



بیست و یکمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران
و هفتمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران
۲۳ تا ۲۵ دی ماه ۱۳۹۳، دانشگاه شهید بهشتی



درهمتنیدگی مدهای اپتیکی و ریزموج ابررسانا در تقریب موج چرخان

عاطفه الفخانی^۱، مجتبی مظاهری^۲، وحید فیاض^۱

۱. گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه آزاد اسلامی واحد همدان، همدان، ایران.

۲. دانشکده علوم، دانشگاه صنعتی همدان، همدان، ایران.

چکیده - ما در این مقاله سامانه‌ای شامل مدهای اپتیکی و ریزموج ابررسانا را مطالعه می‌کنیم که از طریق نوسانگر مکانیکی با همدیگر برهمکنش دارند. کاواک‌های اپتیکی و ریزموج به ترتیب در باندهای واکوکی آبی و قرمز راه‌اندازی شده‌اند. ما نشان می‌دهیم که سامانه، درهمتنیدگی قوی بین مدهای اپتیکی و ریزموج در رژیم موج چرخان و مد بد کاواک از خود بروز می‌دهد.

کلید واژه - تقریب موج چرخان، درهمتنیدگی، کاواک اپتیکی، کاواک ریزموج، معادله لانژوین کوانتومی.

Entangling optical and superconducting microwave cavity modes in rotating wave approximation

Atefeh Alefkhani¹, Mojtaba Mazaheri², Vahid Fayaz¹

1. Department of Physics, Faculty of Sciences, Hamedan Branch, Islamic Azad University, Hamedan, Iran.

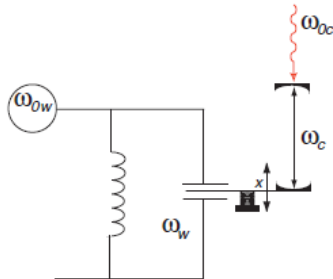
2. Department of Science, Hamedan University of Technology, Hamedan, Iran.

Abstract-In this paper, we consider a system containing an optical cavity and a superconducting microwave cavity interacting via a nanomechanical resonator. Optical and microwave cavity modes are subsequently set at the blue-detuned and red-detuned regimes. We show the system exhibits a strong entanglement between optical and microwave modes in the bad cavity mode and rotating wave approximation.

Keywords: Rotating wave approximation, Entanglement, Optical cavity, Microwave cavity, Quantum Langevin equation.

۱. مقدمه

درهمتنیدگی می‌تواند به عنوان بخشی از طرح‌های بازخوانی در پردازش اطلاعات کوانتومی بکار رود [۱]. در این مقاله سیستم تشدیدگر نانومکانیکی متصل به کاواک اپتیکی و کاواک ابررسانا معرفی می‌شود که شامل سه مد مکانیکی، اپتیکی و ریزموج ابررساناست که به صورت دو به دو درهمتنیده شده‌اند. تشدیدگرهای نانومکانیکی می‌توانند به طور مؤثر با تعداد زیادی از ابزارهای گوناگون جفت شوند و بنابراین ابزاری مهم برای تشخیص وجوه مشترک کوانتومی هستند و قادر به ذخیره، انتقال و تقسیم اطلاعات کوانتومی می‌باشند. ما دینامیک این سیستم را با استفاده از معادله‌های لانژوین کوانتومی مورد بررسی قرار داده و به ویژه بر روی نوسان‌های کوانتومی سیستم با حل کردن دینامیک خطی شده در حالت ثابت کلاسیکی تمرکز می‌کنیم [۲]. سپس درهمتنیدگی دوتایی بین سه مد سامانه را در تقریب موج چرخان و مد بد کاواک (که در آن سیستم در حالت پایاتری قرار دارد) بدست می‌آوریم.



شکل ۱: نمایش دستگاه مورد مطالعه یک کاواک ریزموج عنصرانباشته با یک خازن سراسرستانه‌ای مجزای ساکن جفت شده، همچنین کاواک اپتیکی تشکیل شده از یک آینه ورودی و یک خازن سراسرستانه‌ای که به لحاظ اپتیکی پوشش‌دهی شده است [۴].

منبع راه‌اندازی پیوسته کاواک ریزموج ابررسانا با نسبت میرایی k_w به صورت پتانسیل الکتریکی $e(t) = -i\sqrt{2\hbar\omega_w L E_w}(e^{i\omega_w t} - e^{-i\omega_w t})$ نوسانگر مکانیکی با کاواک ریزموج جفت می‌شود زیرا ظرفیت خازن $C_0(x)$ تابعی از مکان تشدیدگر است. ما این تابع را حول موقعیت تعادلی نوسانگر مکانیکی در فاصله d بسط می‌دهیم [۴]. هامیلتونی معادله (۱) را می‌توان برحسب افزایش و کاهش میدان کاواک ریزموج ابررسانا، b, b^+ و موقعیت بدون بعد و عملگرهای تکانه و مکان نوسانگر مکانیکی، p و q $[q, p] = i$ مجدداً به صورت زیر نوشت [۴]:

$$H = \hbar\omega_w b^+ b + \hbar\omega_c a^+ a + \frac{\hbar\omega_m}{2}(\hat{p}^2 + \hat{q}^2) - \frac{\hbar G_{0w}}{2} \hat{q} (b + b^+)^2 - \hbar G_{0c} \hat{q} a^+ a - i\hbar E_w (e^{i\omega_w t} - e^{-i\omega_w t}) (b + b^+) + i\hbar E_c (a^+ e^{-i\omega_c t} - a e^{i\omega_c t}) \quad (2)$$

بنابراین می‌توانیم معادله‌های لانژوین کوانتومی غیر خطی را در تصویر برهمکنش $H_0 = \hbar\omega_w b^+ b + \hbar\omega_c a^+ a$ بدست آوریم که در آن عملگرهای هایزنبرگی را به صورت دو بخش مستقل از زمان و وابسته به زمان در نظر می‌گیریم [۵]. مقادیر مستقل از زمان به ترتیب به صورت

$$q_s = G_{0c} |\alpha_s|^2 + G_{0w} |\beta_s|^2 / \omega_m, \quad p_s = 0$$

می‌آیند. پارامترهای α_s و β_s به ترتیب دامنه میدان کاواک اپتیکی و میدان کاواک ریزموج در حالت پایا

این سامانه شامل کاواک اپتیکی فابری-پرو و کاواک ریزموج ابررساناست که این کاواک‌ها به وسیله یک تیغه متحرک یا نوسانگر مکانیکی به یکدیگر متصل شده‌اند. این تیغه متحرک باعث تغییر طول کاواک اپتیکی و تأثیر بر روی میدان فوتونی کاواک اپتیکی و تغییر فاصله صفحه-های خازن مدار کاواک ریزموج و تأثیر بر روی میدان فوتونی ریزموج می‌شود. هامیلتونی سیستم جفت شده به صورت زیر می‌باشد [۳]:

۲. هامیلتونی سیستم

این سامانه شامل کاواک اپتیکی فابری-پرو و کاواک ریزموج ابررساناست که این کاواک‌ها به وسیله یک تیغه متحرک یا نوسانگر مکانیکی به یکدیگر متصل شده‌اند. این تیغه متحرک باعث تغییر طول کاواک اپتیکی و تأثیر بر روی میدان فوتونی کاواک اپتیکی و تغییر فاصله صفحه-های خازن مدار کاواک ریزموج و تأثیر بر روی میدان فوتونی ریزموج می‌شود. هامیلتونی سیستم جفت شده به صورت زیر می‌باشد [۳]:

$$H = \frac{p_x^2}{2m} + \frac{m\omega_m^2 x^2}{2} + \frac{\phi^2}{2L} + \frac{Q^2}{2[C + C_0(x\omega)]} - e(t)Q + \hbar\omega_c a^+ a - \hbar G_{0c} a^+ a x + i\hbar E_c (a^+ e^{-i\omega_c t} - a e^{i\omega_c t}) \quad (1)$$

که در آن (x, p_x) به ترتیب نشان دهنده موقعیت کانونی و گشتاور یک نوسانگر مکانیکی با فرکانس ω_m هستند. پارامترهای Q و ϕ عبارتند از مختصات‌های کانونی کاواک ریزموج ابررسانا که شار را در یک القاگر معادل L و بار را در یک خازن معادل C توصیف می‌کنند. پارامترهای a و a^+ عملگرهای نابودی و تولید مد کاواک اپتیکی،

(۵)

که در آن $i\xi(t)e^{i\omega_m t}/\sqrt{2} = \sqrt{\gamma_m}\tilde{a}_m^{in}(t)$ و $\tilde{b}^{in} = b^{in}(t)e^{i\Delta_\omega t}$ و $\tilde{a}_c^{in}(t) = a_c^{in}(t)e^{i\Delta_c t}$ اگر $\Delta_\omega > 0$ باشد برهمکنش بین نوسانگر مکانیکی و میدان اپتیکی از جنس $a_m^+b^+ + a_m^+b$ و اگر $\Delta_c < 0$ باشد برهمکنش بین میدان اپتیکی و میدان ریزموج از جنس $a_c^+a_m^+ + a_c^+a_m$ خواهد بود. در این سیستم سه مدی، مدهای کاواک اپتیکی و ریزموج می‌توانند با واسطه نوسانگر مکانیکی درهمتنیده شوند. چون جمله‌های نویز در سه بخش معادله ۵ توابع گاوسی با متوسط صفر هستند و دینامیک سیستم خطی سازی شده است. حالت ایستای سیستم حالت گاوسی سه مدی است که با ماتریس همبستگی 6×6 متقارن مشخص می‌شود. معادله‌های دینامیک سیستم را می‌توان به معادله اول لیاپونوف تبدیل کرد و از آنجا ماتریس همبستگی سیستم را محاسبه کرد. با استفاده از این ماتریس می‌توانیم درهمتنیدگی دوگانه حالت ایستا را به ترتیب بین سه مد اپتیکی، ریزموج و نوسانگر به دست آوریم. درهمتنیدگی مدها با استفاده از عبارت منفی لگاریتمی E_N به دست می‌آید [۶].

شکل ۲ درهمتنیدگی بین مدهای مکانیکی و کاواک اپتیکی را بر حسب دما نشان می‌دهد. درهمتنیدگی یا منفی لگاریتمی E_N^{mc} از مقدار بزرگ ۲.۵ به مقدار صفر در دمای $0.6k$ به سرعت کاهش می‌یابد. منفی لگاریتمی در شرایط $\Delta_\omega = +\omega_m$ و $\Delta_c = -\omega_m$ در نظر گرفته شده است. ما برای رسم شکل پارامترهایی را برای نوسانگر مکانیکی و کاواک اپتیکی و کاواک ریزموج در نظر گرفته-ایم، یعنی نوسانگر مکانیکی را با فرکانس $\omega_m = 2\pi \times 10^7 \text{ Hz}$ و کاواک ریزموج را با فرکانس $\omega_\omega = 2\pi \times 10^{10} \text{ Hz}$ و آهنگ میرایی $k_\omega = 0.02\omega_m$ در نظر می‌گیریم که توسط یک منبع ریزموج با توان $p_\omega = 30 \times 10^{-3} \text{ W}$ راه‌اندازی می‌شوند. جفت‌شدگی بین این دو توسط پارامترهای $d = 100 \text{ nm}$ و $\mu = 0.008$ تعیین می‌گردد. جرم نوسانگر مکانیکی $m = 10 \text{ ng}$ است. کاواک اپتیکی را با طول $L = 1 \times 10^{-3} \text{ m}$ و آهنگ میرایی $k_c = 0.08\omega_m$ در نظر می‌گیریم که توسط یک لیزر با طول موج $\lambda = 810 \text{ nm}$ و توان $p_c = 30 \times 10^{-3} \text{ W}$ راه-اندازی می‌شود. واوکوی کاواک اپتیکی در $\Delta_c = -\omega_m$

هستند که در آنها $\Delta_c = \Delta_{oc} - G_{oc}q_s$ و $\Delta_\omega = \Delta_{0\omega} - G_{0\omega}q_s$ به ترتیب واوکوی مؤثر میدان کاواک اپتیکی و ریزموج می‌باشند. بخش‌های وابسته به زمان که دینامیک سیستم از حل آنها به دست می‌آید به صورت زیر هستند:

$$\begin{aligned}\ddot{q} &= \omega_m \delta p \\ \ddot{p} &= -\omega_m \delta q - \gamma_m \delta p + G_{oc} \alpha_s (\delta a^+ + \delta a) \\ &+ G_{0\omega} \beta_s (\delta b^+ + \delta b) + \xi(t) \\ \ddot{a} &= (k_c + i\Delta_c) \delta a + iG_{oc} \alpha_s \delta q + \sqrt{2k_c} a_{in}(t) \\ \ddot{b} &= -(k_\omega + i\Delta_\omega) \delta b + iG_{0\omega} \beta_s \delta q + \sqrt{2k_\omega} b_{in}(t)\end{aligned}\quad (3)$$

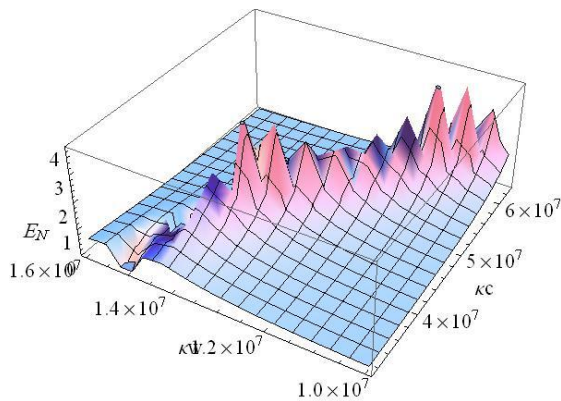
۳. نتایج در تقریب موج چرخان

معادله‌های وابسته به زمان سیستم را در تقریب موج چرخان و در حد $\omega_m \gg G_\omega, G_c, k$ به دست می‌آوریم و از جمله‌هایی که با فرکانس $\pm 2\omega_m$ نوسان می‌کنند چشم‌پوشی می‌کنیم. این حالت را به عنوان راه ندازی ضعیف در نظر می‌گیریم. پارامترهای $\delta \dot{q}, \delta \dot{p}$ به صورت عملگر فزاینده مکانیکی $\delta \dot{a}_m$ تبدیل شده‌اند:

$$\begin{aligned}\delta \dot{a}_m &= -i\omega_m \delta a_m - \frac{\gamma_m}{2} (\delta a_m - \delta a_m^+) + i\frac{G_c}{2} (\delta a^+ + \delta a) \\ &+ i\frac{G_\omega}{2} (\delta b^+ + \delta b) + \frac{\xi(t)}{\sqrt{2}}\end{aligned}\quad (4)$$

با توجه به این که در سیستم‌های دوتایی متصل به هم، درهمتنیدگی در صورتی رخ می‌دهد که یکی از سیستم‌ها در حالت واوکوی آبی و سیستم دوم در حالت واوکوی قرمز باشد [۵]، این شرط به این دلیل است که در سیستم با واوکوی آبی درهمتنیدگی بین نوسانگر مکانیکی و میدان کاواک رخ می‌دهد و در سیستم با واوکوی قرمز با حضور برهمکنش تقسیم پرتو رابطه دوگانه‌ای بین نوسانگر و میدان کاواک دوم وجود دارد و به واسطه نوسانگر مکانیکی بین دو میدان کاواکی اپتیکی و ریزموج درهمتنیدگی ایجاد می‌شود. بنابراین برای حالت‌های $\Delta_\omega = +\omega_m > 0$ و $\Delta_c = -\omega_m < 0$ داریم:

$$\begin{aligned}\delta \dot{a}_m &= -\frac{\gamma_m}{2} \delta \tilde{a}_m + \frac{iG_c}{2} \delta \tilde{a}_c^+ + \frac{iG_\omega}{2} \delta \tilde{b} + \sqrt{\gamma_m} \tilde{a}_m^{in} \\ \delta \dot{a}_c &= -k_c \delta \tilde{a}_c + \frac{iG_c}{2} \delta \tilde{a}_m^+ + \sqrt{2k_c} \tilde{a}_{in} \\ \delta \dot{b} &= -k_\omega \delta \tilde{b} + \frac{iG_\omega}{2} \delta \tilde{a}_m + \sqrt{2k_\omega} \tilde{b}_{in}\end{aligned}$$



شکل ۴: درهمتنیدگی میدان کاواک اپتیکی و میدان کاواک ریزموج بر حسب ضریب اتلاف کاواک اپتیکی و ضریب اتلاف کاواک ریزموج در دمای $T=150mk$ و $\mu=0.008$.

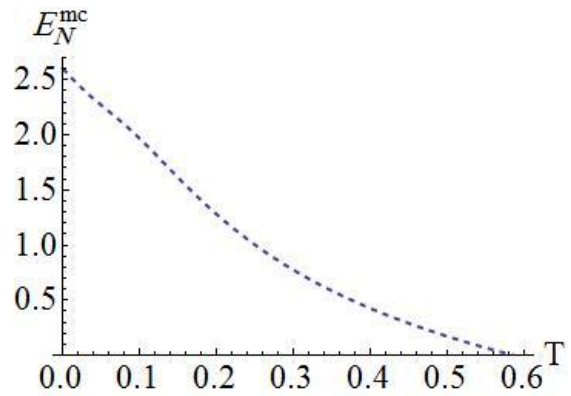
۴. نتیجه‌گیری

در این سامانه با استفاده از پارامترهای قابل دستیابی به لحاظ تجربی در حالت پایا و در تقریب RWA، درهمتنیدگی متغیرهای پیوسته دو بخشی بین مدهای اپتیکی-نوسانگر و مدهای اپتیکی-ریزموج به دست آمد. به ویژه نوسانگر مکانیکی قادر به انتقال درهمتنیدگی ثابت بین مدهای کاواک اپتیکی و ریزموج است و این ویژگی را تا دمای $6.8K$ حفظ می‌کند. از این ویژگی سامانه می‌توان برای ایجاد درهمتنیدگی بین دو کاواک دور از هم و انتقال درهمتنیدگی به بخش کیوبیت حالت جامد استفاده کرد.

مراجع

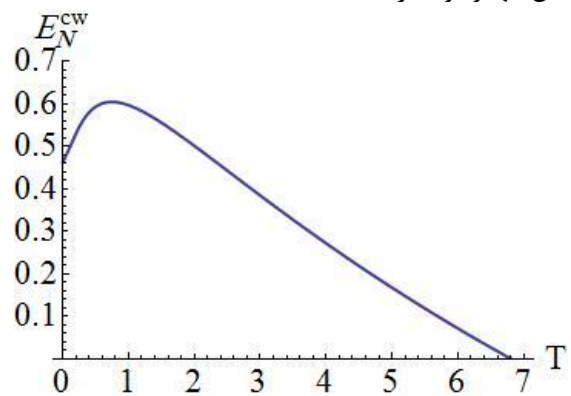
- [1] Aspelmeyer M, Kippenberg T J, Marquardt F, arxiv: 1303.0733 (2013).
- [2] Schwab K C and Roukes M L, Phys. Today 58, 36 (2005).
- [3] Vitali D., Tombesi P., Woolley M J, Doherty A C, and Milburn G J, Phys. Rev. A 76, 042336. (2007)
- [4] Barzanjeh S, Vitali D, Tombesi P, Milburn G J, Phys. Rev. A, 84, 042342. (2011).
- [5] Genes c, Mari A, Vitali D and Tombesi P, Adv.At. Mol. Opt. Phys. 57, 33 (2009).
- [6] Gardiner C W and Zoller P, Quantum Noise,(springer, Berlin,2000).

تثبیت شده است و ضریب میرایی نوسانگر مکانیکی $\gamma_m = 4\pi \times 10^2$ می‌باشد.



شکل ۲: درهمتنیدگی بین میدان کاواک اپتیکی و نوسانگر مکانیکی بر حسب دما.

شکل ۳ نشان دهنده درهمتنیدگی بین میدان کاواک اپتیکی و میدان کاواک ریزموج است. علی رغم اینکه در برهمکنش بین a_m و b درهمتنیدگی وجود ندارد، ولی چون برهمکنش بین a_m و a_c منجر به درهمتنیدگی می‌شود در نتیجه a_c و b بواسطه a_m با یکدیگر درهمتنیده می‌شوند. چون برهمکنش کوانتومی بین مد کاواک اپتیکی و مد کاواک ریزموج به صورت واسطه‌ای رخ داده و مستقیم نیست، میزان درهمتنیدگی از مقدار E_N^{mc} کمتر است اما تا دماهای بالاتر، نزدیک به $7k$ نیز درهمتنیدگی بین آنها وجود دارد.



شکل ۲: درهمتنیدگی بین میدان کاواک اپتیکی (c) و میدان کاواک ریزموج (w) بر حسب دما.

در شکل ۴ درهمتنیدگی بین میدان‌های اپتیکی و میدان ریزموج بر حسب مقادیر میرایی k_w و k_c رسم شده است. مکان‌هایی که منفی لگاریتمی $E_N^{a,b}$ بیشینه می‌شود، مناطقی است که در آنها $k_w \approx k_c$ می‌باشد که مقداری به سمت مقادیر کم k_w منحرف شده است.