



بیست و یکمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران  
و هفتمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران  
۲۳ تا ۲۵ دی ماه ۱۳۹۳، دانشگاه شهید بهشتی



## مطالعه عددی تعیین محل ترک خوردگی ناشی از تنش حرارتی در بلور Nd:YLF تحت دمش طولی ابرگوسی

مهدی خداویردی زاده

گروه مهندسی برق، دانشگاه صنعتی ارومیه

چکیده - تعیین توان دمش بهینه برای پیشگیری از ترک خوردگی بلور لیزر یکی از مراحل مهم در طراحی لیزرهای حالت جامد است. در این تحقیق با استفاده از حل عددی، توزیع دما و توزیع تنش حرارتی حاصل از دمش طولی با استفاده از روش اجزاء محدود در یک بلور لیزری Nd:YLF با آلودگی ۱٪ نتودیمیوم در شرایط نزدیک به کلید زنی Q شبیه سازی گردیده است. نتایج نشان می دهد که موقعیت بی بعد ترک تطابق بسیار خوبی با نتایج تجربی دارد.

کلید واژه- ترک خوردگی، تنش حرارتی، روش اجزاء محدود.

## Numerical study of thermal stress-induced fracture position in a super-Gaussian end-pumped Nd:YLF crystal

M. Khodavirdizadeh

Department of electrical engineering, Urmia University of Technology

**Abstract-** *Determining the optimum pumping power to prevent thermal fracture of a crystal is one of the important processes in modeling the solid state lasers. In this research, FEM method is employed to obtain the thermal distribution and thermal stress due to end-pumping in a Nd:YLF crystal with 1% doping concentration in a close condition to Q-switching. Results show that the non-dimensional fracture location is in good agreement with its available experimental counterpart.*

**Keywords:** FEM, Fracture, Thermal stress.

## ۱- مقدمه

اندازه لکه به صورت تابعی از فاصله نسبت به کمره باریکه به صورت رابطه (۱) تعریف می‌شود.

$$\omega(z) = \omega_0 \sqrt{1 + \left[ \frac{\lambda_p(z - z_0)}{n\pi\omega_0^2} \right]^2} \quad (1)$$

که در آن  $\omega_0$  شعاع کمره باریکه پرتو دماش،  $\lambda_p$  طول موج دماش در فضای آزاد و  $n$  ضریب شکست قطعه بلوری است. فاصله ما بین کمره باریکه پرتو ( $\omega_0 \approx 120 \mu m$ ) و صفحه ورودی دماش حدوداً ۲mm می‌باشد.

گرمای تولید شده در ماده فعال لیزر از سطوح جانبی ماده فعال لیزر دفع می‌شود. قسمتی از توان دماش شده که به گرما تبدیل می‌شود به عنوان منبع چگالی گرما به صورت  $Q(x, y, z)$  در واحد حجم بلور توزیع می‌یابد. با فرض اینکه ضریب هدایت حرارتی  $k$  مقدار ثابتی دارد و ماده فعال لیزری تحت دماش پیوسته قرار گیرد، معادله حرارت به صورت معادله (۲) نوشته می‌شود:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = -\frac{Q(x, y, z)}{k} \quad (2)$$

منبع چگالی گرما که به صورت بار گرمایی کل بر ماده فعال اعمال می‌شود، به جای حالت گوسی و استفاده از پارامتر  $M^2$  در تابع  $\omega(z)$  [۷ و ۸]، در این پژوهش برای افزایش دقت محاسبه به حالت ابرگوسی مرتبه چهار و به صورت معادله (۳) نوشته می‌شود:

$$Q(x, y, z) = Q_0 \exp \left[ -2(y/\omega(z))^4 - \alpha z \right] \quad (1-3)$$

$$Q_0 = \frac{\eta P_{ab}}{a \int_{-c/2}^{c/2} \int_0^L \exp \left[ -\frac{2y^4}{\omega^4(z)} - \alpha z \right] dy dz} \quad (2-3)$$

در رابطه (۳)،  $\alpha$  ضریب جذب ماده،  $\eta$  بازده تولید حرارت ماده و  $P_{ab}$  توان دماش کل جذب شده می‌باشد. حرارت ایجاد شده در اثر اعمال بار گرمایی و خنک‌سازی سطحی باعث ایجاد گرادیان حرارتی شده و تنش‌هایی را در ماده فعال ایجاد می‌کند. تنش‌ها، کرنش‌ها و دمای بلور توسط روابط عمومی قانون هوک به شکل زیر با هم ارتباط پیدا می‌کنند:

$$\varepsilon_{xx} = \frac{1}{E} [\sigma_{xx} - \nu(\sigma_{yy} + \sigma_{zz})] + \alpha'_x T \quad (1-4)$$

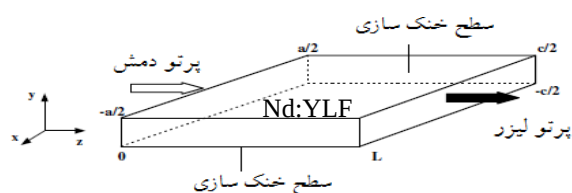
$$\varepsilon_{yy} = \frac{1}{E} [\sigma_{yy} - \nu(\sigma_{zz} + \sigma_{xx})] + \alpha'_y T \quad (2-4)$$

$$\varepsilon_{zz} = \frac{1}{E} [\sigma_{zz} - \nu(\sigma_{xx} + \sigma_{yy})] + \alpha'_z T \quad (3-4)$$

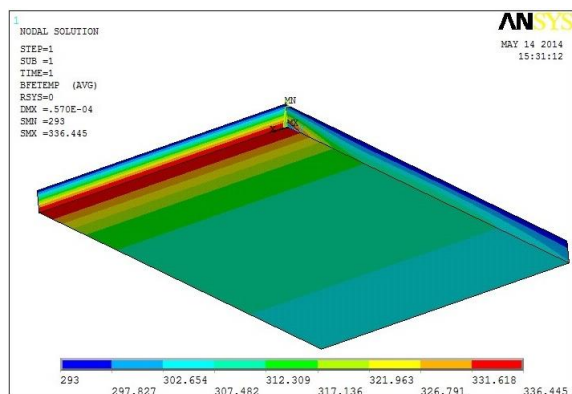
دمش ماده فعال و خنک‌سازی جانبی لیزرهای حالت جامد باعث تولید گرادیان دما و ایجاد تنش و کرنش در ماده فعال لیزر شده و باعث ایجاد شکستگی بلور لیزری می‌گردد، لذا توان خروجی لیزر و کیفیت باریکه پرتو آن توسط تنش حرارتی محدود می‌شود. بنابراین تعیین تابع توزیع حرارت در بلور لیزر از همان ابتدای تکنولوژی ساخت لیزر اهمیت فراوان داشته است [۱-۴]. امروزه با وجود کامپیوترهای پرسرعت، روش‌های حل عددی مانند روش اجزاء محدود (FEM) برای حل معادله حرارت در داخل بلور لیزر استفاده می‌گردد [۵]. بلور Nd:YLF به علت داشتن خاصیت دو شکستی و طول عمر زیاد تراز بالایی لیزر یکی از بلورهای مناسب برای تولید پالسهای توان بالای کلید زنی  $Q$  است. در این تحقیق بلور Nd:YLF تحت دماش طولی ابرگوسی قرار گرفته و نتایج بدست آمده با نتایج تجربی مقایسه شده‌اند [۶-۷]. برای انجام محاسبات شبیه سازی از نرم‌افزار اجزاء محدود ANSYS و Matlab استفاده گردیده است.

## ۲- تئوری مسئله

قطعه‌ای از بلور Nd:YLF مکعبی شکل با شرایط مرزی سرتاسر مقید (Fully-clamped) به وسیله یک لیزر دیودی پیوسته کار (CW) با طول موج ۸۰۶ nm برای تولید پالس‌های کلید زنی  $Q$  تحت دماش طولی قرار می‌گیرد. محل مرکز دستگاه مختصات در صفحه میانی قرار گرفته و هندسه شکل دماش در شکل ۱ نشان داده شده است. ابعاد این قطعه ۱۰ mm × ۱ mm × ۱۲ mm می‌باشد و دماش از سطح کناری ( $z=0$ ) توسط لیزر دیودی انجام می‌گیرد. خنک‌سازی از سطح بالایی و پایینی به وسیله چاهک گرمایی انجام می‌شود و محور نوری سیستم در امتداد محور  $x$  قرار دارد. جهت پرتو خروجی لیزر همان جهت پرتو دماش است.

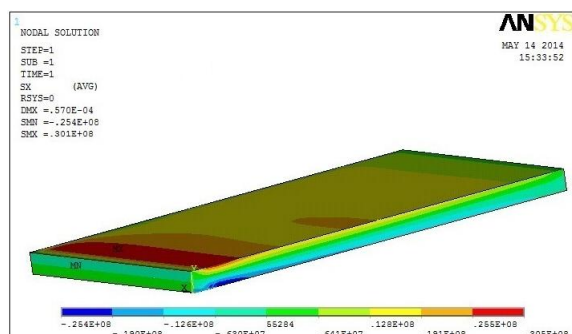


شکل ۱: هندسه شکل دماش طولی بلور



شکل ۲: کانتور توزیع دمایی داخل بلور Nd:YLF

مقادیر تنش‌های برشی در داخل بلور بعلت تقارن هندسی و بارگذاری، خیلی کوچکتر از تنش عمودی است و تاثیری در ترک خوردگی بلور ندارند، بنابراین از نمودارهای آنها صرفنظر شده است. شکل ۳، کانتور توزیع تنش  $\sigma_{xx}$  در داخل بلور لیزر را نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود بیشترین مقدار تنش کششی در این حالت ۳۰٫۵ MPa است.



شکل ۳: کانتور توزیع تنش  $\sigma_{xx}$  در داخل بلور Nd:YLF

شکل ۴، کانتور توزیع تنش  $\sigma_{yy}$  را در داخل بلور لیزر نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که در تمام نقاط بلور تنش فشاری بوده و با توجه به ساختار شکننده (Brittle) قطعه، تنش‌های فشاری تاثیری در شکست بلور ندارند.

شکل ۵، کانتور توزیع تنش  $\sigma_{zz}$  را در داخل بلور لیزر نشان می‌دهد. نتایج نشان می‌دهد که مقدار تنش در مرکز فشاری بوده و هر قدر به سطح خنک سازی شده نزدیک می‌شویم تنش کششی می‌شود. بعلت اینکه تنش کششی عامل ترک خوردگی بلور است بر روی آن تمرکز شده است. بیشترین مقدار تنش  $\sigma_{zz}$  ۳۳/۸ MPa می‌باشد که در روی سطح خنک سازی شده اتفاق می‌افتد.

که در آن  $E$  مدول یانگ،  $\nu$  نسبت پواسون،  $\alpha'$  ضریب انبساط گرمایی،  $\sigma_{xx}$ ،  $\sigma_{yy}$  و  $\sigma_{zz}$  مؤلفه‌های تنش عمودی،  $\epsilon_{xx}$ ،  $\epsilon_{yy}$  و  $\epsilon_{zz}$  مؤلفه‌های کرنش عمودی را نشان می‌دهند. با در نظر گرفتن شرایط مرزی، توزیع دما و توزیع تنش حرارتی از حل معادلات (۲) و (۴) بدست می‌آید.

### ۳- نتایج عددی

ضریب اتلاف حرارتی بلور Nd:YLF با آلائیجی ۱٪ نئودیمیوم تحت شرایط نزدیک به کلیدزنی Q، ۵۰٪ (یعنی  $\eta=50$ ) می‌باشد [۱]. برای حل مسئله از تحلیل عددی اجزاء محدود استفاده می‌کنیم. بعلت تقارن، محاسبات را در  $10 \text{ mm} \times 0.5 \text{ mm} \times 6 \text{ mm}$  انجام می‌دهیم. نتایج نشان می‌دهند با افزایش توان ورودی، تنش‌های حرارتی ایجاد شده افزایش می‌یابند و به ازای توان دمشی ۱۴۰ وات، تنش‌ها از حد تنش شکست تجاوز نموده و باعث شکست بلور می‌شوند. لذا نتایج تحلیل تنش به ازای توان ورودی حداقل بحرانی ارائه شده است. خواص فیزیکی و مکانیکی بلور در جدول ۱ آمده است.

جدول ۱: خواص فیزیکی و مکانیکی بلور Nd:YLF

|                                                                                             |                    |
|---------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------|
| $E = 8.5 \times 10^{10} \text{ Pa}$                                                         | مدول یانگ          |
| $\nu = 0.33$                                                                                | نسبت پواسون        |
| $\lambda_p = 806 \text{ nm}$                                                                | طول موج دمش        |
| $\lambda_l = 1047 \text{ nm}$                                                               | طول موج لیزر       |
| $n_a = 1.448$<br>$n_c = 1.470$                                                              | ضریب شکست          |
| $\alpha_c = 8.3 \times 10^{-6} \text{ 1/K}$<br>$\alpha_a = 13.3 \times 10^{-6} \text{ 1/K}$ | ضریب انبساط حرارتی |
| $k = 6 \text{ W/m.K}$                                                                       | ضریب هدایت حرارتی  |
| $\alpha = 2.4 \text{ cm}^{-1}$                                                              | ضریب جذب ماده      |
| $T_0 = 293 \text{ K}$                                                                       | دمای خنک سازی      |

شکل ۲ کانتور توزیع دمایی در داخل بلور لیزری را نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود بعلت اینکه پرتو دمش به صفحه  $z=0$  می‌تابد، بیشتر انرژی دمشی نیز در نزدیک این وجه جذب می‌شود. نتایج نشان می‌دهد که بیشترین مقدار دما ۳۳۶/۴ K است.

موقعیت بی بعد شده ترک،  $S$ ، بر حسب  $P_{cr}$  محل ترک و طول بلور، به صورت رابطه (۵) نشان داده می‌شود:

$$S = \frac{P_{cr}}{L} \approx 0.08 \quad (5)$$

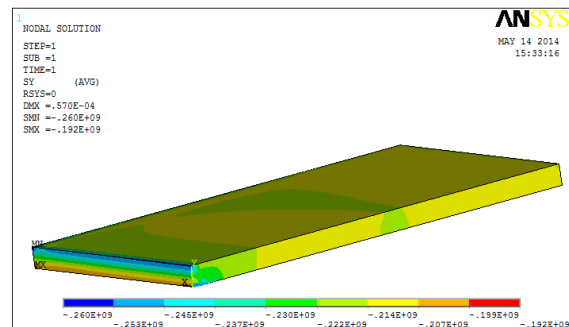
پس ماده فعال لیزر در این توان دمشی دچار ترک خوردگی می‌شود که تطابق بسیار خوبی با نتایج تجربی دارد، که نشان می‌دهد بلور لیزری در توان دمشی ۱۳۵ وات می‌شکند [۷].

#### ۴- نتیجه‌گیری

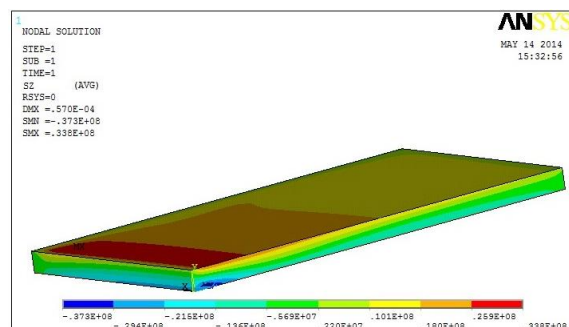
در این مقاله تمرکز بر روی ترک خوردگی حاصل از تنش حرارتی تحت دمش طولی ابر گوسی در بلور Nd:YLF بوده و با استفاده از شبیه‌سازی عددی سه بعدی FEM، توزیع دما و توزیع تنش در بلور با آلائی‌دگی ۱٪ نئودیمیم محاسبه شده است. نتایج نشان می‌دهد که تحت توان دمشی ۱۴۰ وات در شرایط نزدیک به کلیدزنی  $Q$ ، میزان تنش کششی  $\sigma_{zz}$  در درون بلور  $33/8 \text{ MPa}$  است، این مقدار تنش بیش از حد تنش شکست بوده، بنابراین بلور لیزر در اثر این توان دمشی در  $1 \text{ mm}$  اول نزدیک به سطح دمش و بر روی سطح خنک‌سازی دچار ترک خوردگی می‌شود. در نهایت مشاهده می‌شود که نتایج حاصل از این روش شبیه‌سازی عددی مطابقت بسیار خوبی با نتایج تجربی دارد.

#### مراجع

- [1] W. Koechner, "Solid-State Laser Engineering", sixth ed., Springer-Verlag, New York, (2006).
- [2] W.B.Jones, L.M.Goldman, J.P.Chernoch, and W.S.Martin, "The mini-FPL-A face pumped laser: Concept and implementation," IEEE JQE, vol 8, pp.534-535, (1972).
- [3] L.M.Osterink and J.D.Foster, "Thermal effect and transvers mode control and Nd:YAG laser," Appl.Phys.Lett., vol 12, pp.128-131, (1968).
- [4] J.D.Foster and L.M.Osterink, "Thermal effect in a Nd:YAG rod Laser," Appl.Phys., vol 41, pp.3656-3663 (1970).
- [5] Dhondt, G., "The Finite Element Method for Three-Dimensional Thermomechanical Applications", John Wiley, (2004).
- [6] T. Taira, T. Kobayaashi, "Qswitching and frequency doubling of solid state lasers by a single intracavity KTP crystal", IEEE JQE, vol 30(3), 800-804 (1994).
- [7] Zhe Ma, Jiancun Gao, Daijun Li, Junlin Li, Nianle Wu, Keming Du, "Thermal stress effects of the diode-end-pumped Nd:YLF slab", optics communications 281(2008)3522-3526
- [8] T. Taira, J. Saikawa, T. Kobayashi, R. L. Byer, "Diode-Pumped Tunable Yb:YAG Miniature Lasers at Room Temperature: Modeling and Experiment" IEEE J. Sel.Top. Quantum Electron. 3 (1997) 100.
- [9] <http://www.st.northropgrumman.com/synoptics/products/laser/NdYLF.html>

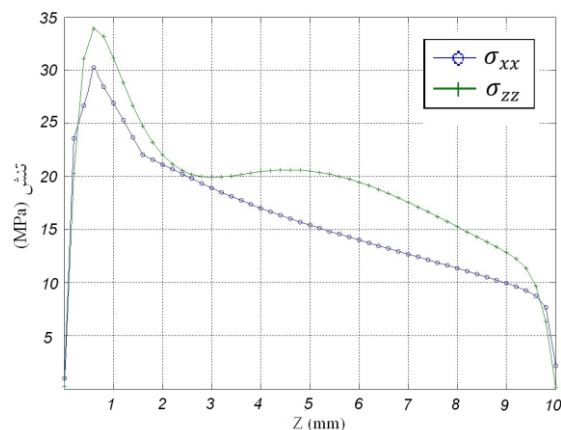


شکل ۴: کانتور توزیع تنش  $\sigma_{yy}$  در داخل بلور Nd:YLF



شکل ۵: کانتور توزیع تنش  $\sigma_{zz}$  در داخل بلور Nd:YLF

شکل ۶ نمودار توزیع تنش‌های  $\sigma_{xx}$  و  $\sigma_{zz}$  را در روی سطح خنک‌سازی شده و در راستای  $z$  نشان می‌دهد.



شکل ۶: نمودار توزیع تنش  $\sigma_{xx}$  و  $\sigma_{zz}$  در راستای محور  $z$  در روی سطح خنک‌سازی شده.

با توجه به اینکه تنش برشی در المان بحرانی وجود ندارد، تنش‌های ایجاد شده خود تنش اصلی خواهند بود، بنابراین با توجه به نظریه تنش عمودی بیشینه، شکست زمانی اتفاق می‌افتد که تنش اصلی بیشینه با تنش شکست برای بلور Nd:YLF برابر شود، تنش شکست برای این بلور  $33 \text{ MPa}$  است [۹]. نتایج نشان می‌دهند که