

تغییر شکل پالس لیزر بازتاب شده از روی آینه نسبیتی

میثم تقی پور، سعید میرزانژاد

بابلسر، دانشگاه مازندران، دانشکده علوم پایه، گروه فیزیک اتمی و مولکولی

چکیده - در این مقاله بازتاب پالس لیزر با زوایای مختلف تابش از روی آینه تخت قائم یا مورب با سرعت نسبیتی در دستگاه مختصات آزمایشگاه از نقطه نظر هندسی بررسی شده است. یک رابطه کلی برای تغییر طول پالس پس از بازتاب مایل از روی آینه مورب به دست آمده است که میزان فشردگی و کاهش طول پالس در زوایای مختلف را نشان می‌دهد. همچنین تغییر شکل هندسی پالس دو بعدی در اثر بازتاب شبیه سازی و بررسی شده است.

کلید واژه - آینه نسبیتی، پالس لیزر، بازتاب.

Deformation of the laser pulse in reflection from a relativistic mirror

Maisam Taghipour, Saeed Mirzanejad

Babolsar, Mazandaran University, Faculty of Science, Atomic and Molecular Physics Department

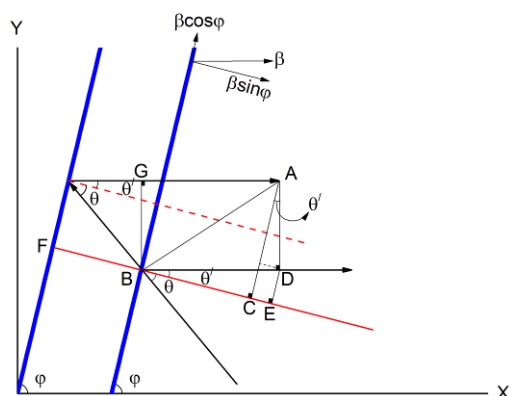
Abstract- Geometric optics is used to investigate laser pulse reflection with different radiation angles from vertical or inclined relativistic flat mirror in the lab frame. A general equation is driven for the change of pulse length after oblique reflection from an inclined mirror which illustrate the pulse length reduction in different angles. In addition, the pulse geometric deformation from reflection is investigated and simulated in two dimensions.

Keywords: Relativistic mirror, Laser pulse, Reflection.

۱- مقدمه

موضوع بازتاب نور از روی آینه متحرک مبحث جدیدی نیست. مورد خاصی از این مسئله حدود یک قرن پیش توسط اینشتین بررسی شد [۱]. اینشتین برخورد مایل یک موج الکترومغناطیسی تخت از روی آینه نسبیتی با سرعت یکنواخت که بردار سرعت بر سطح آینه عمود است را بررسی کرد و تغییر طول موج و زاویه بازتاب را به دست آورد. می‌توان این مسئله را به طور کلی برای یک آینه مورب که با محور افق زاویه φ می‌سازد، برای زاویه تابش

θ در دستگاه مختصات آزمایشگاه مورد بررسی قرار داد و زاویه بازتاب θ' را به دست آورد [۲، ۳]. هدف ما بررسی طول پالس در راستای انتشار پس از بازتاب از روی آینه متحرک مورب و ارائه یک رابطه کلی است. با داشتن چنین رابطه‌ای می‌توانیم شرایطی را بیابیم که پالس به بیشترین حد فشردگی خود پس از بازتاب خواهد رسید. پیشرفت‌های اخیر در تکنولوژی تولید پالس‌های فوق کوتاه لیزری منجر به افزایش شگفت انگیز شدت آن شده است [۴]. بررسی‌های آزمایشگاهی و تئوری و شبیه سازی‌ها نشان داده‌اند که برهمکنش چنین پالس‌های



شکل ۱: ساختار هندسی برای محاسبه طول پالس پس از بازتاب.

در شکل (۱) ساختار هندسی را ترتیب داده‌ایم که توسط آن می‌توانیم طول پالس را پس از بازتاب از روی آینه متحرک در راستای انتشار به دست آوریم. مطابق این شکل φ زاویه آینه با محور افقی، θ زاویه تابش، θ' زاویه بازتاب و β سرعت آینه نسبت به چارچوب ساکن آزمایشگاه است. طول پالس را قبل از بازتاب برابر Δ می‌گیریم. زاویه تابش برابر θ است. پس از بازتاب کامل در زمان t ، اولین نقطه از پالس (ابتدای پالس اولیه) که در زمان t_0 با آینه برخورد کرده بود در نقطه A قرار می‌گیرد. آخرین نقطه از پالس (انتهای پالس اولیه) در زمان t در نقطه B با آینه برخورد خواهد کرد. فاصله بین این دو نقطه $\overline{AB}$ را با Δ' و اختلاف زمانی $t-t_0$ را با Δt نشان می‌دهیم. Δ' فاصله بین اولین و آخرین نقاط بازتاب است. طول حقیقی پالس پس از بازتاب، تصویر Δ' در راستای مسیر انتشار است که با $\Delta'_{||}$ نشان می‌دهیم و برابر است با فاصله بین نقاط B تا D یعنی $\overline{BD}$. از آنجاییکه مولفه سرعت آینه در راستای عمود بر آینه $\beta \sin \varphi$ است داریم

$$\overline{FB} = v \sin \varphi \Delta t \quad (3)$$

تصویر Δ' در راستای عمود بر مسیر انتشار که برابر است با فاصله بین نقاط A تا D یعنی $\overline{AD}$ را با $\Delta'_{\perp}$ نشان می‌دهیم و با توجه به شکل (۲) داریم

$$\begin{aligned} \Delta'_{\perp} = \overline{AD} = \overline{GB} &= \frac{\overline{FB} \sin(\theta + \theta')}{\cos \theta} \\ &= \frac{v \sin \varphi \sin(\theta + \theta')}{\cos \theta} \Delta t \end{aligned} \quad (4)$$

$$\overline{BC} = c \cos \theta' \Delta t - v \sin \varphi \Delta t \quad (5)$$

$$\overline{CE} = \Delta'_{\perp} \sin \theta' \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \Delta'_{||} \cos \theta' &= \overline{BC} + \overline{CE} = c \cos \theta' \Delta t \\ &\quad - v \sin \varphi \Delta t + \Delta'_{\perp} \sin \theta' \end{aligned} \quad (7)$$

لیزری پرشدنی با پلاسمای رقیق یا لایه‌های نازک چگال، دسته‌های متراکم الکترونی با سرعت نسبیتی را تشکیل می‌دهد که مانند آینه‌های متحرک نسبیتی عمل خواهند کرد [۵، ۶]. دستیابی به طول پالس‌های لیزری مرتبه فمتوثانیه ($10^{-15} \text{ sec} = 1 \text{ fsec}$) با روش‌های معمول قفل شدگی مد^۱ در محیط‌های لیزری با پهنای بسامدی بزرگ امری شناخته شده است [۷]، اما دستیابی به محدوده‌های آتوثانیه و زپتوثانیه^۲ از رویاهای قرن حاضر است که توفیقات قابل توجه آزمایشگاهی نوید رسیدن به شاخه جدیدی از علم را می‌دهد [۸]. استفاده از آینه‌های نسبیتی برای فشرده سازی بیشتر پالس‌های کوتاه یکی از روش‌های نوین در رسیدن به این شاخه است. روش‌های تولید آینه‌های نسبیتی حجم زیادی از فعالیت محققین در این شاخه را به خود اختصاص داده است [۹]. ما در این مقاله تنها با به کارگیری روش‌های هندسی و بدون استفاده از تبدیلات لورنتس میزان فشرده‌گی طولی و عرضی پالس لیزر در بازتاب مایل از روی یک آینه نسبیتی مورب را مورد بررسی قرار داده‌ایم.

۲- بررسی طول پالس پس از بازتاب

در مسئله بازتاب از روی آینه ساکن مطابق قانون مشهور بازتاب، زاویه بازتاب با زاویه تابش برابر است [۱۰]. وقتی آینه متحرک باشد اما سرعت آن کمتر از حد نسبیتی باشد یا اینکه از چارچوب متحرکی استفاده شود که آینه در آن ساکن باشد همچنان این قانون برقرار است. اما اگر سرعت حرکت آینه به حد نسبیتی برسد، در چارچوب ساکن آزمایشگاه دیگر نمی‌توان این دو زاویه را با یکدیگر برابر گرفت [۱، ۱۱]. رابطه کلی زاویه بازتاب بر حسب زاویه تابش، زاویه آینه و سرعت آینه برای آینه متحرک مورب که با سرعت $\beta = \frac{v}{c}$ حرکت می‌کند در چارچوب ساکن آزمایشگاه به صورت زیر است [۲]

$$\cos \theta' = \frac{2\beta \sin \varphi + (1 + \beta^2 \sin^2 \varphi) \cos \theta}{1 + 2\beta \sin \varphi \cos \theta + \beta^2 \sin^2 \varphi} \quad (1)$$

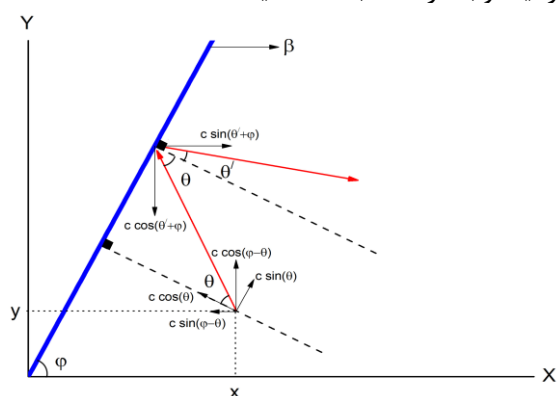
این رابطه در حد غیر نسبیتی یعنی $\beta \ll 1$ به رابطه آشنای زیر تبدیل می‌شود

$$\cos \theta' = \cos \theta \quad (2)$$

¹ Mode locking

² Atto second & Zepto second

چارچوب ساکن آزمایشگاه بررسی می‌کنیم. یک تصویر هندسی با شکل گاوسی در دو بعد برای پالس لیزر اولیه در نظر می‌گیریم سپس مختصات مکانی هر نقطه از این پالس را پس از گذشت زمان مناسب که مطمئن هستیم بازتاب به طور کامل صورت گرفته به دست می‌آوریم. ترسیم نقاط هندسی بدست آمده، شکل جدید پالس را پس از بازتاب به دست خواهد داد. مطابق شکل (۳) نقطه‌ای به مختصات (x, y) از پالس اولیه در نظر می‌گیریم. این نقطه در مسیری با زاویه θ نسبت به راستای عمود بر آینه و با سرعت c به سمت آینه



شکل ۳: ساختار هندسی برای محاسبه مختصات یک نقطه اختیاری از پالس پس از بازتاب.

در حرکت است. مولفه‌های سرعت این نقطه در راستای محورهای دستگاه مختصات آزمایشگاه و همچنین در راستای خطوط عمود و موازی بر سطح آینه در شکل (۳) مشخص شده است. فاصله این نقطه از آینه در راستای خط عمود بر آینه را با d نشان می‌دهیم که از رابطه زیر به دست می‌آید

$$d = x \sin \varphi - y \cos \varphi \quad (11)$$

با در نظر گرفتن این فاصله و مولفه سرعت مورد نظر و سرعت آینه در راستای خط عمود بر آینه، زمان برخورد این نقطه با آینه به صورت زیر به دست می‌آید

$$t_0 = \frac{x \sin \varphi - y \cos \varphi}{v \sin \varphi + c \cos \theta} \quad (12)$$

با داشتن زمان برخورد و مولفه‌های سرعت مورد نظر در راستای محورهای دستگاه مختصات آزمایشگاه می‌توانیم مختصات مکان برخورد (x_0, y_0) را در دستگاه مختصات آزمایشگاه به دست آوریم

$$x_0 = x - c \sin(\varphi - \theta) \frac{x \sin \varphi - y \cos \varphi}{v \sin \varphi + c \cos \theta} \quad (13)$$

$$\Delta'_{||} = \frac{1}{\cos \theta'} (c \cos \theta' - v \sin \varphi + \frac{v \sin \varphi \sin(\theta + \theta')}{\cos \theta} \sin \theta') \Delta t \quad (8)$$

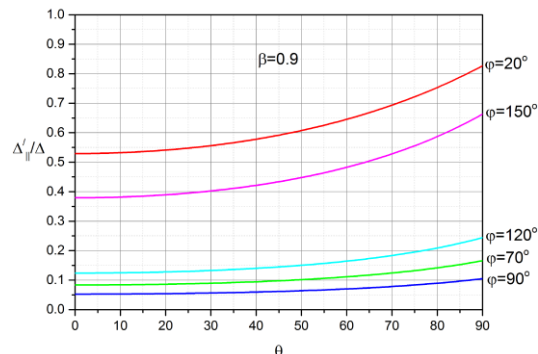
$\Delta t = t - t_0$ فاصله زمانی بین برخورد ابتدای پالس با آینه تا برخورد انتهای پالس با آینه است. با توجه به اینکه مولفه سرعت آینه در راستای عمود بر آینه $\beta \sin \varphi$ و مولفه سرعت و طول پالس اولیه در راستای عمود بر آینه به ترتیب $-c \cos \theta$ و $\Delta \cos \theta$ است، Δt از رابطه زیر به دست می‌آید

$$\Delta t = \frac{\Delta \cos \theta}{v \sin \varphi + c \cos \theta} \quad (9)$$

با قرار دادن Δt از رابطه (۹) در رابطه (۸) داریم

$$\frac{\Delta'_{||}}{\Delta} = \frac{\cos \theta + \beta \sin \varphi \tan \theta' \sin(\theta + \theta') - \beta \sin \varphi \frac{\cos \theta}{\cos \theta'}}{\cos \theta + \beta \sin \varphi} \quad (10)$$

این رابطه نسبت طول پالس پس از بازتاب به طول پالس قبل از بازتاب را بر حسب زاویه تابش، زاویه آینه و زاویه بازتاب به دست می‌دهد. زاویه بازتاب توسط رابطه (۱) به دست می‌آید.



شکل ۲: ترسیم رابطه (۱۰) برای زوایای مختلف

رابطه (۱۰) برای پنج زاویه مختلف آینه φ نسبت به زاویه تابش θ از صفر تا ۹۰ درجه با سرعت آینه $\beta = 0.9$ در شکل (۲) ترسیم شده است. با توجه به این شکل می‌توان دریافت بیشترین فشردگی در پالس بازتابی زمانی اتفاق می‌افتد که برخورد رو در رو باشد یعنی زاویه تابش صفر درجه $\theta = 0^\circ$ و آینه مورب نباشد $\varphi = 90^\circ$.

۳- شکل هندسی پالس پس از بازتاب

در این بخش تغییر شکل هندسی پالس لیزر را پس از بازتاب از روی آینه تخت مورب با سرعت نسبیتی در

می‌دهد. اگر آینه قائم و برخورد نیز رودررو باشد، نمای پالس تغییری نمی‌کند و به همان شکل گاوسی که اختیار کرده بودیم باقی می‌ماند و به خوبی فشرده می‌شود. اما اگر برخورد رودررو نباشد یا اینکه آینه مورب باشد علاوه بر اینکه پالس فشرده می‌شود نمای آن نیز تغییر می‌کند و دیگر حالت گاوسی اولیه را نخواهد داشت.

۴- نتیجه گیری

در این مقاله با استفاده از اصول نسبیت خاص و اپتیک هندسی تلاش کردیم تا طول یک پالس لیزر را پس از بازتاب مایل از روی آینه تخت مورب با سرعت نسبیتی به دست آوریم. یک رابطه کلی برای طول پالس بعد از بازتاب نسبت به طول آن قبل از بازتاب ارائه کردیم و به این نتیجه رسیدیم که بهترین شرایط برای فشرده کردن پالس برخورد رودررو با آینه غیر مورب است. از بررسی شکل پالس پس از بازتاب نیز به این نتیجه رسیدیم که اگر برخورد رودررو نباشد یا آینه مورب باشد شکل هندسی پالس پس از بازتاب علاوه بر فشرده شدن کاملاً تغییر می‌کند و حالت اولیه خود را از دست می‌دهد.

مراجع

- [1] A. Einstein, "Zur Elektrodynamik bewegter Körper," Ann. Phys. ~Leipzig! 17, 891-921 ~1905!; reprinted in *Einstein's Miraculous Year: Five Papers That Changed the Face of Physics*, edited by John Stachel ~Princeton U.P., Princeton, 1998!. Frede M., Wilhelm R., Kracht D., 250 W end-pumped Nd:YAG laser with direct pumping into the upper laser level, **Opt. Lett.** 31 (2006) 3618-3619
- [2] Aleksandar Gjurchinovski, *Reflection of light from a uniformly moving mirror*, Am. J. Phys., Vol. 72, No. 10, October 2004, 1316-1324
- [3] J. Ronald Galli and Farhang Amiri, *A general principle for light reflecting from a uniformly moving mirror: A relativistic treatment*, Am. J. Phys. 80 (8), August 2012
- [4] G. A. Mourou, C. P. J. Barty, and M. D. Perry, *Phys. Today* 51, No. 1, 22 (1998)
- [5] Sergei V. Bulanov, Timur Esirkepov, and Toshiki Tajima, *Light Intensification towards the Schwinger Limit*, Physical Review Letters, Vol. 91, No. 8 (2003)
- [6] A. Andreev, K. Platonov and S. Sadykova, *Double Relativistic Electron Accelerating Mirror*, **Appl. Sci.** 2013, 3, 94-106; doi:10.3390/app3010094
- [7] William T. Silfvast, *Laser Fundamentals*, 2nd edition, Cambridge university press, 2004
- [8] KandoMet al. *Phys. Rev. Lett.* 99 135001 (2007)
- [9] S. V. Bulanov, T. Zh. Esirkepov, M. Kando, A. S. Pirozhkov, N. N. Rosanov, *Relativistic mirrors in plasmas. Novel results and perspectives*, *Physics - Uspekhi* 56 (5) 429 - 464 (2013)
- [10] Hecht, *Optics*, 4th. Ed.c2002
- [11] W. Pauli, *Theory of Relativity* (Pergamon Press, New York, 1958), pp. 94-97
- [12] Robert Resnick, *Introduction to special relativity*, Wiley Eastern Private Limited, 1972

$$y_0 = y + c \cos(\varphi - \theta) \frac{x \sin \varphi - y \cos \varphi}{v \sin \varphi + c \cos \theta} \quad (14)$$

مختصات مکان برخورد را به عنوان مکان اولیه حرکت نقطه مورد نظر پس از برخورد در نظر می‌گیریم. بر اساس اصل موضوعه نسبیت خاص [۱۲]، سرعت این نقطه پس از برخورد همچنان برابر سرعت نور یعنی c است با این تفاوت که زاویه بردار سرعت پس از برخورد با راستای خط عمود بر سطح آینه برابر θ' است. با در نظر گرفتن مولفه‌های سرعت نقطه مورد نظر پس از برخورد در راستای محورهای دستگاه مختصات آزمایشگاه که در شکل (۳) مشخص شده است، پس از گذشت زمان t که باید بزرگتر از t_0 باشد مکان جدید نقطه مورد نظر را با روابط زیر به دست می‌آوریم

$$x' = x_0 + c \sin(\theta' + \varphi)(t - t_0) \quad (15)$$

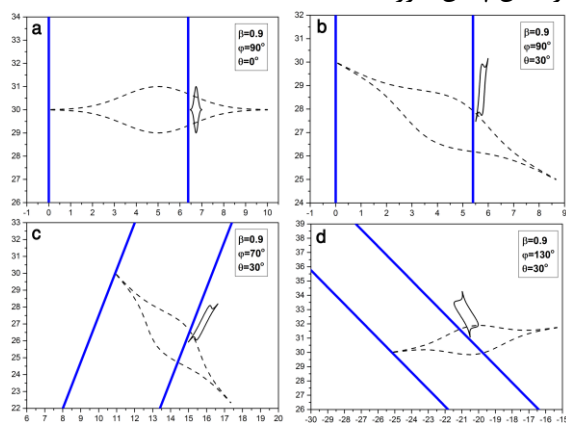
$$y' = y_0 - c \cos(\theta' + \varphi)(t - t_0) \quad (16)$$

پس از قرار دادن t_0 ، x_0 و y_0 از روابط (۱۲)، (۱۳) و (۱۴) و ساده سازی‌های مربوطه به روابط زیر می‌رسیم

$$x' = x + t \sin(\theta' + \varphi) \frac{(\sin(\varphi - \theta) + \sin(\theta' + \varphi))(x \sin \varphi - y \cos \varphi)}{\beta \sin \varphi + \cos \theta} \quad (17)$$

$$y' = y - t \cos(\theta' + \varphi) \frac{(\cos(\varphi - \theta) + \cos(\theta' + \varphi))(x \sin \varphi - y \cos \varphi)}{\beta \sin \varphi + \cos \theta} \quad (18)$$

در دو رابطه اخیر از جایگزینی‌های $\omega t \rightarrow x$ و $\frac{\omega x}{c} \rightarrow t$ به منظور بی‌بعد سازی استفاده شده است. در اینجا فرکانس پالس لیزر است.



شکل ۴: نمای هندسی پالس قبل از بازتاب (خط چین) و پس از بازتاب (خط پر). خط مستقیم چپ مکان آینه هنگام شروع بازتاب و خط مستقیم راست مکان آینه هنگام پایان بازتاب است.

شکل (۴) تغییر نمای هندسی پالس را پس از بازتاب از روی آینه قائم و مورب با سرعت نسبیتی $\beta = 0.9$ نشان