترین آنها عبارتند از هندسه فرید و هندسه هادگین[۳]. درهندسه فرید میانگین فاز بین دو نقطه مجاور به عنوان فاز فرض میشود، در حال که در هندسه درنظر گرفته میشود. با محاسبه تبدیل فوریه گسسته از رابطههای شیب و استفاده از ویژگی جابجایی در تبدیل فوریه میتوان رابطه فاز را به صورتی متفاوت از رابطه (۳)

$$\ddot{\phi}(u,v) = \begin{pmatrix} 0 & u, v = 0, u, v = \frac{N}{2} \\ \left\{ \left[\exp\left(\frac{-j2\pi u}{N}\right) - 1 \right] \left[\exp\left(\frac{j2\pi v}{N}\right) + 1 \right] \ddot{S}_{x}^{F}(u,v) \\ + \left[\exp\left(\frac{-j2\pi v}{N}\right) - 1 \right] \left[\exp\left(\frac{j2\pi u}{N}\right) + 1 \right] \ddot{S}_{y}^{F}(u,v) \right\} \\ \times \left[8 \left(\sin^{2}\left(\frac{\pi u}{N}\right) \cos^{2}\left(\frac{\pi v}{N}\right) + \sin^{2}\left(\frac{\pi v}{N}\right) \cos^{2}\left(\frac{\pi u}{N}\right) \right) \right]^{-1}$$

که (S^F_x (u,v و (U,v) S^F_y تبدیل فوریه S^F_x و S^F_y است و N تعداد نقاط نمونهگیری را نشان میدهد. روشی مشابه را میتوان برای هندسه هادگین به کار برد که نتیجه آن عباتست از [۴]:

$$\begin{cases} 0 & \ddot{\phi}(u,v) = \\ u,v = 0 \\ \left\{ \left[\exp\left(\frac{-j2\pi u}{N}\right) - 1 \right] \ddot{S}_{x}^{H}(u,v) + \left[\exp\left(\frac{-j2\pi v}{N}\right) - 1 \right] \ddot{S}_{y}^{H}(u,v) \right\} \\ \times \left[4 \left(\sin^{2}\left(\frac{\pi u}{N}\right) + \sin^{2}\frac{\pi v}{N} \right) \right]^{-1} \end{cases}$$

که $S_x^H(u,v)$ و $S_x^H(u,v)$ تبدیل فوریه S_x^H , $S_x^H(u,v)$ را نشان می دهد. با محاسبه تبدیل فوریه وارون روابط (۴) و (۵) می توان فاز را به دست آورد. اکنون دو دسته معادله در اختیار داریم که با استفاده از آنها می توان فاز جبهه موج را در الگوریتم تکراری تبدیل فوریه تعیین کرد. در این مقاله اثر بازیابی فاز با استفاده از این روابط با یکدیگر مقایسه می شود.

۴- شبیه سازی

برای انجام شبیه سازی، انتشار پرتو گوسی با طول موج برای انجام شبیه سازی، انتشار پرتو گوسی با طول موج $\lambda=0.5\mu$ m در طول ۲۰Km در جو متلاطم در نظر گرفته شده است. در این شبیه سازی برای نشان دادن آشفتگی جوی ۲۰ صفحه فازی یکسان با فاصله m ۲۰۰۰ در نظر گرفته شده است که بر اساس آمار فون کارمن با مقیاس بیرونی m ۲۰۰ ساخته شدهاند. قدرت تلاطم با استفاده از بیرونی m ۲۰۰ ساخته شدهاند. قدرت تلاطم با استفاده از مقادیر مختلف ثابت ساختار ضریب شکست (C_n^2) کنترل شده است. مقادیر C_n^2 بین $C_n^{2/3}$ m تا 10^{-16} m $10^{-2/3}$ شده است. مقادیر C_n^2 میاد است. در فاصله انتشار $7^{-2/3}$ در نظر گرفته شده است. در فاصله انتشار m ۲۰ Km این مقادیر C_n^2 معادل با پارامتر فرید در بازه m 20.145 m این مقادیر C_n^2 معادل با پارامتر فرید در بازه m 20.145 m می دهد که در این شبیه سازی شرایط تلاطم ضعیف در نظر گرفته شده است[۵].

شکل (۲) دامنه جبهه موج قبل و بعد از انتشار در جوی . با قدرت تلاطم $c_n^{2}=1 \times 10^{-16} m^{-2/3}$ را نشان می دهد.





شکل (۲) دامنه پرتو گوسی قبل و بعد از انتشار در جو متلاطم

با استفاده از حسگر شک-هارتمن شبیه سازی شده با آرایه ۳۲×۳۲، اطلاعات شیب فاز به عنوان ورودی الگوریتم محاسبه شده است. با ورود شیب اندازهگیری

شده به الگوریتم، پس از ۵۰ مرتبه تکرار الگوریتم، جبهه موج بازسازی شده به دست آمد. شکل (۳) تغییرات خطای بین شیب محاسبه شده و شیب اندازه گیری شده برای یک نمونه محاسبات را نشان میدهد. همانطور که دیده میشود استفاده از معادله (۴) کمترین خطا و در نتیجه بیشترین دقت را دارد، در حالی که هنگام استفاده از رابطه (۳) خطای بازسازی جبهه موج زیاد بوده و پس از چند مرحله تکرار، خطا به مقدار بیشتری نیز افزایش مییابد. برای سایر شبیه سازیها وضعیت خطا مشابه شکل (۳) است.



شکل ۳- خطای الگوریتم فوریه تکراری با استفاده از رابطه (۳) مربع، رابطه (۴)دایره و رابطه (۵) ستاره

نسبت استرل محاسبه شده برای جبهه موجهای به دست آمده از روابط (۳)، (۴) و (۵) در جوی با قدرت تلاطم $C_n^{2/3} = 1 \times 10^{-16} m^{-2/3}$ ، به ترتیب برابر است با : تلاطم ۰/۱۵ و ۰/۷۰. این اعداد نشان میدهد که جبهه موج بازسازی شده با استفاده از تبدیل فوریه تکراری در هندسه فرید بیشترین تشابه را با جبهه موج اولیه (شکل ۲-ب) دارد. شکل (۴) یک نمونه از جبهه موج بازسازی شده توسط رابطه ۴ را نشان میدهد.

جدول (۱) مقادیر نسبت استرل به دست آمده برای پرتوهای بازسازی شده که در شرایط مختلف قدرت تلاطم جو منتشر شدهاند را نشان میدهد. در این جدول به ازای هر مقدار ²n²، مقدار پارامتر فرید برای انتشار در مسافت ۲۰ Km نیز محاسبه شده است.



کل (۱) جبهه موج بازسازی شده نوسط رابطه (۱) با نسبت است ۰/۷۳

جدول ۱- تغییرات نسبت استرل جبهه موجهای بازسازی شده با استفاده از روابط (۳)، (۴) و (۵) بر حسب قدرت تلاطم جو

Cn ² (× 10 [•]	$r_0(m)$	Strehl ratio		
16 m ^{-2/3})		Equation	Equation	Equation
		3	4	5
١	0.145	0.15	0.73	0.70
2.22	0.089	0.11	0.61	0.56
3.44	0.069	0.10	0.47	0.39
4.67	0.057	0.06	0.31	0.24
5.8 ⁹	0.050	0.03	0.19	0.15
7.11	0.044	0.007	0.18	0.13
8.33	0.041	0.008	0.15	0.09
9.56	0.037	0.006	0.14	0.07
10.78	0.035	0.003	0.11	0.05
12.00	0.033	0.002	0.05	0.03

۵- نتیجه گیری:

روش متداول برای بازسازی جبهه موج در سامانه های اپتیک تطبیقی استفاده از ضرب ماتریسی بردارها است. برای سیستمهایی که درجه آزادی بیشتری دارند، استفاده از تبدیل فوریه تکراری باعث افزایش سرعت محاسبات میشود. در این روش استفاده از هندسه فرید برای محاسبه تبدیلات فوریه نسبت استرل بالاتری را نتیجه می دهد.

مراجع

- Jan Herrmann, "Least-squares wave front errors of minimum norm," J. Opt. Soc. Am. 70, 28-35 (1980)
- K. R. Freischlad and C. L. Koliopoulos, "Modal estimation of a wave front from difference measurements using the discrete Fourier transform," J. Opt. Soc. Am. A 3, pp. 1852–1861, Nov. (1986).
- R.K. Tyson, Principle of adaptive optics, 3rd edition, (CRC press 2003).
- L. A. Poyneer, D. T. Gavel, and J. M. Brase, "Fast wave-front reconstruction in large adaptive optics systems with use of the Fourier transform," J. Opt. Soc. Am. A 19, pp. 2100–2111, (2002).
- Larry C. Andrews, Ronald L. Phillips, Cynthia Y. Hopen, "Laser Beam Scintillation with Applications", (SPIE Press, 2001)