بیست و یکمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران
و هفتمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران
۲۳ تا ۲۵ دی ماه ۱۳۹۳، دانشگاه شهید بهشتی

# اندازه‌گیری ضریب پخش مایع در مایع با استفاده از پراش فرنل از پله فازی

احد صابر[۱،۳] محمد تقی توسلی[۲]

۱- دانشگاه محقق اردبیلی ۲- دانشکده فیزیک، پردیس علوم، دانشگاه تهران ۳- دانشگاه تحصیلات تکمیلی علوم پایه زنجان

**ضریب پخش مایع در مایع با استفاده از پراش فرنل از پله فازی اندازه‌گیری شده است. یک تیغه شیشه‌ای به عنوان پله فازی عبوری، داخل مخزن پخش قرار می‌گیرد. باریکه تکفام و موازی لیزر هلیوم – نئون عمود بر سطح تیغه تابانده می‌شود و پراش فرنل تشکیل شده در صفحه‌ای عمود بر راستای تابش توسط *CCD* ثبت می‌شود. پس از شروع پخش، توزیع ضریب شکست داخل مخزن با زمان تغییر می‌کند و توزیع شدت پراش یافته از لبه پله را تغییر می‌دهد. با استفاده از روش تبدیل فوریه، نمایه فاز و در نتیجه نمایه ضریب شکست داخل مخزن بدست می‌آید و ضریب پخش محاسبه می‌شود.**

اندازه گیری فاز، پراش فرنل، پله فازی، ضریب پخش، ضریب شکست

# Measuring of diffusion coefficient of liquids using Fresnel diffraction from phase step

Ahad Saber[۱، ۳], Mohammad Taghi Tavassoly[۲]

۱- University of Mohaghegh Ardabili, ۲- University of Tehran, physics department, ۳-Institute for Advanced Studies in Basic Sciences

The diffusion coefficient of liquid–liquid has been measured using the Fresnel diffraction from a phase step. As a phase step in transmission mode, a glass plate is immersed in the diffusion cell. The plate is illuminated by a monochromatic parallel beam of a He-Ne laser and the diffraction pattern which is formed on a surface perpendicular to the beam propagation direction is recorded using a CCD. During the diffusion process, the refractive index distribution inside the diffusion cell varies by time and changes the intensity distribution on the diffraction pattern. The Fourier transform method is used to find the phase distribution and the refractive index profile which provides the diffusion coefficient.

Keywords: Diffusion coefficient, Fresnel diffraction, Phase measurement, Phase step, Refractive index

[ Downloaded from www.opsi.ir on 2025-12-16 ]



این مقاله در صورتی دارای اعتبار است که در سایت www.opsi.ir قابل دسترسی باشد.

## ۱- مقدمه

پخش فرایند مخلوط شدن از طریق حرکت مولکولی است [۱]. مطالعه آن در شاخه‌های مختلف علوم از جمله داروسازی، کنترل آلودگی هوا، مهندسی شیمی، مهندسی مکانیک، سیستم‌های بیولوژیکی، رشد کریستال‌ها و جداسازی ایزوتوپ‌ها اهمیت فراوان دارد [۲-۳]. روش‌های متعددی برای مطالعه پخش وجود دارد. روش‌های اپتیکی که اساس کارشان اندازه‌گیری تغییرات ضریب شکست یا مشتق آن است، مناسب‌ترین روش مطالعه پخش در محیط‌های شفاف‌اند [۴]. روش‌های تداخل‌سنجی رایج مانند تداخل‌سنجی مایکلسون، تداخل‌سنجی ماخ-زنر و تداخل‌سنجی ژامین برای اندازه‌گیری ضریب پخش بکار برده شده‌اند [۵]. روش‌های تداخل‌سنجی مدرن مانند تداخل‌سنجی پیسه‌ای [۶-۸]، تداخل‌سنجی دیجیتال [۹-۱۰]، تداخل‌سنجی تمام‌نگاری [۱۱] و تکنیک ماره [۳] نیز برای مطالعه پخش بکار گرفته شده‌است. مزایای روش‌های تداخل‌سنجی دقت زیاد، قابل اعتماد بودن نتایج، اندازه‌گیری‌های غیر مخرب و نتایج زمان واقعی آنها و معایب‌شان حساسیت زیاد به ارتعاشات و پیچیده بودن چیدمان آزمایش مورد استفاده است.

در این کار روش جدیدی بر اساس پراش فرنل از پله فازی ارائه می‌شود که با وجود دارا بودن مزایای روش‌های تداخل‌سنجی به ارتعاشات محیط حساس نیست و چیدمان آزمایشی بسیار ساده‌ای دارد.

در سال‌های اخیر مطالعات نظری و تجربی زیادی روی پراش فرنل از پله‌های فازی صورت گرفته است و در اندازه‌گیری‌های اپتیکی گوناگونی از جمله شکست سنجی با دقت بسیار زیاد، اندازه‌گیری ضخامت لایه‌های نازک، اندازه‌گیری جابجایی‌های نانومتری، اندازه‌گیری نمایه دما در اطراف یک سیم داغ و اندازه‌گیری طول موج و پاشندگی نور بکار رفته است [۱۲-۱۹].

## ۲- پراش فرنل از پله فازی

اگر باریکه همدوس نور با طول موج $\lambda$ از یک پله فازی به ارتفاع مشخص عبور کند یا از آن بازتاب یابد، در اثر تغییر تند فاز در پله، نور عبوری یا بازتابی پراش پیدا می‌کند. شدت نور پراشیده در نقطه‌ای روی صفحه عمود بر راستای انتشار به صورت زیر است [۱۸]:

$$I_n = cos^2\frac{\phi}{2} + 2(C_.^2 + S_.^2)\, sin^2\frac{\phi}{2} \mp (C_. - S_.)\, sin\,\phi \qquad (۱)$$

که $\phi$ اختلاف فاز میان دو سطح پله و $S_.$ و $C_.$ انتگرال‌های فرنل‌اند. اگر یک تیغه شیشه‌ای در مسیر نور قرار گیرد، به خاطر اختلاف ضریب شکست تیغه با محیطی که در آن قرار گرفته است، فازهای جبهه موجهای عبوری از تیغه و ناحیه اطراف آن اختلاف خواهد داشت و در مرز تیغه و محیط، پله فازی عبوری به وجود می‌آید. از این وسیله به عنوان روشی برای اندازه‌گیری نمایه ضریب شکست در داخل مخزن پخش استفاده می‌کنیم.

## ۳- پخش

توزیع ضریب شکست در مخزن پخش به توزیع غلظت در آن بستگی دارد و این توزیع با استفاده از قانون دوم فیک برای پخش یک بعدی در راستای $y$ توصیف می‌شود:

$$\frac{dC(y,t)}{dt} = D\frac{d^2C(y,t)}{dt^2} \qquad (۲)$$

که $D$، ضریب پخش و $C(y,t)$ غلظت در نقطه $y$ و زمان $t$ است. جواب معادله پخش برای دو محلول با غلظت‌های $C_1$ و $C_2$ که در شروع پخش در نقطه $y = 0$ از هم جدا شده‌اند، به شکل زیر است [۱]:

$$C(y,t) = \frac{C_1+C_2}{2} + \frac{C_1-C_2}{2} erf\left(\frac{y}{2\sqrt{Dt}}\right) \qquad (۳)$$

که $erf(x)$ تابع خطا است. اگر بازه تغییرات غلظت کم باشد، رابطه بین ضریب شکست و غلظت را می‌توان خطی در نظر گرفت [۴]:

$$n(y,t) = \left(\frac{dn}{dC}\right)_. C(y,t) + n' \qquad (۴)$$

که $\left(\frac{dn}{dC}\right)_.$ متوسط شیب منحنی ضریب شکست و غلظت در بازه غلظت بکار برده شده و $n'$ مقداری ثابت است. بنابراین توزیع ضریب شکست در مخزن پخش در زمان $t$ به صورت زیر خواهد بود:

$$n(y,t) = \frac{n_1+n_2}{2} + \frac{n_1-n_2}{2} erf\left(\frac{y}{2\sqrt{Dt}}\right) \qquad (۵)$$

که $n_1$ و $n_2$ به ترتیب ضرایب شکست مربوط به غلظت‌های $C_1$ و $C_2$ هستند. اگر نمایه ضریب شکست را در دو زمان مختلف $t_1$ و $t_2$ در نظر بگیریم و آنها را از هم کم کنیم، خواهیم داشت:

$$\Delta n(y,t_2,t_1) = n(y,t_2) - n(y,t_1) \qquad (۶)$$

با جایگذاری معادله (۵) در معادله (۶) داریم:

$$\Delta n(y,t_2,t_1) = \frac{n_1-n_2}{2}\left(erf\left(\frac{y}{2\sqrt{Dt_1}}\right) - erf\left(\frac{y}{2\sqrt{Dt_2}}\right)\right) \qquad (۷)$$

نمودار $\Delta n$ بر حسب $y$ دو نقطه اکسترمم دارد که محل آنها را با مشتق گیری از رابطه (۷) و صفر قرار دادن آن بدست می‌آید:



[ Downloaded from www.opsi.ir on 2025-12-16 ]

$$y_{1,2} = \pm\sqrt{\frac{2Dln(t_2/t_1)}{1/t_1-1/t_2}} \qquad (8)$$

اگر فاصله دو نقطه اکسترمم از همدیگر را با $l$ نشان دهیم، ضریب پخش از رابطه زیر بدست می‌آید.

$$D = l^2\frac{1/t_1-1/t_2}{8ln(t_2/t_1)} \qquad (9)$$

اگر تیغه شیشه‌ای به ضخامت $d$ با ضریب شکست $n_0$ در داخل مخزن پخش قرار گیرد، اختلاف فاز بین باریکه‌ای که از تیغه عبور می‌کند و باریکه‌ای که از محیط اطراف عبور می‌کند به صورت زیر خواهد بود:

$$\phi(y,t) = \frac{2\pi d}{\lambda}(n(y,t) - n_0) \qquad (10)$$

در قسمت بالای مخزن که هنوز ضریب شکست بدون تغییر باقی مانده است، اختلاف فاز به صورت زیر است:

$$\phi(y_1,t) = \frac{2\pi d}{\lambda}(n_1 - n_0) \qquad (11)$$

از تفاضل عبارت‌های فوق به رابطه زیر می‌رسیم:

$$\Delta\phi(y,t) = \frac{2\pi d}{\lambda}(n(y,t) - n_1) \qquad (12)$$

از طرف دیگر با استفاده از معادله (۱) می‌توان نشان داد که توزیع شدت در لبه تیغه به صورت زیر است:

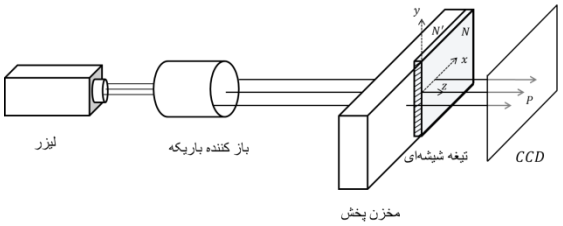
$$I_n = \frac{1}{2}(1 + cos\,\phi(y,t)) \qquad (13)$$

بنابراین فاز $\phi(y,t)$ را با استفاده از روش تبدیل فوریه می‌توان حساب کرد و در نتیجه توزیع ضریب شکست به شکل زیر از روی فاز بدست می‌آید:

$$n(y,t) = n_1 - \frac{\lambda}{2\pi d}\Delta\phi(y,t) \qquad (14)$$

## ۴- نتایج تجربی

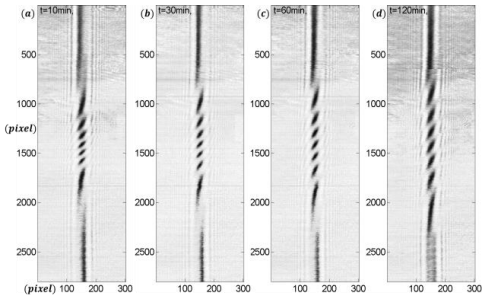
چیدمان آزمایش در شکل ۱ نشان داده شده است.




شکل ۱: چیدمان آزمایش اندازه‌گیری ضریب پخش

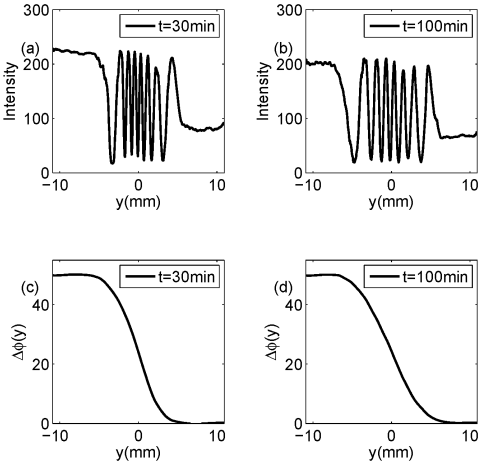
ابتدا تیغه شیشه‌ای در داخل مخزن پخش قرار می‌گیرد، بعد نصف مخزن با محلول سبک‌تر پر می‌شود، سپس با استفاده از یک سرنگ محلول سنگین‌تر به قسمت پایین مخزن تزریق می‌شود. طرح پراش از لبه تیغه توسط یک دوربین $CCD$ در فواصل زمانی مشخص بعد از شروع پخش، ثبت می‌شود.

در شکل ۲ طرح پراش در زمان‌های مختلف پس از شروع پخش برای پخش محلول ۲٪ شکر در آب نشان داده شده است.

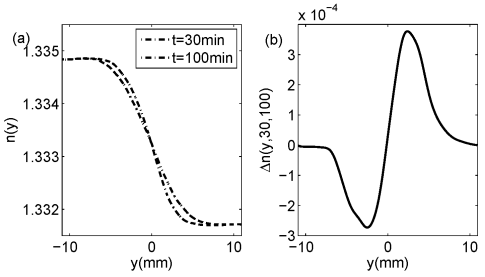



شکل ۲: طرح پراش از لبه تیغه شیشه‌ای واقع در مخزن پخش در زمان‌های مختلف پس از شروع پخش.

توزیع شدت نور و فاز شدت پراشیده در $x = 0$، در زمان‌های ۳۰ و ۱۰۰ دقیقه پس از شروع پخش در شکل ۳ رسم نمایش داده شده است. نمایه ضریب شکست و تفاضل آنها برای دو زمان ۳۰ و ۱۰۰ دقیقه در شکل ۴ نشان داده شده است.




شکل ۳: توزیع شدت در و توزیع فاز معادل آنها در زمان‌ها مختلف پس از شروع پخش.




شکل ۴: توزیع ضریب شکست و تفاضل آنها

ضریب پخش متناظر با زمان‌های مختلف، که با استفاده از رابطه ۹ بدست می‌آید در جدول ۱ آورده شده است.



[ Downloaded from www.opsi.ir on 2025-12-16 ]

| $t_1$ | $t_2$ | ضریب پخش |
|---|---|---|
| ۳۰ | ۶۰ | $۰.۵۲۵ \times ۱۰^{-۵} \pm ۰.۰۲۷ \times ۱۰^{-۵}$ |
| ۳۰ | ۱۲۰ | $۰.۵۰۲ \times ۱۰^{-۵} \pm ۰.۰۲۷ \times ۱۰^{-۵}$ |
| ۳۰ | ۱۸۰ | $۰.۴۸۳ \times ۱۰^{-۵} \pm ۰.۰۲۷ \times ۱۰^{-۵}$ |
| ۶۰ | ۱۲۰ | $۰.۵۲۱ \times ۱۰^{-۵} \pm ۰.۰۲۷ \times ۱۰^{-۵}$ |
| ۶۰ | ۱۸۰ | $۰.۴۴۲ \times ۱۰^{-۵} \pm ۰.۰۲۷ \times ۱۰^{-۵}$ |
| میانگین | | $۰.۴۹۵ \times ۱۰^{-۵} \pm ۰.۰۲۷ \times ۱۰^{-۵}$ |

## ۵- نتیجه‌گیری

در این کار ضریب پخش مایع در مایع با استفاده از روش پراش فرنل از پله فازی اندازه‌گیری شده است. روش بکار گرفته شده در مقایسه با روش‌های دیگر از دقت اندازه‌گیری بهتری برخوردار است و نتایج کاملا قابل اعتماد است.

## مراجع


[۱] Cussler E. L., *Diffusion-mass transfer in fluid systems*, third Ed, Cambridge University Press, ۲۰۰۷.

[۲] Juan F. Torres, Atsuki Komiya, Eita Shoji, Junnosuke Okajima, Shigenao Maruyama, *Development of phase-shifting interferometry for measurement of isothermal diffusion coefficients in binary solutions,* **Opt lasers eng** ۵۰ (۲۰۱۲), ۱۲۸۷-۱۲۹۶.

[۳] Kazem Jamshidi-Ghaleh, Mohammad Taghi Tavassoly, and Nastaran Mansour, *Diffusion coefficient measurements of transparent liquid solutions using Moire deflctometry,* **J. Phys. D: Appl. Phys.** ۳۷ (۲۰۰۴), ۱۹۹۳.

[۴] D. Ambrosini, D. Paoletti, Nasser Rashidnia, *Overview of diffusion measurements by optical techniques*," **opt lasers eng** ۴۶ (۲۰۰۸), ۱۲۸۷-۱۲۹۶.

[۵] Tyrrell HJV, Harris KR. *Diffusion in liquids*, London: Butterworths; ۱۹۸۴.

[۶] D. Paoletti and G. Schirripa Spagnolo, *Temperature dependence of liquid mixtures diffusivity by ESPI endoscopy,* **Opt. Laser. Eng.** ۲۶ (۱۹۹۷), ۳۰۱-۳۱۲.

[۷] X. Zhang, N. Hirota, T. Narita, J. P. Gong, Y. Osada and K. Chen *Investigation of molecular diffusion in hydrogel by electronic speckle pattern interferometry,*" **J. Phys. Chem. B.** ۱۰۳ (۱۹۹۹), ۶۰۶۹-۶۰۷۴.

[۸] M. J. Krasinski, E. Piano and G. A. Dall Aglio, *Evolution of the diffusion field during crystal growth in gel studied by speckle interferometry,* **Mater. Chem. Phys.** ۸۰ (۲۰۰۳), ۳۷۶-۳۸۲.

[۹] E. Alanis, G. Romero, and C. Martinez, *Interferometric measurement of diffusion coefficients through a scanning laser beam,* **Opt. Eng.** ۳۹ (۲۰۰۰), ۷۴۴-۷۵۰.

[۱۰] A. Anand, V. K. Chhaniwal, and C. S. Narayanamurthy, *Diffusivity studies of transparent liquid solutions by use of digital holographic interferometry,* **Appl. Opt.** ۴۵ (۲۰۰۶) ۹۰۴۹

[۱۱] N. Bochner, and J. Pipman, *A simple method of determining diffusion constants by holographic interferometry,* **J. Phys. D: Appl. Phys.** ۹ ۱۹۷۶, ۱۸۲۵-۱۸۳۰

[۱۲] M. T. Tavassoly and A. Saber, *Optical refractometry based on Fresnel diffraction from a phase wedge,* **Opt. Lett.** ۳۵ (۲۰۱۰), ۳۶۷۹-۳۶۸۱.

[۱۳] M. T. Tavassoly, R. R. Naraghi, A. Nahal, and K. Hassani, *High precision refractometry based on Fresnel diffraction from phase plates,* **Opt. Lett.** ۳۷ (۲۰۱۲), ۱۴۹۳-۱۴۹۵.

[۱۴] M. T. Tavassoly, S. R. Hosseini, A. Motazedi Fard, and R. R. Naraghi, *Applications of Fresnel diffraction from the edge of a transparent plate in transmission,* **Appl. Opt.** ۵۱ (۲۰۱۲), ۷۱۷۰-۷۱۷۵.

[۱۵] M. T. Tavassoly, I. M. Haghighi, and K. Hassani, *Application of Fresnel diffraction from a phase step to the measurement of film thickness,* **Appl. Opt.** ۴۸ (۲۰۰۹), ۵۴۹۷-۵۵۰۱.

[۱۶] A. A. Khorshad, K. Hassani, and M. T. Tavassoly, *Nanometer displacement measurement using Fresnel diffraction,* **Appl. Opt.** ۵۱ (۲۰۱۲), ۵۰۶۶-۵۰۷۲.

[۱۷] R. Aalipour, M. T. Tavassoly, and A. Darudi, *Superimposing the waves diffracted from two similar hot and cold wires provides the temperature profile around the hot one,* **Appl. Opt.** ۴۹ (۲۰۱۰), ۳۷۶۸-۳۷۷۳.

[۱۸] M.T. Tavassoly, M. Amiri, A. Darudi, R. Aalipour, A. Saber and A. R. Moradi, *Optical diffractometry,* **J. Opt. Soc. Am. A,** ۲۶ (۲۰۰۹), ۵۴۰-۵۴۷.

[۱۹] M. Amiri and M. T. Tavassoly, *Fresnel diffraction from ۱D and ۲D phase steps in reflection and transmission modes,* **Opt. Commun,** ۲۷۲ (۲۰۰۷), ۳۴۹-۳۶۱.




[ Downloaded from www.opsi.ir on 2025-12-16 ]