



بیست و یکمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران  
و هفتمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران  
۲۳ تا ۲۵ دی ماه ۱۳۹۳، دانشگاه شهید بهشتی



## سالیتون‌های کاواک گسسته در محیط لیزررای فعال با غیرخطیت کر

کامل تالونه<sup>۱</sup>، کیوان محمود اقدمی<sup>۲</sup>، رضا خردمند<sup>۱</sup>

<sup>۱</sup> گروه فوتونیک، دانشکده فیزیک کاربردی و ستاره‌شناسی، دانشگاه تبریز، تبریز، ایران

<sup>۲</sup> گروه فیزیک، دانشگاه پیام نور، صندوق پستی ۳۶۹۷-۱۹۳۹۵، تهران

چکیده - در این مقاله انتشار نور از کاواک‌های لیزررای فعال که بشکل آرایه‌ای از موجبرهای جفت شده در کنار هم قرار گرفته و حاوی محیط با عامل غیرخطیت کر می‌باشند، از طریق شبیه سازی عددی مورد بررسی قرار می‌گیرد. بدین منظور ابتدا با معرفی مدل نظری، دوپایایی در حالت‌های هموژن و پایداری این حالت‌ها بررسی شده و پس از یافتن چند نمونه از سالیتون‌های روشن و تاریک، منحنی‌های چندپایایی آنها رسم می‌شوند. در انتها با استفاده از روش‌های عددی پایداری خطی حالت‌های غیرهموژن متنوع بدست آمده، مورد بررسی قرار می‌گیرد.

کلیدواژه- محیط لیزررا، سالیتون فضایی، موجبرهای جفت شده

## Discrete cavity solitons in active lasing medium with kerr nonlinearity

KAMEL TALOUNEH<sup>1</sup>, KEIVAN MAHMOOD AGHDAMI<sup>2</sup>, REZA KHERADMAND<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Photonics group, Research Institute for Applied Physics and Astronomy, University of Tabriz, Tabriz, Iran

<sup>2</sup> Department of Physics, Payame Noor University, PO Box19395-3697, Tehran, Iran.

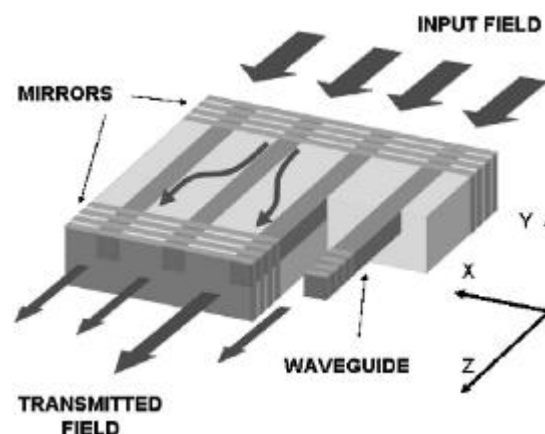
Abstract- In this paper propagation of light through active lasing cavities which form a coupled waveguide arrays and contain Kerr medium is studied using numerical simulation. In this direction, after introducing theoretical model, bistability for homogenous states and their stability are studied firstly, then bifurcation curves of inhomogenous states are obtained after acquiring some bright and dark solitons. Finally linear stability analyzes of various inhomogeneous states are investigated by numerical methods.

Keywords: lasing medium, spatial soliton, coupled waveguides.

## ۱- مقدمه

سالیتون<sup>۱</sup>ها امواج جایگزیده‌ای هستند که تحت شرایط خاصی بدون تغییر شکل در محیط منتشر می‌شوند. سالیتون‌ها در حالت کلی به دو دسته‌ی سالیتون‌های فضایی و سالیتون‌های زمانی تقسیم می‌شوند. سالیتون‌های فضایی در محیط غیرخطی از خنثی شدن اثر پراش<sup>۲</sup> ذاتی (پهن شدگی) امواج با غیرخطیت موجود در محیط بوجود می‌آیند [۱]. شرط لازم دیگر برای تشکیل این سالیتون‌ها تعادل بین جذب و بهره‌ی خطی و غیرخطی محیط مورد مطالعه است. تشکیل سالیتون‌ها در محیط‌های گسسته کاملاً متفاوت از محیط‌های پیوسته می‌باشد که بدلیل خواص منحصر بفرد پراش در این نوع سیستم‌های گسسته است [۲]. در این راستا جهت برهم‌کنش هر چه مؤثرتر پرتو تابیده شده ورودی با خواص غیرخطی محیط، از کاواک‌های جفت شده (که در آن‌ها دو آینه در ابتدا و انتهای موجبرها کار گذاشته شده است)، جهت تا شدن مسیر نوری استفاده می‌شود [۳] (شکل ۱) [۴].

امروزه تشکیل سالیتون‌های کاواک گسسته در محیط‌های لیزررای فعال نیز، که در آن‌ها مقدار بهره‌ی لیزری بیشتر از مقدار جذب خطی می‌باشد، مورد توجه قرار گرفته است.



شکل ۱: آرایه‌ای از کاواک‌های جفت شده با آینه‌هایی در ابتدا و انتهای آن‌ها به همراه میدان فرودی و میدان خروجی آن.

در چنین سیستم‌های لیزررای، عامل بوجود آمدن جواب‌های منحصر بفرد یک تعادل بین جذب خطی محیط و بهره اشباع از یک طرف و تعامل پراش و پدیده-

های غیرخطی از طرف دیگر (که سبب بوجود آمدن توزیع غیرهمگن شدت در عرض می‌شود) است. [۵]. در این مقاله پس از معرفی مدل ریاضی توصیف‌گر آرایه‌ای از مشددهای لیزرزا، در ابتدا جواب‌های همگن مشخص گردیده و پایداری آن‌ها بررسی خواهد شد و سپس شرایط پارامتری مناسب برای ظهور حالت‌های غیرهمگن سالیتونی بدست خواهد آمد.

## ۲- مدل ریاضی

در این کار آرایه‌ای از موجبرها در نظر گرفته می‌شود که فقط با همسایه‌های مجاور خود (تقریب نزدیک‌ترین همسایه‌های مجاور) برهم‌کنش می‌کنند. تغییرات آهسته میدان در هر یک از موجبرهای این سیستم را می‌توان بوسیله معادله مدل بهنجار شده زیر برای موجبر  $n$  نوشت [۵]:

$$i \frac{\partial A_n}{\partial t} + \left( i\delta + \Delta - \frac{i\gamma}{1 + |A_n|^2} + \alpha |A_n|^2 \right) |A_n| + C(A_{n+1} + A_{n-1} - 2A_n) = P e^{iQn} \quad (1)$$

که در آن  $A_n$  دامنه میدان در موجبر  $n$ ام،  $\Delta$  نامیزانی از فرکانس تشدید کاواک،  $\alpha$  نمایانگر قدرت اثر کر وابسته به شدت میدان،  $P$  دامنه میدان پمپ ورودی،  $Q$  اختلاف فاز بین موجبرها (وابسته به کجی پرتو ورودی)،  $\delta > 0$  نمایانگر جذب خطی و  $\gamma > 0$  بهره لیزرایی است. در اینجا با رعایت شرط لازم برای محیط‌های لیزرزا که  $\gamma > \delta$  است، در صورت عدم اعمال میدان پمپ ورودی (میدان نگهدارنده) جواب‌های نواحی نزدیک  $A_n = 0$  از نظر مدولاسیون ناپایدار می‌شوند. در اینجا مقادیر خاص مورد استفاده جهت بدست آوردن نتایج مورد نظر عبارتند از:

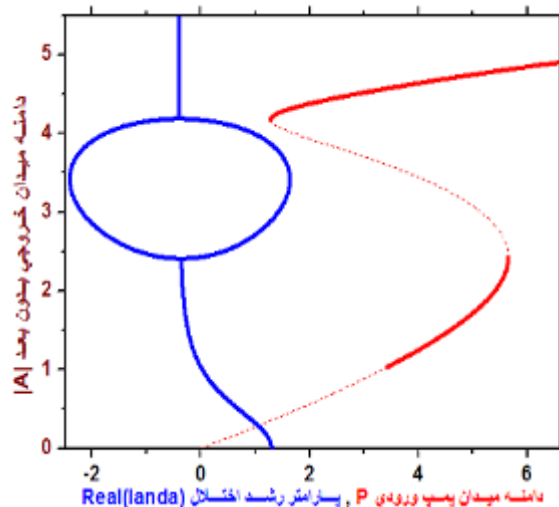
$$\Delta = 3.5, \delta = 0.4, \alpha = -0.2, \gamma = 1.7, C = 0.15, Q = 0$$

که نشان دهنده یک محیط با غیر خطیت واکانونی کننده ضعیف ( $\alpha < 0$ ) و لیزرزا ( $\gamma > \delta$ ) با جفت شدگی ضعیف ( $C = 0.15$ ) است. همچنین تابش میدان پمپ ورودی در اینجا بصورت عمود بر آرایه مجبری می‌باشد ( $Q = 0$ ). در این حالت سیستم مورد بحث نسبت به میدان پمپ ورودی ( $P$ ) دوپایایی از خود نشان می‌دهد. یعنی با اعمال یک مقدار خاصی از میدان پمپ ورودی سیستم

<sup>1</sup> soliton

<sup>2</sup> diffraction

که شاخه بالایی کاملاً پایدار است که این وجه تمایز این سیستم با سیستم‌های غیر لیزر زاست. [۵].



شکل ۲: نمودار تغییرات پارامتر رشد اختلال بر حسب تغییرات میدان پمپ ورودی (منحنی آبی) به همراه نمودار دوپایایی جواب‌های هموژن (منحنی قرمز). خطوط منحنی دوپایایی نواحی پایدار و خطوط خط چین نواحی ناپایدار منحنی را نشان می‌دهند. خطوط راست افقی جهت مشخص کردن مرز ناپایداری و خط راست عمودی جهت تفکیک مقادیر مثبت و منفی منحنی پارامتر رشد اختلال رسم شده‌اند.

## ۵- جواب‌های غیر هموژن

یک سیستم غیر خطی لیزر زای مشخص شده با معادله مدل (۱) علاوه بر جواب‌های هموژن دارای جواب‌های غیر هموژن (شامل شاخه‌های سالی‌تونی) نیز هست. در این کار از روش نیوتن-رافسون برای یافتن جواب‌های ایستا ( $\frac{\partial A_n}{\partial t} = 0$ ) استفاده گردید. سپس جهت بررسی پایداری جواب‌ها از روش رانگ-کوتا و شبیه‌سازی رفتار جواب‌ها در طی گذر زمان در حضور نوفه کاتوره‌ای استفاده شده است. جواب‌های سالی‌تونی بدست آمده را می‌توان به دو دسته عمده سالی‌تونی‌های روشن<sup>۴</sup> و سالی‌تونی‌های تاریک<sup>۵</sup> تفکیک نمود، که به ترتیب زمینه‌ی هر یک بر روی شاخه پایینی و بالایی منحنی هموژن تشکیل می‌شوند. لذا شرط لازم برای دستیابی به این جواب‌ها وجود زمینه ایستا و شرط کافی پایدار بودن آن‌هاست. هر یک از سالی‌تونی‌های روشن یا تاریک در این سیستم دارای پهنای متفاوتی بوده و قله یا دره شدت در هر کدام شامل یک، دو و یا چند موجبر است. در شکل (۳) پروفایل چند نمونه از

می‌تواند دو شدت خروجی متفاوت داشته باشد. لازم به ذکر است که تمام پارامترها در این سیستم بدون بعدند.

## ۳- جواب‌های هموژن

ابتدا حالت‌های ایستای مربوط به معادله مدل مورد بررسی در نظر گرفته می‌شود. در این راستا دو مورد جواب‌های هموژن و جواب‌های غیر هموژن قابل بررسی‌اند. جواب‌های هموژن با قرار دادن  $A_n = A$  در معادله مدل (۱) و صرف نظر کردن از مشتق زمانی ( $\frac{\partial A_n}{\partial t} = 0$ ) قابل دستیابی است. وابستگی شدت این جواب به پمپاژ به صورت دوپایاست که در شکل (۲) با رنگ قرمز مشخص شده است. در این شکل مقدار قدر مطلق دامنه خروجی ( $|A|$ ) بر حسب مقدار دامنه میدان پمپ ورودی ( $P$ ) آورده شده است.

## ۴- تحلیل پایداری خطی<sup>۳</sup> جواب‌های هموژن

جهت بررسی پایداری خطی جواب‌های هموژن بدست آمده، می‌توان از تحلیل پایداری خطی استفاده کرد. در این روش به فرض آن که جواب هموژن  $A$  باشد، اختلالی به این جواب افزوده و با استفاده از معادله مدل مورد نظر تحولات آن را در طول زمان بررسی می‌کنیم. شکل اختلال مورد نظر بصورت  $a_n = \varphi e^{\lambda t + i q n}$  می‌باشد، که در آن  $\varphi$  دامنه اختلال وارده،  $q$  فرکانس ویژه مد مورد نظر،  $t$  زمان و  $\lambda$  پارامتر رشد اختلال است. سپس با جایگذاری  $A_n = A + \varphi e^{\lambda t + i q n}$  در معادله مدل (۱)، شکل پارامتر رشد اختلال ( $\lambda$ ) بدست می‌آید. در صورتی که قسمت حقیقی  $\lambda$  کوچکتر از صفر باشد، جواب مورد نظر از نظر مدولاسیون پایدار و در غیر این صورت، ناپایدار خواهد بود [۶]. در شکل (۲) منحنی تغییرات پارامتر رشد اختلال ( $\lambda$ ) بر حسب دامنه میدان پمپ ورودی به همراه منحنی دوپایایی جواب‌های هموژن مورد بحث آمده است. همانطور که از شکل مشخص است، شاخه با شیب منفی ناپایدار است که طبیعی است. جواب‌های هموژن مورد نظر در شاخه پایینی در بازه مقادیر میدان ورودی  $0 \leq P \leq 3.41$  (متناظر با دامنه میدان خروجی  $0 \leq |A| \leq 1.03$ ) ناپایدارند. همچنین مشاهده می‌شود

<sup>۴</sup> Bright soliton

<sup>۵</sup> Dark soliton

<sup>۳</sup> Linear stability analyze

شاخه‌های بالا (هموزن و سالیتون‌های روشن) -c بزرگنمایی شده  
شاخه‌های پایین (هموزن و سالیتون‌های تاریک).

ناحیه وجودی هر یک از جواب‌های سالیتونی در مقایسه با  
منحنی دویایی  $|A|-P$  متفاوت است. شدت قله (دره)  
در سالیتون‌های روشن (تاریک) نمایش داده شده در شکل  
(۳) به طور مجزا به همراه جواب هموزن (HSS) در شکل  
(۴) رسم شده است. از آنجاییکه سالیتون‌های روشن در  
زمینه‌ی خاکستری شاخه پایین منحنی همگن تشکیل  
می‌شوند، لذا ناپایداری زمینه سبب ناپایدار شدن آنها می-  
شود. بدین سبب هر دو نوع سالیتون روشن فقط در ناحیه  
میدان ورودی  $P > 3.41$  پایدارند. در مورد ناحیه پایداری  
سالیتون‌های تاریک می‌توان چنین نتیجه گرفت به هر  
میزان که پهنای سالیتون تاریک بیشتر می‌شود، شباهت  
آن به حالت هموزن شاخه پایینی بیشتر شده و بخش  
بزرگتری از آن ناپایدار می‌شود.

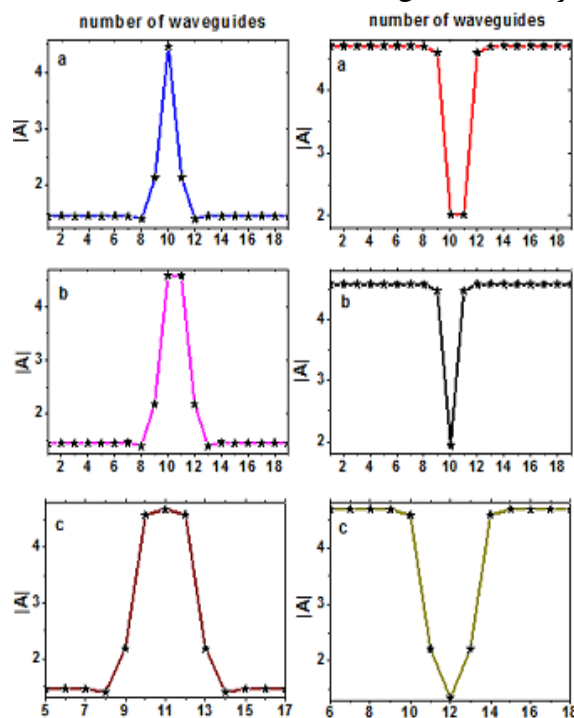
## ۶- نتیجه گیری

در این مقاله انتشار نور در آرایه‌ای از کاواک‌های گسسته  
در محیط لیزرزیای فعال مورد مطالعه قرار گرفت. مشخص  
گردید که چنین سیستم‌هایی علاوه بر جواب‌های همگن،  
قابلیت ایجاد نمونه‌های متنوعی از سالیتون‌های فضایی  
روشن و تاریک را دارند که در بخشی از شاخه دویایی  
خود پایدار می‌باشند.

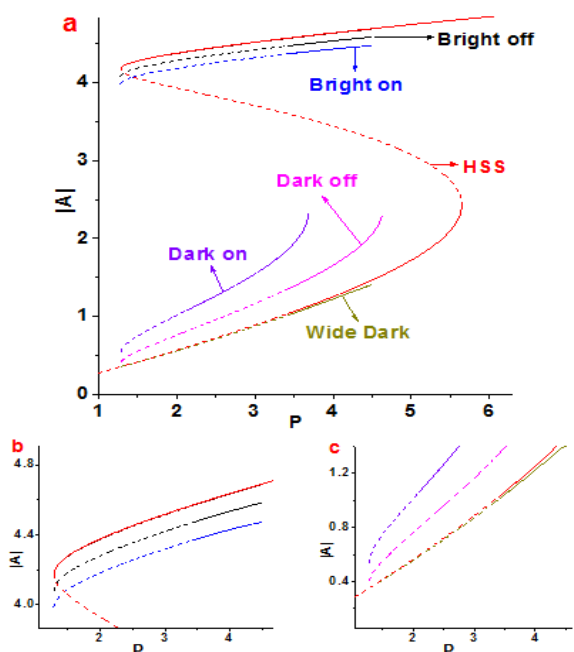
## مراجع

- [1] Falk Lederer, George I. Stegeman, Demetri N. Christodoulides, Gaetana Assanto, Mati Segev, Yaron Silberberg., *Discrete solitons in optics*, **Physics Reports** 463 (2008) 1-126
- [2] A. V. Yulin, A. R. Champneys, and D. V. Skryabin., *Discrete cavity solitons due to saturable nonlinearity*, **Physical Review A** 78. 011804(R) (2008).
- [3] محمود اقدمی. کیوان، خردمند. رضا، مشکی. سمانه، سالیتون  
های کاواک گسسته در آرایه‌ای از کاواک‌های جفت شده در  
محیط غیرخطی/شباع پذیر، کنفرانس فیزیک ایران ۱۳۹۰
- [4] O. Egorov, U. Peschel, and F. Lederer., *Discrete quadratic cavity solitons*, **Physical Review E** 71, 056612 (2005)
- [5] Jaroslav E. Prilepsky, Alexey V. Yulin, Magnus Johansson, and Stanislav A. Derevyanko., *Discrete cavity solitons in coupled active lasing cavities*, **Optical Letters** (2012)
- [6] Oleg A. Egorov, Falk Lederer and Yuri S. Kivshar., *How does an inclined holding beam affect discrete modulational instability and solitons in nonlinear cavities*, **Optics Express**, Vol 15 (2007)

سالیتون‌های روشن و تاریک که در این سیستم مشاهده  
گردیده است، نشان داده شده است.



شکل ۳: پروفایل دامنه سالیتون‌های روشن (سمت چپ) و تاریک  
(سمت راست) -a بین موجبری b- درون موجبری و c- پهن تشکیل  
شده روی شاخه‌های غیرهموزن (شاخه‌های سالیتونی) مشخص شده  
در شکل (۴) در میدان پمپ  $P = 4.47$  که در آن سالیتون‌ها  
پایدارند.



شکل ۴: a- منحنی چندپایی مربوط به انواع جواب‌های سالیتونی به  
همراه منحنی هموزن. همچنین نواحی که روی آن‌ها سالیتون‌های  
پایدار تشکیل می‌شوند روی منحنی‌های چندپایی با خط پر و نواحی  
ناپایدار بصورت خطوط خط‌چین مشخص شده‌اند. b- بزرگنمایی شده