



بیست و یکمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران  
و هفتمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران  
۲۳ تا ۲۵ دی ماه ۱۳۹۳، دانشگاه شهید بهشتی



## ویژگی‌های غیر کلاسیکی در برهم‌کنش متوالی دو اتم سه ترازوی نوع $\Lambda$ با میدان تک‌مد همدوس با جفت‌شدگی وابسته به شدت

الهام فرجی<sup>۱</sup>، محمد کاظم توسلی<sup>۱</sup> و حمید رضا باغشاهی<sup>۱،۲،۳</sup>  
<sup>۱</sup> گروه اتمی و مولکولی، دانشکده فیزیک، دانشگاه یزد، یزد  
<sup>۲</sup> آزمایشگاه پردازش اطلاعات کوانتومی و رمزنگاری، دانشگاه یزد، یزد  
<sup>۳</sup> گروه فیزیک، دانشگاه ولی عصر (عج) رفسنجان، رفسنجان

چکیده - در مقاله حاضر براساس تعمیمی از مدل جینز-کامینگز، برهم‌کنش متوالی دو اتم سه ترازوی نوع  $\Lambda$  با یک میدان تک‌مد همدوس را در یک رژیم غیرخطی مورد بررسی قرار می‌دهیم به‌طوری‌که در هر لحظه فقط یک اتم در کاواک قرار دارد. پس از یافتن شکل دقیق تابع موج سامانه اتم-میدان، اثر جفت‌شدگی وابسته به شدت و پارامترهای نامیزانی را روی برخی از ویژگی‌های فیزیکی مانند درهم‌تنیدگی اتم-میدان، تابع توزیع شبه‌احتمال ویگنر و وارونی جمعیت اتمی ارزیابی کرده و از این طریق به تبیین طبیعت غیرکلاسیکی سامانه اتم-میدان می‌پردازیم.

کلید واژه - آنتروپی فون نویمان، جفت‌شدگی وابسته به شدت، ویژگی‌های غیرکلاسیکی.

## Nonclassicality Features of Two $\Lambda$ -Type Three-Level Atoms Interacting Consecutively with a Single-Mode Coherent Field in the Intensity- Dependent Coupling

Elham faraji<sup>1</sup>, Mohamad Kazem Tavassoly<sup>1,2</sup> and Hamid Reza Baghshahi<sup>1,2,3</sup>

<sup>1</sup> Atomic and Molecular Group, Faculty of Physics, Yazd University, Yazd  
<sup>2</sup> The Laboratory of Quantum Information Processing, Yazd University, Yazd  
<sup>3</sup> Department of Physics, Vali-e-Asr University of Rafsanjan, Rafsanjan

Abstract- In the present paper, via the generalized Jaynes-Cummings model we examine the consecutive interaction of two  $\Lambda$ -type three-level atoms with a single-mode coherent field in the intensity-dependent coupling regime such that at any time there exists only a single atom in the cavity. After deriving the accurate form of the atom-field wave function, we evaluate the influence of the intensity-dependent coupling and detuning parameters on a few physical properties like atom-field entanglement, Wigner quasi-probability distribution function and atomic population inversion. In this way, we establish the nonclassicality of the obtained atom-field system state.

Keywords: von Neumann entropy, Intensity-dependent coupling, Nonclassical properties.

## ۱- مقدمه

$$A_1 = \sum_{j=1}^3 \frac{k_j \mu_j e^{i(\mu_j + \Delta_2)t}}{g_2 \sqrt{n+1} f(n+1)}, \quad B_1 = \sum_{j=1}^3 k_j e^{i\mu_j t},$$

$$C_1 = \sum_{j=1}^3 k_j \left( \mu_j^2 + \Delta_2 \mu_j - g_2^2(n+1) f^2(n+1) \right) \times \frac{e^{i(\mu_j + \Delta_2 - \Delta_1)t}}{g_1 g_2(n+1) f^2(n+1)} \quad (۳)$$

با توجه به شرایط اولیه اتم و میدان که فرض شده است به ترتیب در حالت برانگیخته  $|e\rangle$  و همدوس

$$|\psi(t=0)\rangle_F = \sum_n F_n |n\rangle, \quad F_n = e^{-\bar{n}/2} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}}; \quad \bar{n} = |\alpha|^2 \quad (۴)$$

باشند، مقادیر  $k_j$  در (۳) به صورت زیر به دست می آید:

$$k_j = \frac{-\sqrt{n+1} g_2 f(n+1) F_n (\mu_l + \mu_k + \Delta_2)}{\mu_{jl} \mu_{jk}} \quad (۵)$$

به طوری که  $\mu_{jk} = \mu_j - \mu_k$  و  $j \neq k \neq l \neq 1, 2$  است. حال فرض می کنیم که اتم اول بعد از برهم کنش با میدان در مدت زمان  $t = t_1$  در حالت پایه اش آشکار شده است. در این صورت حالت بهنجار شده "میدان" بعد از عبور اتم اول به صورت زیر به دست می آید:

(۶)

$$|\psi_1(t_1)\rangle_F = \left( \sum_n |C_1(n+1, t_1)|^2 \right)^{-1/2} \sum_n C_1(n+1, t_1) |n+1\rangle$$

اکنون، اتم دوم را با شرایط اولیه ای مشابه اتم اول از کاواک عبور می دهیم. بدیهی است که در این هنگام وضعیت اولیه میدان با رابطه (۶) توصیف می شود. با فرض این که برهم کنش اتم دوم و میدان کاواک در مدت زمان  $t_2$  انجام شود، با در نظر گرفتن تابع موج سامانه به صورت (۲) و به کار بردن روشی مشابه با عبور اتم اول، حالت سامانه بعد از عبور هر دو اتم به صورت زیر به دست می آید:

مدل جینز-کامینگز، الگوی دقیقی برای توصیف کوانتومی برهم کنش بین یک اتم دوترازی با میدان تابشی تکمد با در نظر گرفتن تقریب موج چرخان است. برخی از پدیده های فیزیکی که فیزیک کلاسیک قادر به توجیه آنها نیست را می توان توسط این مدل پیش بینی کرد. در این مقاله با الهام از این مدل در یک رژیم وابسته به شدت، دو اتم یکسان سه ترازوی نوع  $\Lambda$  یکی پس از دیگری با شرایط اولیه مشابه وارد میدان می شوند، به گونه ای که عبور اتم اول از میدان، شرایط اولیه میدان را برای عبور دومین اتم آماده می کند. هدف ما از این مقاله، ارزیابی اثر جفت شدگی وابسته به شدت و پارامترهای نامیزانی روی رفتار درهم تنیدگی اتم-میدان، تابع توزیع شبه احتمال ویگنر و وارونی جمعیت اتمی است.

## ۲- تابع موج سامانه و حل تحلیلی آن

با در نظر داشتن همه برهم کنش های موجود، هامیلتونی در تصویر برهم کنش یک اتم سه ترازوی نوع  $\Lambda$  و یک میدان تکمد با جفت شدگی وابسته به شدت به صورت زیر نوشته می شود [۲ و ۱]:

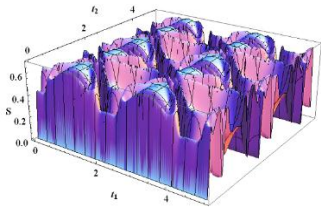
$$\hat{H}_{\text{int}} = g_1 \left( \hat{R} e^{i\Delta_1 t} |e\rangle\langle g| + \hat{R}^\dagger e^{-i\Delta_1 t} |g\rangle\langle e| \right) + g_2 \left( \hat{R} e^{i\Delta_2 t} |e\rangle\langle i| + \hat{R}^\dagger e^{-i\Delta_2 t} |i\rangle\langle e| \right) \quad (۱)$$

که در آن  $|e\rangle$ ،  $|i\rangle$  و  $|g\rangle$  ترازهای انرژی اتمی با بسامدهای  $\omega_e > \omega_i > \omega_g$ ،  $g_1$  و  $g_2$  ثابت های جفت شدگی اتم و میدان،  $\gamma$  بسامد میدان و نامیزانی هستند. هم چنین  $\hat{R}$  و  $\hat{R}^\dagger$  عملگرهای نابودی و آفرینش تغییر شکل یافته  $\hat{R} = \hat{a} f(\hat{n})$  و  $\hat{R}^\dagger = f(\hat{n}) \hat{a}^\dagger$  هستند که در آنها  $f(n)$  تابع غیر خطی وابسته به شدت را نشان می دهد [۳]. با در نظر گرفتن تابع موج سامانه به شکل زیر

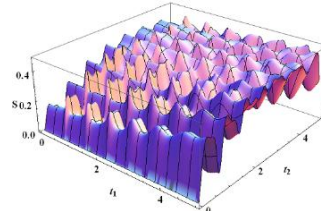
$$|\psi_1(t)\rangle = \sum_n A_1(n, t) |e, n\rangle + B_1(n+1, t) |i, n+1\rangle + C_1(n+1, t) |g, n+1\rangle \quad (۲)$$

و حل معادله وابسته به زمان شرودینگر  $i \frac{\partial |\psi_1(t)\rangle}{\partial t} = \hat{H}_{\text{int}} |\psi_1(t)\rangle$  دامنه های احتمال به صورت زیر به دست می آیند:

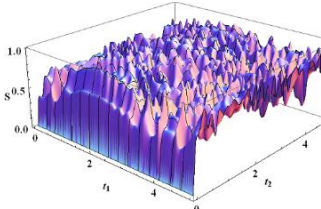
افزایش می‌دهد. در نمودار ۳ در حضور جفت‌شدگی وابسته به شدت و نامیزانی، بیشترین درهم‌تنیدگی مشاهده می‌شود.



شکل ۱: آنتروپی به ازای  $\Delta_1 = 0, \Delta_2 = 0, f(n) = \sqrt{n}, \bar{n} = 4$



شکل ۲: آنتروپی به ازای  $\Delta_1 = 7, \Delta_2 = 15, f(n) = 1, \bar{n} = 4$



شکل ۳: آنتروپی به ازای  $\Delta_1 = 7, \Delta_2 = 15, f(n) = \sqrt{n}, \bar{n} = 4$

## ۲-۲- تابع توزیع شبه‌احتمال ویگنر

تابع شبه‌توزیع ویگنر به صورت زیر تعریف می‌شود [۱]:

$$W(\alpha, \alpha^*) = \frac{2}{\pi^2} e^{2|\alpha|^2} \times \int \langle -\gamma | \hat{\rho}_F | \gamma \rangle e^{-2(\gamma\alpha^* - \gamma^*\alpha)} d^2\gamma \quad (10)$$

که در آن  $\hat{\rho}_F = \text{Tr}_A(|\psi\rangle\langle\psi|)$  عملگر چگالی کاهش یافته میدان و  $|\psi\rangle$  حالت کوانتومی سامانه است [۵]. منفی شدن این تابع نشان‌دهنده غیرکلاسیکی بودن حالت متناظر است. در ادامه نمودارهای این کمیت در فضای فاز رسم شده‌اند. در همه حالت‌های مورد بررسی، تابع ویگنر در بعضی نواحی از فضای فاز منفی می‌شود (ویژگی غیرکلاسیکی). منفی شدن این تابع در شرایط تشدید و در حضور جفت‌شدگی وابسته به شدت نسبت به حالت‌های بررسی شده دیگر بسیار کمتر مشاهده می‌گردد.

$$\begin{aligned} A_2(n, t_1, t_2) &= \sum_{l=1}^3 \frac{q_l u_l e^{i(u_l + \Delta_2)t_2}}{g\sqrt{n+1}f(n+1)}, \\ B_2(n+1, t_1, t_2) &= \sum_{l=1}^3 q_l e^{iu_l t_2}, \\ C_2(n+1, t_1, t_2) &= \sum_{l=1}^3 q_l \left( u_l^2 + \Delta_2 u_l \right. \\ &\quad \left. - g^2(n+1)f^2(n+1) \right) \\ &\quad \times \frac{e^{i(u_l + \Delta_2 - \Delta_1)t_2}}{g^2(n+1)f^2(n+1)}, \end{aligned} \quad (7)$$

که در آن بدون از دست دادن عمومیت مسأله فرض کرده‌ایم  $g_1 = g_2 = g$ . در این جا ضرایب  $q_l$  به کمک رابطه (۷) و شرایط اولیه اتم دوم مشخص می‌گردند:

$$\begin{aligned} q_l &= C_1(n, t_1) \times \left( \sum_{n=0}^{+\infty} |C_1(n+1, t_1)|^2 \right)^{-1/2} \\ &\quad \times \frac{-g\sqrt{n+1}f(n+1)}{u_{lj}u_{lk}} \times (u_j + u_k + \Delta_2) \end{aligned} \quad (8)$$

که در آن  $u_{lj} = u_l - u_j$  و  $l \neq j \neq k = 1, 2, 3$  هستند و  $C_1(n+1, t_1)$  در رابطه (۳) آمده است. در ادامه مقاله با داشتن شکل صریح تابع موج سامانه و با در نظر گرفتن تابع غیرخطی مشهور  $f(n) = \sqrt{n}$ ، به بررسی برخی از ویژگی‌های فیزیکی سامانه اتم-میدان متناظر می‌پردازیم.

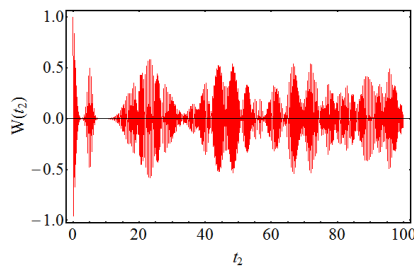
## ۲-۱- آنتروپی فون-نویمن

آنتروپی فون-نویمن معیار بسیار خوبی برای اندازه‌گیری میزان درهم‌تنیدگی اتم-میدان است که به صورت زیر محاسبه می‌گردد [۴]:

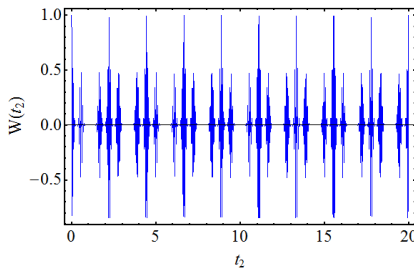
$$S_{A(F)}(t_1, t_2) = -\text{Tr}_{A(F)}(\hat{\rho}_{A(F)} \ln \hat{\rho}_{A(F)}) \quad (9)$$

که در آن  $\hat{\rho}_{A(F)} = \text{Tr}_F(|\psi\rangle\langle\psi|)$  عملگر چگالی کاهش یافته اتم (میدان) و  $|\psi\rangle$  حالت کوانتومی کل سامانه است. شکل‌های ۱، ۲ و ۳ تغییرات آنتروپی را به ازای پارامترهای مختلف بر حسب زمان‌های  $t_1$  و  $t_2$  نشان می‌دهد. مقایسه نمودارهای ۱ و ۳ نشان می‌دهد که پارامترهای نامیزانی در حضور جفت‌شدگی وابسته به شدت باعث افزایش درهم‌تنیدگی بین اتم و میدان می‌شوند. همچنین با مقایسه نمودارهای ۲ و ۳ نتیجه می‌شود که جفت‌شدگی وابسته به شدت نیز درهم‌تنیدگی اتم-میدان را

بازیافت می‌شوند.



شکل ۷: وارونی جمعیت اتمی برحسب  $t_2$  به ازای  $\Delta_1 = 0, \Delta_2 = 0, f(n) = 1, \bar{n} = 25, t_1 = 5$



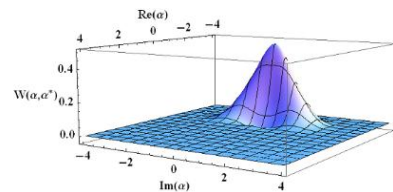
شکل ۸: وارونی جمعیت اتمی برحسب  $t_2$  به ازای  $\Delta_1 = 0, \Delta_2 = 0, f(n) = \sqrt{n}, \bar{n} = 25, t_1 = 5$

### ۳- نتیجه‌گیری

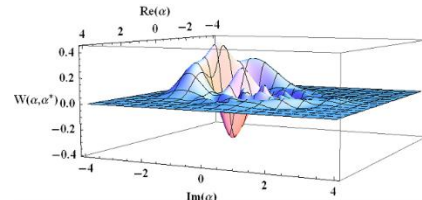
نتایج حاصل از این مقاله عبارتند از: (۱) جفت‌شدگی وابسته به شدت و نامیزانی تأثیر قابل ملاحظه‌ای در میزان درهم‌تنیدگی دارند. (۲) هر دو پارامتر نامیزانی و جفت‌شدگی وابسته به شدت باعث منفی‌شدن تابع شبه‌توزیع ویگنر می‌شوند. این ویژگی در رژیم غیرخطی و در غیاب نامیزانی کمتر مشاهده می‌شود. (۳) در حضور جفت‌شدگی وابسته به شدت، پدیده‌های فروافت و بازیافت تقویت می‌گردند. همچنین پارامترهای نامیزانی باعث افزایش (کاهش) دامنه‌های پدیده بازیافت در رژیم خطی (غیرخطی) می‌شوند. در تحول زمانی وارونی جمعیت، در شرایط تشدید و در رژیم غیرخطی، پدیده بازیافت کامل مشاهده می‌شود.

### مراجع

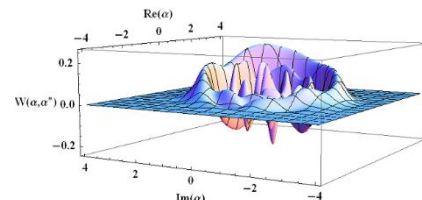
- [1] Scully M.O. and Zubairy M.S., *Quantum Optics*, 3<sup>th</sup> edition, Cambridge Uni. Press, 2001.
- [2] Faghihi M. J. and Tavassoly M. K., *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* 45 (2012) 035502.
- [3] Buck B. and Sukumar C. V., *Phys. Lett. A* 81 (1981) 132.
- [4] Phoenix S.J.D. and Knight P.L., *J. Opt. Soc. Am. B* 7 (1990) 116.
- [5] Pathak P.K. and Agarwal G.S., *Phys. Rev. A* 71 (2005) 043823.
- [6] Abdel-Aty M., *Laser Phys.* 16 (2006) 1381.



شکل ۴: تابع توزیع شبه‌احتمال ویگنر به ازای  $\Delta_1 = 0, \Delta_2 = 0, f(n) = \sqrt{n}, t_1 = 3\pi/2, t_2 = 7\pi/2, \bar{n} = 4$



شکل ۵: تابع توزیع شبه‌احتمال ویگنر به ازای پارامترهای مشابه شکل (۴) ولی با  $\Delta_1 = 7, \Delta_2 = 15, f(n) = 1, \bar{n} = 25, t_1 = 5$



شکل ۶: تابع توزیع شبه‌احتمال ویگنر به ازای پارامترهای مشابه با شکل (۴) ولی با  $\Delta_1 = 7, \Delta_2 = 15$

### ۲-۳- وارونی جمعیت اتمی

وارونی جمعیت اتمی به‌عنوان معیاری برای اندازه‌گیری انرژی تبادل بین اتم و میدان تعریف می‌شود. وارونی جمعیت اتمی برای اتم دوم به‌صورت زیر محاسبه می‌گردد [۶]:

$$W(t_1, t_2) = \sum_{n=0}^{+\infty} \left( |A_2(n, t_1, t_2)|^2 - \left( |B_2(n+1, t_1, t_2)|^2 + |C_2(n+1, t_1, t_2)|^2 \right) \right) \quad (11)$$

نمودارهای وارونی جمعیت اتمی برحسب زمان  $t_2$  در ادامه ارائه شده است. در همه نمودارها، وارونی جمعیت اتمی همراه با پدیده کوانتومی محض فروافت و بازیافت به‌خوبی مشاهده می‌شود. با توجه به نمودارهای ۷ و ۸ چنین برمی‌آید که جفت‌شدگی وابسته به شدت منجر به تقویت و شفافیت بیشتر پدیده‌های فروافت و بازیافت می‌شود و در غیاب نامیزانی و به‌ویژه در رژیم غیرخطی پدیده بازیافت کامل دیده می‌شود. همچنین نتیجه مطالعات ما برای بررسی پارامترهای نامیزانی نشان می‌دهد که در نظرگرفتن نامیزانی در رژیم خطی (غیرخطی) منجر به افزایش (کاهش) دامنه‌های پدیده