



بیست و یکمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران  
و هفتمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران  
۲۳ تا ۲۵ دی ماه ۱۳۹۳، دانشگاه شهید بهشتی



## اثر پراکندگی الکترون- فونون بر خواص انتشاری امواج SPP در ساختار دو لایه گرافن

سمیه خوب آفرین دوست، اصغر عسگری، وحید سیاهپوش

پژوهشکده فیزیک کاربردی و ستاره شناسی، دانشگاه تبریز، تبریز

چکیده - در این مقاله خواص انتشاری امواج پلاسمون پلاریتون سطحی در یک ساختار متقارن، شامل دو لایه گرافن که به وسیله یک ماده دی الکتریک با ضخامت کم از هم جدا شده اند، مورد بررسی قرار گرفته است. محاسبات ما نشان می دهد که در نظر گرفتن پراکندگی الکترون - فونون به صورت تابعی از انرژی فرمی و دما، باعث کاهش قابل ملاحظه ای در طول انتشار می شود. همچنین مشاهده شد، در انرژی های بالاتر به دلیل پراکندگی الکترون - فونون اپتیکی، طول انتشار پلاسمون پلاریتون های سطحی کاهش می یابد.

کلید واژه - پلاسمون پلاریتون های سطحی، فونون اپتیکی، فونون اکوستیکی، نرخ پراکندگی

## The Effect of Electron - Phonon Scattering on Propagation of SPP in Double Graphene Layers Structure

Somayeh Khoobafarin Doost, Asghar Asgari, Vahid Siahpoush

Research Institute for Applied Physics and Astronomy, University of Tabriz, Tabriz

Abstract- In this paper the propagation of surface plasmon polaritons (SPPs) waves in a symmetric structure consisting of two monolayers of graphene that are separated by a thin dielectric layer, is investigated. Our calculation shows, by considering electron- phonon scattering as a function of the Fermi energy and temperature lead to decrease propagation length significantly. Also due to electron- optical phonon scattering, it is observed that in higher energy the propagation length of surface plasmon polaritons decreases extremely.

Keywords: Acoustic phonon, Optical phonon, Scattering rate, Surface Plasmon Polaritons

## ۱- مقدمه

شکل ۱: شماتیکی از ساختار مورد مطالعه که شامل دو لایه گرافن که با یک دی الکتریک به ضخامت  $d$  از هم جدا شده‌اند، است.

میدان مغناطیسی وابسته به موج SPP که با بردار موج  $q$  و قطبش TM در جهت  $x$  منتشر می‌شود به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$H_y = \begin{cases} Ae^{K_1(z+d/2)}e^{i(qx-\omega t)} & z < -d/2 \\ (B_1e^{K_2z} + B_2e^{-K_2z})e^{i(qx-\omega t)} & |z| < d/2 \\ Ce^{-K_1(z-d/2)}e^{i(qx-\omega t)} & z > d/2 \end{cases} \quad (1)$$

مولفه‌های  $E_x$  و  $E_z$  آن نیز از طریق معادلات ماکسول بدست می‌آید. با اعمال شرایط مرزی در  $x = \pm d/2$  برای مولفه مماسی میدان الکتریکی و مغناطیسی می‌توان رابطه پاشندگی را محاسبه کرد. اگر رسانندگی هر دو لایه گرافن یکسان باشد. رابطه پاشندگی به شکل زیر در می‌آید [۴].

$$\left(i\omega\frac{\epsilon_1}{K_1} - \frac{\sigma}{\epsilon_0}\right)\tanh\left(\frac{K_2d}{2}\right) + i\omega\frac{\epsilon_2}{K_2} = 0 \quad (2)$$

$$\left(i\omega\frac{\epsilon_1}{K_1} - \frac{\sigma}{\epsilon_0}\right) + i\omega\frac{\epsilon_2}{K_2}\tanh\left(\frac{K_2d}{2}\right) = 0 \quad (3)$$

در معادله‌های (۲) و (۳) که به ترتیب مربوط به مدهای متقارن و پادمقارن است،  $i = 1, 2$ ،  $K_i = \sqrt{q^2 - \epsilon_i \frac{\omega^2}{c^2}}$  و  $\sigma$  رسانندگی گرافن است که به صورت زیر بیان می‌شود [۶و۵].

$$\sigma(\omega) = \sigma(\omega)^{\text{intra}} + \sigma(\omega)^{\text{inter}} \quad (4)$$

$$\sigma(\omega)^{\text{inter}} = \frac{e^2}{4\hbar} \left[ 0.5 + \frac{1}{\pi} \arctan\left(\frac{\hbar\omega - 2\mu}{2T}\right) \right] - \frac{e^2}{4\hbar} \left[ \frac{i}{2\pi} \ln \frac{(\hbar\omega + 2\mu)^2}{(\hbar\omega - 2\mu)^2 + (2T)^2} \right] \quad (5)$$

$$\sigma(\omega)^{\text{intra}} = \frac{2ie^2T}{\pi\hbar^2\omega} \ln \left[ 2 \cosh\left(\frac{\mu}{2T}\right) \right] \quad (6)$$

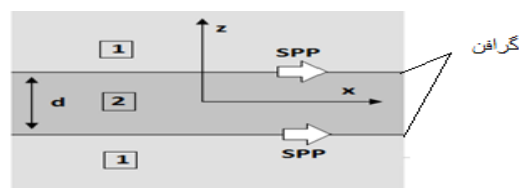
رابطه (۵) مربوط به گذارهای بین باندهای و رابطه (۶) مربوط به گذارهای داخل باندهای است. رسانندگی گرافن به

فلزات توانایی حمل امواج پلاسمون پلاریتون سطحی (SPP)<sup>۱</sup> در محدوده فرکانس‌های مرئی و مادون قرمز نزدیک را دارند [۱و۲]. اما این مواد اتلافات اهمی قابل توجهی در ناحیه تراهرتزی دارند و خصوصیات الکترونیکی و اپتیکی آنها به سختی قابل تغییر است. امواج SPP به غیر از فلزات در گرافن نیز می‌توانند منتشر شوند. از جمله مزیت‌های مهم گرافن نسبت به فلزات می‌توان از وجود اتلافات بسیار پایین در گستره تراهرتزی و تنظیم‌پذیری خواص اپتوالکترونیکی آن توسط عوامل خارجی نام برد. عوامل خارجی می‌تواند شامل اعمال ولتاژ، میدان الکتریکی یا مغناطیسی و تغییر دما باشد. بنابراین می‌توان در گرافن طول انتشار و جایگزیدگی امواج SPP را توسط عوامل فوق کنترل کرد [۳]. طول انتشار فاصله‌ای در راستای انتشار است که شدت میدان SPP در طول آن به اندازه  $1/e$  میرا می‌شود. دیگر مشخصه مهم SPP جایگزیدگی یا طول فروافت میدان وابسته به آن در دو طرف لایه گرافن است که هر چه این طول بیشتر باشد جایگزیدگی کمتر است.

در این مقاله طول انتشار و جایگزیدگی SPP در ساختار دو لایه گرافن با در نظر گرفتن وابستگی نرخ پراکندگی الکترون-فونون به انرژی فرمی و دما در فرکانس‌های مختلف به ازای انرژی‌های فرمی مختلف بررسی می‌شود. همچنین اثر تغییرات ضخامت لایه دی الکتریک میانی به عنوان یک درجه آزادی مورد بررسی قرار می‌گیرد.

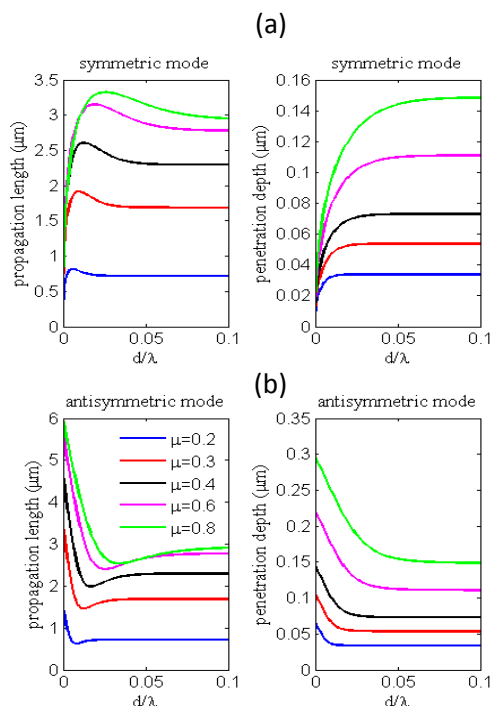
## ۲- فرمالیزم تئوری

یک ساختار دو بعدی متقارن شامل دو لایه گرافن که به وسیله یک دی الکتریک به ضخامت  $d$  و ثابت دی الکتریک  $\epsilon_2$  از هم جدا شده‌اند در نظر می‌گیریم. ثابت دی الکتریک محیط بالا و پایین لایه‌های گرافن  $\epsilon_1$  در نظر گرفته شده است (شکل ۱).



<sup>1</sup> Surface plasmon polariton

مقارن به عنوان مثال در  $\mu=0.8\text{eV}$  در بازه  $d>0.5\text{ }\mu\text{m}$  کاهش  $d$  همزمان باعث افزایش طول انتشار و جایگزینی بیشتر امواج SPP می‌شود، این در حالی است که در  $d<0.5\text{ }\mu\text{m}$  افزایش طول انتشار با کاهش جایگزینی همراه است.



شکل ۳: طول انتشار و جایگزینی (a) مد مقارن (b) مد پادمقارن.  $\lambda=10\text{ }\mu\text{m}$  ( $\hbar\omega=0.12\text{ eV}$ ) در نظر گرفته شده است.

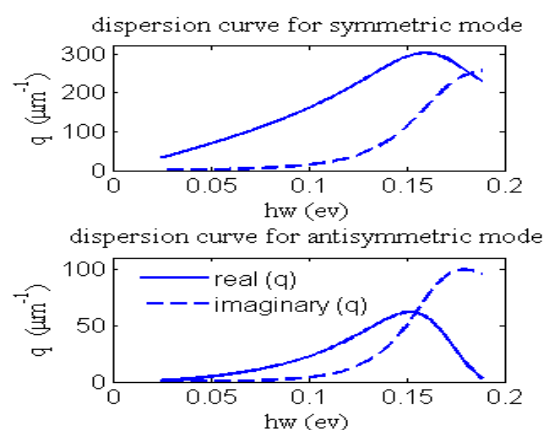
در جدول (۱) نتایج محاسبات ما با نتایج متناظر گزارش شده در مرجع [۸] (که در آن وابستگی  $\gamma$  به  $\mu$  و  $T$  لحاظ نشده است) مقایسه شده است، که نشان می‌دهد در نظر گرفتن نرخ پراکندگی الکترون-فونون مطابق رابطه (۷) باعث کاهش محسوس طول انتشار (در هر دو مد مقارن و پادمقارن) می‌شود، ولی تاثیر چندانی بر مقدار طول جایگزینی ندارد. به عنوان مثال برای مد پاد-مقارن در  $\mu=0.8\text{eV}$  مقادیر طول انتشار به ازای  $d=10\text{ (nm)}$  برابر با  $5.6\text{ }\mu\text{m}$  به دست آمده است، در حالیکه که مقدار متناظر در مرجع [۸] عبارت است از  $15.98\text{ (}\mu\text{m)}$ . همچنین از این نتایج می‌توان نتیجه گرفت که اثر پراکندگی الکترون-فونون به ازای انرژی فرمی بالا تاثیر بیشتری بر طول انتشار SPP دارد. با توجه به اینکه در شکل (۳) انرژی فوتون ( $\hbar\omega=0.12\text{ eV}$ ,  $\lambda=10\text{ }\mu\text{m}$ ) کمتر از انرژی فونون اپتیکی ( $\hbar\omega_{\text{op}}=0.196\text{ eV}$ ,  $\lambda_{\text{op}}=6.3\text{ }\mu\text{m}$ ) است، پس مکانیسم غالب پراکندگی ناشی از پراکندگی

فرکانس  $(\omega)$ ، دما  $(T)$  و انرژی فرمی  $(\mu)$  بستگی دارد. برای لحاظ کردن اثر پراکندگی الکترون-فونون می‌بایست در روابط رسانندگی بالا  $\omega$  را با  $\omega+i\gamma$  جایگزین کرد، که  $\gamma$  نرخ پراکندگی است، در این مقاله  $\gamma$  به صورت رابطه (۷) در نظر گرفته شده است که در آن در دمای اتاق  $\gamma_0=3\times 10^{11}\text{ s}^{-1}$  است [۷]. در اغلب مراجع موجود به هنگام بررسی خواص انتشاری SPP ها در گرافن تنها به صورت یک عدد و مستقل از  $\mu$  و  $T$  در نظر گرفته شده است [۸].

$$\gamma = \gamma_0 (\mu/T) \quad (7)$$

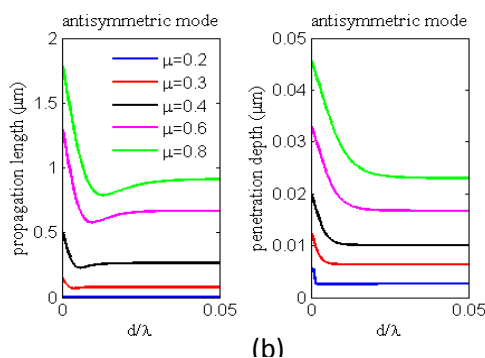
### ۳- محاسبات عددی

ما برای حل عددی معادلات پاشندگی (۲) و (۳) از روش نیوتن رافسون دو بعدی استفاده کرده‌ایم. نمودار پاشندگی SPP برای مدهای مقارن و پادمقارن در شکل (۲) آمده است.



شکل ۴: نمودار پاشندگی مد مقارن و پادمقارن.  $\mu=0.1\text{ eV}$ ،  $\epsilon_1=\epsilon_2=1$  و  $d=2\text{ (nm)}$  در نظر گرفته شده است.

از حل معادله پاشندگی و محاسبه  $q$ ، می‌توان طول انتشار،  $L=1/\text{Imag}(q)$  و طول جایگزینی،  $\delta=1/\text{Real}(K)$  را محاسبه کرد. در شکل (۳) نتایج این محاسبات به صورت تابعی از ضخامت  $d$  و مقادیر متفاوت  $\mu$  برای مدهای مقارن و پادمقارن آورده شده است. برای مقادیر بزرگ  $d$ ، جفت شدگی بین دو مد تشکیل یافته در هر کدام از لایه‌های گرافن از بین می‌رود و ویژگی‌های هر دو مد مقارن و پادمقارن مشابه مد تک لایه گرافن می‌شود. برای  $d<0.5\text{ }\mu\text{m}$  طول انتشار مد مقارن روند صعودی و مد پادمقارن روند نزولی نشان می‌دهد. از طرفی برای مد



شکل ۴: طول انتشار و جایگزینی (a) مد متقارن (b) مد پادمقارن. در این محاسبات  $\hbar\omega=0.3\text{eV}$  و  $\lambda=4\text{ }\mu\text{m}$  در نظر گرفته شده است.

#### ۴- نتیجه گیری

در این مقاله طول انتشار و جایگزینی SPP با در نظر گرفتن نرخ پراکندگی الکترون-فونون به صورت تابعی از  $\mu$  و T بررسی شد. نتایج ما نشان می‌دهد که در نظر گرفتن این وابستگی تاثیر قابل ملاحظه‌ای در میزان طول انتشار دارد. همچنین مشاهده شد که در ناحیه مادون قرمز نزدیک (انرژیهای بالاتر از انرژی فونون‌های اپتیکی) طول انتشار SPP نسبت به ناحیه مادون قرمز میانی و تراهرتز (انرژیهای کمتر از انرژی فونون‌های اپتیکی) کمتر است.

#### مراجع

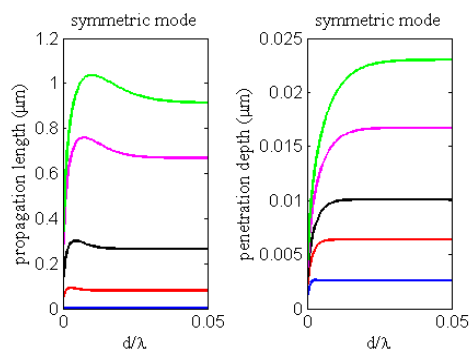
- [1] Raether H., *Surface Plasmons on Smooth and Rough Surfaces and on Grating* (Springer, Berlin, 1988)
- [2] Maier, S. A. *Plasmonics: Fundamentals and Applications: Fundamentals and Applications*. Springer. (2007).
- [3] Buslaev, P. I., Iorsh, I. V., Shadrivov, I. V., Belov, P. A., & Kivshar, Y. S. *Plasmons in waveguide structures formed by two graphene layers*. *JETP letters*, 97(9), . (2013). 535-539
- [4] Bludov, Y. V., Ferreira, A., Peres, N. M. R., & Vasilevskiy, M. I. *A primer on surface plasmon-polaritons in graphene*. *International Journal of Modern Physics B*, (2013)
- [5] Falkovsky L. A., Varlamov A. A. "Space-time dispersion of graphene conductivity." *The European Physical Journal B-Condensed Matter and Complex Systems* 56.4 (2007): 281-284.
- [6] Falkovsky L. A. "Optical properties of graphene." *Journal of Physics: Conference Series*. (2008).
- [7] Svintsov, D., Vyurkov, V., Ryzhii, V., & Otsuji, T. *Voltage-controlled surface plasmon-polaritons in double graphene layer structures*. *Journal of Applied Physics*, 113(5), 053701(2013).
- [8] Gan, C. H., Chu, H. S., & Li, E. P. *Synthesis of highly confined surface plasmon modes with doped graphene sheets in the midinfrared and terahertz frequencies*. *Physical Review B*, . (2012). 85(12), 125431.
- [9] Abergel, D. S. L., Apalkov, V., Berashevich, J., Ziegler, K., & Chakraborty, T. *Properties of graphene: a theoretical perspective*. *Advances in Physics*, 59(4), . (2010). 261-482

الکترون-فونون اکوستیکی است، بنابراین انتظار داریم برای فوتون‌هایی با انرژی بیشتر از انرژی فونون اپتیکی و کمتر از انرژی گذارهای بین باندی ( $\omega_{\text{op}} < \omega < \omega_{\text{inter}}$ )، باید اثر جذب حاملین آزاد در نظر گرفته شود. بقای ممنوع برای جذب حاملین آزاد با گسیل یک فونون اپتیکی تامین می‌شود. بنابراین در این بازه انرژی به دلیل کاهش زمان برخورد، اتلاف زیاد خواهد بود و موجب کاهش طول انتشار می‌شود. به همین منظور در این مقاله ما حالت-هایی را نیز که انرژی فوتون بزرگتر از انرژی فونون اپتیکی است در نظر گرفتیم.

جدول ۱: مقایسه نتایج نرخ پراکندگی در نظر گرفته شده به صورت تابعی از  $\mu$  و T با نتایج مراجعی که پراکندگی را به صورت ثابت در نظر گرفته‌اند. S نماد مد متقارن و A نماد مد پادمقارن است.

|          | S                         | S                         | A                         | A                         | $\mu$ |
|----------|---------------------------|---------------------------|---------------------------|---------------------------|-------|
|          | $\gamma(\mu, T)$          | $\gamma=\text{cte}$       | $\gamma(\mu, T)$          | $\gamma=\text{cte}$       | (eV)  |
| L        | $1.6\text{ }\mu\text{m}$  | $4.6\text{ }\mu\text{m}$  | $5.6\text{ }\mu\text{m}$  | $15.9\text{ }\mu\text{m}$ | ۰.۸   |
| $\delta$ | $0.04\text{ }\mu\text{m}$ | $0.04\text{ }\mu\text{m}$ | $0.29\text{ }\mu\text{m}$ | $0.29\text{ }\mu\text{m}$ |       |
| L        | $0.7\text{ }\mu\text{m}$  | $1.4\text{ }\mu\text{m}$  | $1.1\text{ }\mu\text{m}$  | $2.4\text{ }\mu\text{m}$  | ۰.۱   |
| $\delta$ | $0.02\text{ }\mu\text{m}$ | $0.02\text{ }\mu\text{m}$ | $0.06\text{ }\mu\text{m}$ | $0.06\text{ }\mu\text{m}$ |       |

در شکل (۴) نتایج مربوط به اثر پراکندگی الکترون-فونون اپتیکی بر روی طول انتشار و طول جایگزینی SPP نشان داده شده است که در مقایسه با نتایج اثر پراکندگی الکترون-فونون اکوستیکی (شکل ۳) به دلیل افزایش اتلاف، طول انتشار کاهش می‌یابد. افزایش موجب افزایش گذارهای داخل باندی شده و گذارهای بین باندی طبق اصل طرد پائولی ممنوع می‌گردد، در نتیجه طول انتشار SPP فقط توسط گذارهای داخل باندی محدود می‌شود و موجب افزایش طول انتشار SPP می‌شود.



(a)