



بررسی اثر عدسی گرمایی بر انتشار پرتوی گاووسی تخت شده همدوس جزئی در لیزر Nd:YAG حالت جامد

الهام آل سعید، علیرضا کشاورز و محمدجواد کریمی

گروه فیزیک، دانشکده علوم، دانشگاه صنعتی شیراز، شیراز

چکیده - در این مقاله اثر عدسی گرمایی بر یک پرتوی گاووسی تخت شده همدوس جزئی هنگام عبور از یک کریستال $Nd:YAG$ استوانه‌ای شبیه‌سازی شده است. ابتدا معادله انتشار پرتوی گاووسی تخت شده همدوس جزئی از یک سیستم نوری پیرامحوری را با استفاده از ماتریس $ABCD$ می‌نویسیم. سپس معادله گرما برای $Nd:YAG$ که توسط لیزر دیودی از انتهای دمیده می‌شود را به صورت تحلیلی بدست می‌آوریم. با داشتن توزیع دما و معادله انتشار، به بررسی انتشار این پرتو در یک محیط عدسی گرمایی می‌پردازیم.

کلید واژه - پرتوی گاووسی تخت شده همدوس جزئی ، سیستم $ABCD$ ، محیط عدسی گرمایی

Investigation of influence of thermal lensing on the propagation of partially coherent flattened Gaussian beam in the Nd:YAG solid-state laser

Elham Alesadi, Alireza Keshavarz, Mohammad Javad Karimi

Department of Physics, Faculty of Sciences, Shiraz University of Technology, Shiraz

Abstract- In this work we simulate the effect of thermal lensing on propagation of partially coherent flattened Gaussian beam within Nd:YAG laser crystal. At first, an analytical solution of heat equation for an LD end-pumped Nd:YAG laser was derived. Then, an explicit and analytical formula for the propagation of partially coherent FGBs through a paraxial optical ABCD system is introduced. Finally, based on the temperature and equation of propagation, we can investigate the propagation of FGB's in a thermal lens medium.

Keywords: partially coherent flattened Gaussian beam; ABCD system; Thermal lens medium

$$\times \exp \left[-\frac{x_1^2 + x_2^2}{w_{0N}^2} - \frac{(x_1 - x_2)^2}{2\sigma_g^2} \right]$$

σ_g پهنه‌ای همدوسی عرضی، $w_{0N}^2 = w_0^2/N+1$ مرتبه N پرتو و w_0 پهنه‌ای پرتو می‌باشند.

با استفاده از انتگرال پراش تعمیم‌یافته هویگنس-فرنل انتشار چگالی سطح مقطع طیفی پرتوی همدوس جزئی در یک سیستم نوری با ماتریس ABCD به صورت زیر بدست می‌آید [۶]:

$$\begin{aligned} W_0(u_1, u_2; z) &= \frac{\pi}{\lambda B} \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^N \sum_{h=0}^{2m} \sum_{p=0}^{h/2} \binom{2m}{h} \\ &\times \frac{(-1)^p}{p!(h-2p)!} \frac{h!}{n!m!} \frac{2^{p-2n-3m-h/2}}{w_{0N}^{2m} w_{0N}^{2n} C_1^{m-p+h/2+1/2}} \\ &\times \frac{(i)^{-2n-2p}}{C_2^{n-p+h/2+1/2}} \left(\frac{1}{\sigma_g^2} \right)^{h-2p} \exp \left[-\frac{ikD}{2B} u_1^2 \right. \\ &\left. + \frac{ikD}{2B} u_2^2 - \frac{k^2 u_2^2}{4C_1 B^2} \right] \times \exp \left[-\frac{k^2}{4C_2 B^2} \right. \\ &\left. \times \left(u_1 - \frac{u_2}{2C_1 \sigma_g^2} \right)^2 \right] H_{2m-h} \left(\frac{ku_2}{B \sqrt{2C_1}} \right) H_{2n+h-2p} \\ &\times \left[\frac{k}{\sqrt{2C_1} B} \left(\frac{u_2}{2C_1 \sigma_g^2} - u_1 \right) \right] \end{aligned} \quad (2)$$

معادله (۲) فرمول تحلیلی چگالی سطح مقطع طیفی پرتوی FGB همدوس جزئی عوری از یک سیستم نوری با استفاده از ماتریس ABCD است. که C_1 و C_2 عبارتند از:

$$C_1 = \left(\frac{1}{w_{0N}^2} + \frac{1}{2\sigma_g^2} - \frac{ikA}{2B} \right) \quad (3)$$

$$C_2 = \left(\frac{1}{w_{0N}^2} + \frac{1}{2\sigma_g^2} + \frac{ikA}{2B} - \frac{1}{4C_1 \sigma_g^4} \right)$$

شدت تابش پرتوی همدوس جزئی با رابطه $I(x; z) = W(x, x; z)$ مشخص می‌شود. در بخش بعد ماتریس یک عدسی گرمایی را محاسبه می‌کنیم.

۱- مقدمه

در بسیاری از کاربردهای لیزر پرتوان وجود منابع لیزری با توزیع شدت تخت برخلاف توزیع شدت گاوی موردنیاز است. بنابراین در طول سال‌های اخیر توجه گسترده‌ای به پرتوها تخت و روش‌های تولید آن شده است.

چندین مدل به منظور توصیف پرتوی لیزری تخت ارائه شده است. مدل سوپر گاوی اولین مدل است. در سال ۱۹۹۴، گری (Gori) مدل دیگری به نام پرتوی گاوی تخت شده (FGB) معرفی کرد [۱]. از آن پس برروی انتشار این پرتوها در زمینه‌های نظری و تجربی کارهای بسیاری صورت گرفته است.

کیفیت خوب پرتوی لیزرهای پرتوان برای بسیاری از کاربردهای صنعتی لازم و ضروری است. اما اثرات گرمایی در لیزرهای حالت جامد باعث ایجاد عدسی گرمایی شده که در نتیجه آن میدان الکتریکی هنگام عبور از محیط، دچار اعوجاج می‌شود. این اعوجاج باعث کاهش کیفیت پرتو می‌گردد. بررسی اثر عدسی گرمایی بر پرتوهای اینس-گاوی و بسل-گاوی انجام گرفته است [۲ و ۳]. اما تاکنون این اثر بر پرتوی FGB بررسی نشده است. در مرجع [۴ و ۵] اثر عدسی گرمایی بر این گونه پرتوها را تنها با استفاده از ماتریس عدسی گرمایی شبیه‌سازی کرده‌ایم. در حال حاضر در این کار با حل معادله گرما و داشتن توزیع دما به بررسی این اثر بر پرتوی FGB می‌پردازیم.

به همین منظور ابتدا معادله انتشار حاکم بر پرتوی FGB همدوس جزئی را به وسیله ماتریس ABCD می‌نویسیم. سپس معادله گرما را به صورت تحلیلی حل می‌کنیم. با داشتن توزیع دما ماتریس ABCD یک محیط عدسی FGB گرمایی را بدست می‌آوریم. و در آخر انتشار پرتوی FGB همدوس جزئی را در محیط عدسی گرمایی شبیه‌سازی می‌کنیم. نتایج حاصله می‌توانند در طراحی لیزرهای

۲- مبانی نظری

چگالی سطح مقطع طیفی یک پرتوی FGB همدوس جزئی در $z=0$ به صورت زیر به دست می‌آید [۶]:

$$W(x_1, x_2; 0) = \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^N \frac{1}{n!m!} \left(\frac{x_1^2}{w_{0N}^2} \right)^n \left(\frac{x_2^2}{w_{0N}^2} \right)^m \quad (1)$$

شکست ناشی از عدسی گرمایی را به صورت زیر بنویسیم:

$$\Delta n(\rho, z) = \frac{\partial n}{\partial T} (T(\rho, z) - T(\rho_0, z)) \quad (9)$$

با بسط تابع بسل در معادله (7) و قرار دادن آن در (9) ضریب شکست به صورت زیر خواهد شد:

$$n(\rho, z) \approx n_0 (1 - \rho^2 \frac{1}{4n_0} \frac{\partial n}{\partial T} \sum_{i=0}^{\infty} t_i(z) v_i^2) \quad (10)$$

ضریب شکست یک محیط شبیه-عدسی عبارت است از
 $n(\rho, z) = n_0 (1 - \rho^2 \gamma^2 / 2)$

$$\gamma(z) = \sqrt{\frac{1}{2n_0} \frac{\partial n}{\partial T} \sum_{i=0}^{\infty} t_i(z) v_i^2} \quad (11)$$

از طریق γ یک پارامتر وابسته به z می‌شود.

به طور کلی ماتریس عدسی گرمایی عبارت است از:

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\gamma L) & \sin(\gamma L)/(m_0) \\ -m_0 \sin(\gamma L) & \cos(\gamma L) \end{pmatrix} \quad (12)$$

[۳] طول میله است. با استفاده از روش ارائه شده در میله کریستالی را به M تیغه نازک با ضخامت $\delta = L/M$ تقسیم می‌کنیم طوری که γ در هر تیغه یک مقدار ثابت اما متفاوت با تیغه مجاور باشد. با استفاده از (11) و (12) المان‌های ماتریسی مربوط به هر تیغه را حساب و در ماتریس‌های تیغه بعدی ضرب می‌کنیم تا ماتریس ABCD کلی محیط بدست آید.

۴- شبیه‌سازی

در اینجا شاعع $w_p = 100\mu m$, $\rho_0 = 1.5 mm$ و طول موج $\lambda = 1064\mu m$ در نظر گرفته شده است. شکل ۱ توزیع شدت FGB همدوس جزئی در $z=0$ است. شکل ۲ توزیع شدت یک FGB با γ ثابت (مستقل از z) در $z=5mm$ را نشان می‌دهد. در شکل ۳، γ وابسته به z و طول میله ۵mm در FGB نظر گرفته شده است. شکل ۴ توزیع شدت یک FGB همدوس جزئی با γ ثابت در $z=500mm$ را نشان می‌دهد. شکل ۵ توزیع شدت را زمانی که γ وابسته به z و طول

۳- ملاحظات گرمایی

فرض می‌کنیم که FGB به وسیله یک کریستال حالت-جامد که از انتهای تحت دمش گاوی است تولید می‌شود. برای بررسی اثر عدسی گرمایی بر FGB باید ماتریس ABCD محیط عدسی گرمایی را محاسبه کنیم.

معادله حاکم بر توزیع دما در حالت پایا عبارت است از:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial T}{\partial \rho} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = -\frac{S(\rho, z)}{K} \quad (5)$$

K رسانندگی گرمایی و ثابت است و $S(\rho, z)$ چگالی منبع گرمایی با Watt/m^3 می‌باشد. چشمم را به صورت $S(\rho, z) = S_0 \exp(-2\rho^2/w_p^2) \exp(-\alpha z)$ در نظر می‌گیریم. ثابت α ضریب جذب کریستال در طول موج دمش و اندازه لکه پرتوی دمش است. شرایط مرزی عبارتند از:

$$\begin{aligned} -K \frac{\partial \rho}{\partial T} \Big|_{\rho=\rho_0} &= h[T(\rho_0, z) - T_0] \\ K \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=0} &= h[T(\rho, 0) - T_0] \\ -K \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=L} &= h[T(\rho, L) - T_0] \end{aligned} \quad (6)$$

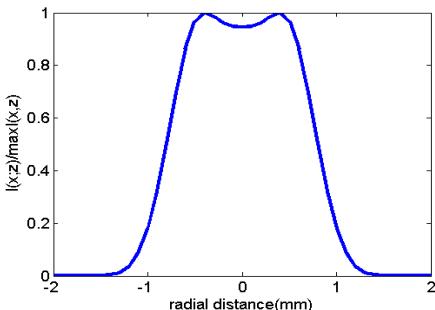
T_0 دمای مایع خنک‌کننده، h ضریب انتقال گرمایی و شعاع کریستال است. حل دقیق معادله (5) با استفاده از شرایط مرزی (6) توسط گروه یوسیویچ (Usievich) انجام گرفته است [۷]:

$$T(\rho, z) - T_0 = \sum_{i=0}^{\infty} t_i(z) J_0(v_i \rho) \quad (7)$$

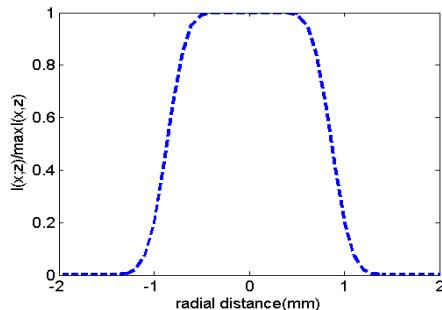
v_i ریشه‌های مثبت تابع $h J_0(v \rho_0) - K v J_1(v \rho_0) = 0$ و $t_i(z) = t_i^+ \exp(v_i z) + t_i^- \exp(-v_i z) + q_i \exp(-\alpha z)$ است. که

$$q_i = \frac{\int_0^{\rho_0} 2S_0 \exp\left(-\frac{2\rho^2}{w_p^2}\right) J_0(v_i \rho) \rho d\rho}{\rho_0^2 K(v_i^2 - \alpha^2) [J_0^2(v_i \rho) + J_1^2(v_i \rho)]} \quad (8)$$

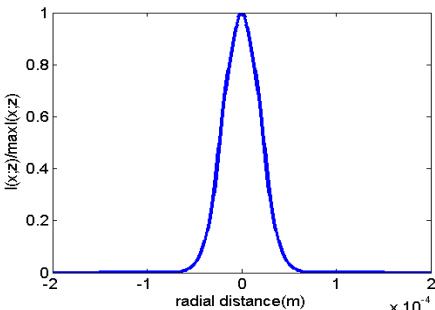
t_i^+ و t_i^- ضرایبی هستند که در شرایط مرزی (6) صدق می‌کنند. با پیدا کردن دما می‌توانیم تغییرات ضریب



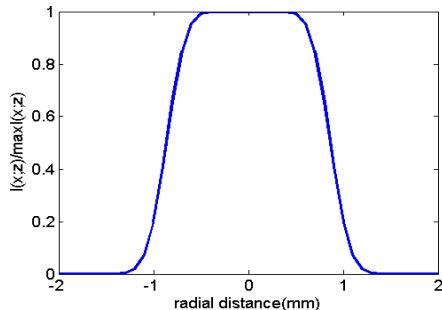
شکل ۴: توزیع شدت یک FGB همدوس جزئی با $\sigma=2\text{mm}$, $N=5$ و γ با ثابت $w_0=1\text{mm}$ در $z=L=500\text{mm}$



شکل ۱: توزیع شدت یک FGB همدوس جزئی با $\sigma=2\text{mm}$, $N=5$ و γ با ثابت $w_0=1\text{mm}$ در $z=0$



شکل ۵: توزیع شدت یک FGB همدوس جزئی با $\sigma=2\text{mm}$, $N=5$ و γ با ثابت $w_0=1\text{mm}$ در $z=L=500\text{mm}$

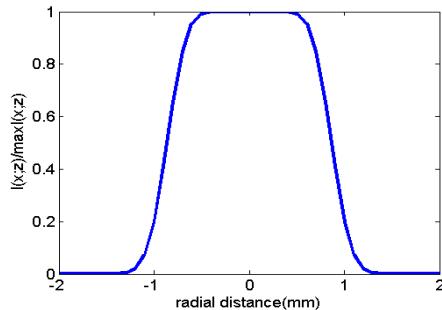


شکل ۲: توزیع شدت یک FGB همدوس جزئی با $\sigma=2\text{mm}$, $N=5$ و γ با ثابت $w_0=1\text{mm}$ در $z=L=5\text{mm}$

به مریختگی نمی‌شود. و اثرات گرمایی بر آن تأثیر چندانی ندارد. از این خاصیت می‌توان در طراحی لیزرهای حالت-جامد استفاده کرد.

مراجع

- [1] Gori F., *Flattened Gaussian beam*, *Opt. Commun.* 107 (1994) 335.
- [2] Xu T., Wang S., *Propagation of Ince-Gaussian beams in a thermal lens medium*, *Opt. Commun.* 265(2006) 1-5.
- [3] M. Sabaeian, H. Nadgaran, *Bessel-Gauss beams: Investigations of thermal effects*, *Opt. Commun.* 281 (2008) 672-678.
- [4] کشاورز، علیرضا، کریمی، محمدجواد، آل‌سعدي، الهام، انتشار پرتوی گاوسی تختشده در محیط عدسی گرمایی، نوزدهمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران و پنجمین کنفرانس مهندسی فوتونیک ایران، ۱۳۹۱.
- [5] آل‌سعدي، الهام، کشاورز، علیرضا، کریمی، محمدجواد، انتشار پرتوی گاوسی تختشده همدوس جزئی در محیط عدسی گرمایی، سومین همایش ملی مهندسی اپتیک و لیزر ایران، ۱۳۹۲.
- [6] Cai Y. and He S., *Partially coherent flattened Gaussian beam and its paraxial propagation properties*, *J. Opt. Soc. Am.* (2006) A, 23.
- [7] B.A. Usievich, V.A. Sychugov, F. Pigeon, A. Tishchenko, *Analytical Treatment of the Thermal Problem in Axially Pumped Solid-State Lasers*, *IEEE J. Quantum Electron.* 37 (2001) 1210.



شکل ۳: توزیع شدت یک FGB همدوس جزئی با $\sigma=2\text{mm}$, $N=5$ و γ با ثابت $w_0=1\text{mm}$ در $z=5$

میله ۵۰۰mm در نظر گرفته شده است بیان می‌کند.

۵- نتیجه‌گیری

با مقایسه شکل ۲ و ۳ متوجه می‌شویم که در نظر گرفتن تغییرات ضربی شکست در جهت z تأثیر بسزایی در تغییر کیفیت پرتو ندارد. اما مقایسه شکل ۴ و ۵ نشان می‌دهد که با افزایش طول میله باید تغییرات ضربی شکست در جهت z در نظر گرفته شود، البته آن هم برای L های بزرگ. با مقایسه شکل ۱ و ۲ یا ۱ و ۳ می‌بینیم که پرتوی FGB همدوس جزئی در حین انتشار در میله دچار