



لیل
پوتو
نکانیک

بیستمین کنفرانس اپتیک و فوتونیک ایران
و ششمین کنفرانس مهندسی و فناوری فوتونیک ایران
۸ تا ۱۰ بهمن ماه ۱۳۹۲ - دانشگاه صنعتی شیراز



بررسی درهم‌تنیدگی در سامانه‌های اپتومکانیک جفت‌شده در حضور محیط غیرخطی OPA

نجمه اتحادی ابری^۱، فردین خیراندیش^۱، سید جواد اخترشناس^۱ و آزاده زارع^۱

^۱دانشکده علوم، گروه فیزیک دانشگاه اصفهان، خیابان هزارجریب، اصفهان

چکیده – در این پژوهش نظری، به بررسی امکان ایجاد و انتقال درهم‌تنیدگی میان مدهای مختلف سامانه‌های اپتومکانیکی مشابه که از یکدیگر فاصله دارند و بهوسیله فیبر نوری به یکدیگر متصل شده‌اند، در حضور محیط غیرخطی OPA می‌بردازیم. نشان خواهیم داد که وجود محیط غیرخطی در سامانه که باعث افزایش متوسط تعداد فوتون‌ها و در نتیجه افزایش ثابت جفت‌شدنگی اپتومکانیکی می‌شود، درهم‌تنیدگی مدهای مختلف را تحت تأثیر قرار داده و میزان آن را افزایش می‌دهد. علاوه بر این، در حضور غیرخطیت OPA و در مقایسه با سامانه‌های اپتومکانیک برهنه از همین نوع، مقاومت بیشینه درهم‌تنیدگی سامانه در مقابل دما افزایش خواهد یافت.

کلید واژه – درهم‌تنیدگی، سامانه‌های اپتومکانیک، محیط غیرخطی OPA.

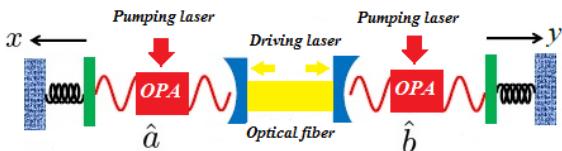
Investigation of Entanglement in Optomechanical Arrays in The Presence of OPA nonlinearity

Najme Ettehadi Abari¹, Fardin Kheirandish¹, Seyed Javad Akhtarshenas¹ and Azade Zare¹

¹ Department of Physics, University of Isfahan, Isfahan

Abstract- In this study, we theoretically investigate the possibility of entanglement generation and swapping between different modes of coupled optomechanical arrays in the presence of OPA nonlinearity. As can be seen, in this setup, the presence of OPA media, which can increase the mean photon number and consequently the optomechanical coupling constant, lead to stronger entanglement between adjacent and distant modes of optomechanical systems in comparison with bare ones. Moreover, by using these nonlinear media, the steady state entanglement between different modes of arrays in stable regime becomes more robust against temperature.

Keywords: Entanglement, Optomechanical systems, Nonlinear OPA medium.



شکل ۱: شمایی از دو سامانه اپتومکانیک جفت شده توسط فیبر نوری

$$\begin{aligned}\hat{H} = & \hbar(\omega_c - \omega_L)(\hat{a}^\dagger \hat{a} + \hat{b}^\dagger \hat{b}) + \frac{\hbar\omega_m}{2}(\hat{q}_1^2 + \hat{p}_1^2) \\ & + \frac{\hbar\omega_m}{2}(\hat{q}_2^2 + \hat{p}_2^2) + i\hbar E[(\hat{a}^\dagger - \hat{a}) + (\hat{b}^\dagger - \hat{b})] \quad (2) \\ & + \hbar\lambda(\hat{a}^\dagger \hat{b} + \hat{b}^\dagger \hat{a}) - \hbar g_0(\hat{a}^\dagger \hat{a} \hat{q}_1 + \hat{b}^\dagger \hat{b} \hat{q}_2) \\ & + i\hbar\chi[(e^{i\theta} \hat{a}^{\dagger 2} - e^{-i\theta} \hat{a}^2) + (e^{i\theta} \hat{b}^{\dagger 2} - e^{-i\theta} \hat{b}^2)]\end{aligned}$$

در رابطه فوق، $(\hat{b}, \hat{b}^\dagger)$, $(\hat{a}, \hat{a}^\dagger)$ عملگرهای خلق و فنای میدان الکترومغناطیسی درون کاواک اول (دوم)، (\hat{p}_2, \hat{q}_2) , (\hat{p}_1, \hat{q}_1) عملگرهای بدون بعد نسبت داده شده به مد مکانیکی کاواک اول (دوم)، χ ثابت جفت شدگی میان محیط غیرخطی OPA و لیزر تابنده بر آن، θ فاز میدان دمشی بر محیط غیرخطی، λ ثابت جفت شدگی مدهای اپتیکی دو کاواک، $g_0 = \frac{\omega_c}{L} \sqrt{\hbar/m\omega_m}$ ضریب جفت شدگی اپتومکانیکی و $E = \sqrt{2\kappa_c P/\hbar\omega_c}$ کمیت وابسته به میدان لیزر دمشی کاواک های اپتومکانیکی است که متناسب با توان لیزر (P) و نرخ فرار فوتون ها از درون کاواک (κ_c) می باشد.

۱-۲ تحولات سامانه

برای بررسی تحولات دینامیکی عملگرهای سامانه مورد نظر در رژیم اتلافی با استفاده از معادلات لانژون-هاوزنبرگ داریم [۵]

$$\begin{aligned}\hat{q}_1 &= \omega_m \hat{p}_1 \quad , \quad \hat{q}_2 = \omega_m \hat{p}_2 \\ \hat{p}_1 &= -\omega_m \hat{q}_1 - \gamma_m \hat{p}_1 + g_0 \hat{a}^\dagger \hat{a} + \hat{\xi}_1(t) \\ \hat{p}_2 &= -\omega_m \hat{q}_2 - \gamma_m \hat{p}_2 + g_0 \hat{b}^\dagger \hat{b} + \hat{\xi}_2(t) \\ \hat{a} &= -(\kappa_c + i\Delta_0) \hat{a} - i\lambda \hat{b} + ig_0 \hat{a} \hat{q}_1 + E \\ &+ 2\chi \hat{a}^\dagger e^{i\theta} + \sqrt{2\kappa_c} \hat{a}_{in} \\ \hat{b} &= -(\kappa_c + i\Delta_0) \hat{b} - i\lambda \hat{a} + ig_0 \hat{b} \hat{q}_2 + E \\ &+ 2\chi \hat{b}^\dagger e^{i\theta} + \sqrt{2\kappa_c} \hat{b}_{in}\end{aligned} \quad (3)$$

معادلات فوق، معادلات جفت شده ای هستند که در آن ها، ضریب میرایی نوسانگرهای مکانیکی، γ_m عملگر نوشه برآونی ناشی از جفت شدگی مدمکانیکی کاواک اول (دوم) با حمام گرمایی اطراف آن، $\Delta_0 = \omega_c - \omega_L$

۱- مقدمه

در هم تنیدگی یکی از پدیده های مهم مکانیک کوانتومی بشمار می رود که مشاهده آن در جهان ماکروسکوپیک، به دلیل جفت شدگی سامانه ها با محیط اطراف و ایجاد واهمدوسی به آسانی میسر نمی باشد. در سال های اخیر، سامانه های اپتومکانیک به عنوان سامانه های ماکروسکوپیک که در ساده ترین حالت از یک کاواک اپتیکی با تک آینه ای متحرک تشکیل شده اند، امکان بررسی اثرات کوانتومی نظیر در هم تنیدگی را میسر ساخته اند [۱]. در این سامانه ها، نیروی فشار تابشی می تواند منجر به حرکت آینه متحرک حول نقطه تعادل و در نتیجه جفت شدگی مدهای مکانیکی و اپتیکی و ایجاد در هم تنیدگی میان آن ها شود. در این پژوهش به بررسی در هم تنیدگی در سامانه های اپتومکانیکی جفت شده اتلافی در حضور محیط غیرخطی تقویت کننده پارامتریک اپتیکی (OPA) می پردازیم. در بخش اول برپایش فیزیکی سامانه را بیان کرده و در بخش دوم تحولات آن را بررسی می کنیم و در انتها نیز خواهیم دید که چگونه با حضور محیط غیرخطی، می توان در هم تنیدگی را در سامانه تقویت نمود.

۲- برپایش فیزیکی سامانه:

آرایش فیزیکی سامانه مورد نظر شامل دو کاواک مشابه فابری-پرو به طول L به همراه آینه های متحرک در یکی از دو انتهای هریک از کاواک ها می باشد که توسط لیزر های نور همدوس مشابه دمیده می شوند [۲، ۳]. درون هریک از کاواک ها، محیط غیرخطی OPA که توسط لیزر های مشابه پمپ می شوند، قرار گرفته است (شکل ۱). در این پژوهش فرض شده است که کاواک ها تکمیلاند و این مدها از طریق فیبر نوری با یکدیگر جفت شده اند. لازمه درست بودن فرض کاواک تک مد این است که فرکانس نوسانات آینه، بسیار کوچکتر از فاصله جدایی بین مدهای اپتیکی درون کاواک باشد بطوریکه بتوان از پراکندگی مد اپتیکی به سایر مدها صرف نظر نمود [۴].

$$\omega_m \prec \Delta\omega_c = \frac{\pi c}{L} \quad (1)$$

در عبارت فوق، ω_m بسامد نوسانات مد مکانیکی و ω_c بسامد بازآوایی مد اپتیکی می باشد. در نتیجه می توان هامیلتونی سامانه کلی را در دستگاه مختصات چرخان وابسته به لیزر دمشی (ω_L) بدین صورت نوشت

معادلات خطی (۴) را می‌توان به فرم فشرده‌تر ماتریسی نوشت که در آن، $\mathbf{u}(t) = \mathbf{A}\mathbf{u}(t) + \mathbf{n}(t)$ بردار عملگرهای سامانه، $\mathbf{n}(t)$ بردار عملگرهای نویه و ماتریس \mathbf{A} به ترتیب به صورت زیر تعریف می‌شوند

$$\begin{aligned} \mathbf{u}(t)^T &= (\delta\hat{q}_1, \delta\hat{p}_1, \delta\hat{q}_2, \delta\hat{p}_2, \delta\hat{X}_a, \delta\hat{Y}_a, \\ &\quad \delta\hat{X}_b, \delta\hat{Y}_b) \\ \mathbf{n}(t)^T &= (0, \hat{\xi}_1, 0, \hat{\xi}_2, \sqrt{2\kappa_c}\hat{X}_a^{in}, \sqrt{2\kappa_c}\hat{Y}_a^{in}, \\ &\quad \sqrt{2\kappa_c}\hat{X}_b^{in}, \sqrt{2\kappa_c}\hat{Y}_b^{in}) \end{aligned}$$

$$(7) \quad \mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & \omega_m & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\omega_m & -\gamma_m & 0 & 0 & g_a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \omega_m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\omega_m & -\gamma_m & 0 & 0 & g_b \\ g_a & 0 & 0 & 0 & -\Delta_a + 2\chi \cos \theta & \Delta_a + 2\chi \sin \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda & -\lambda \\ 0 & 0 & g_b & 0 & -\Delta_b + 2\chi \sin \theta & -(\kappa_c + 2\chi \cos \theta) & 0 \end{pmatrix}$$

۲-۲ درهم تنیدگی در سامانه

چنان‌چه حالت اولیه سامانه گاوی باشد، می‌توان ویژگی‌های کامل سامانه را در حالت پایا ($t \rightarrow \infty$)، با معرفی ماتریس همودای V_{ij} بدست آورد [۶]

$$V_{ij} = \langle u_i(\infty)u_j(\infty) + u_j(\infty)u_i(\infty) \rangle / 2$$

(8) که در رابطه فوق، $u(\infty)$ را با حل معادله ماتریسی مذکور می‌توان بدست آورد

$$u(t) = e^{At}u(0) + \int_0^t n(s)e^{As}ds \quad (9)$$

برای پایدار بودن سامانه در حالت ایستا، همان‌طور که از رابطه (۹) نیز مشخص است، بایستی ویژه مقادیر ماتریس \mathbf{A} همگی مقادیری منفی به خود بگیرند و یا به عبارتی در شرط پایداری روث-هورویتز صدق کنند [۷]. در نهایت، با استفاده از روابط (۸) و (۹) و در تقریب مارکوف می‌توان به معادله خطی زیر برای ماتریس همودای سامانه دست یافت

$$AV + VA^T = -D$$

$$D = diag[0, \gamma_m(2\bar{n}_a + 1), 0, \gamma_m(2\bar{n}_b + 1), \kappa_c, \kappa_c, \kappa_c, \kappa_c] \quad (10)$$

که D در عبارت فوق نشان‌دهنده ماتریس قطری بردار عملگرهای نویه در تقریب مارکوف و $\bar{n}_i = [e^{\hbar\omega_m/k_B T} - 1]^{-1}$ متوسط فونون‌های گرمایی نوسانگر مکانیکی است. برای بررسی درهم‌تنیدگی

و اندیگی اولیه مدهای اپتیکی و \hat{a}_{in} نویه‌ی خلاً الکترومغناطیس وارد بر کاواک اول (دوم) می‌باشد. برای بررسی درهم‌تنیدگی سامانه مذکور در حالت پایا، نیازمند به حل معادلات غیرخطی (۳) هستیم که کاری به مراتب دشوار است. اما در حالتی که میانگین دامنه‌های میدان لیزر فرودی بر کاواک‌ها در مقابل افت و خیزهای حول این مقدار میانگین قابل ملاحظه باشند (۱)، با $\hat{q} = q_s + \delta\hat{q}$ بازنویسی عملگرهای سامانه به فرم، $\hat{a}(\hat{b}) = \alpha_s(b_s) + \delta\hat{a}(\delta\hat{b})$ و $\hat{p} = p_s + \delta\hat{p}$ معادلات مذکور را به فرم خطی زیر تبدیل نمود [۳]

$$\begin{aligned} \delta\hat{q}_1 &= \omega_m \delta\hat{p}_1, \quad \delta\hat{q}_2 = \omega_m \delta\hat{p}_2 \\ \delta\hat{p}_1 &= -\omega_m \delta\hat{q}_1 - \gamma_m \delta\hat{p}_1 + g_a \delta\hat{X}_a + \hat{\xi}_1(t) \\ \delta\hat{p}_2 &= -\omega_m \delta\hat{q}_2 - \gamma_m \delta\hat{p}_2 + g_b \delta\hat{X}_b + \hat{\xi}_2(t) \\ \delta\hat{X}_a &= (2\chi \cos \theta - \kappa_c) \delta\hat{X}_a + \lambda \delta\hat{Y}_b \\ &\quad + (\Delta_a + 2\chi \sin \theta) \delta\hat{Y}_a + \sqrt{2\kappa_c} \hat{X}_a^{in} \\ \delta\hat{Y}_a &= -(\kappa_c + 2\chi \cos \theta) \delta\hat{Y}_a + g_a \delta\hat{q}_1 - \lambda \delta\hat{X}_b \quad (4) \\ &\quad + (2\chi \sin \theta - \Delta_a) \delta\hat{X}_a + \sqrt{2\kappa_c} \hat{Y}_a^{in} \\ \delta\hat{X}_b &= (2\chi \cos \theta - \kappa_c) \delta\hat{X}_b + \lambda \delta\hat{Y}_a \\ &\quad + (\Delta_b + 2\chi \sin \theta) \delta\hat{Y}_b + \sqrt{2\kappa_c} \hat{X}_b^{in} \\ \delta\hat{Y}_b &= -(\kappa_c + 2\chi \cos \theta) \delta\hat{Y}_b + g_b \delta\hat{q}_2 - \lambda \delta\hat{X}_a \\ &\quad + (2\chi \sin \theta - \Delta_b) \delta\hat{X}_b + \sqrt{2\kappa_c} \hat{Y}_b^{in} \end{aligned}$$

در معادلات فوق، $\Delta_a = \Delta_0 - g_0 q_{1s}$ و $\Delta_b = \Delta_0 - g_0 q_{2s}$ به ترتیب و اندیگی‌های مؤثر کاواک‌های اول و دوم و $g_b = g_0 b_s \sqrt{2}$ و $g_a = g_0 \alpha_s \sqrt{2}$ جفت‌شده‌گی‌های مؤثر اپتومکانیکی هستند که منجر به تولید درهم‌تنیدگی قابل ملاحظه‌ای در سامانه خواهند شد. عملگرهای مشاهده‌پذیر کوادراتوری و کمیت‌های عددی $q_{1s(2s)}, b_s, \alpha_s$ در معادلات فوق به صورت زیر تعریف می‌شوند

$$\begin{aligned} \delta\hat{X}_{a(b)} &= \frac{\delta\hat{a}(\delta\hat{b}) + \delta\hat{a}^\dagger(\delta\hat{b}^\dagger)}{\sqrt{2}} \\ \delta\hat{Y}_{a(b)} &= \frac{i(\delta\hat{a}^\dagger(\delta\hat{b}^\dagger) - \delta\hat{a}(\delta\hat{b}))}{\sqrt{2}} \\ \alpha_s &= \frac{E - i\lambda b_s}{(\kappa_c + i\Delta_a) - 2\chi e^{i\theta}} \quad (5) \\ b_s &= \frac{E - i\lambda \alpha_s}{(\kappa_c + i\Delta_b) - 2\chi e^{i\theta}} \\ q_{1s} &= \frac{g_0 |\alpha_s|^2}{\omega_m}, \quad q_{2s} = \frac{g_0 |b_s|^2}{\omega_m} \end{aligned}$$

$$\text{تقریب مارکوف (OPA)} = \frac{k_B T}{\hbar \omega_m}$$

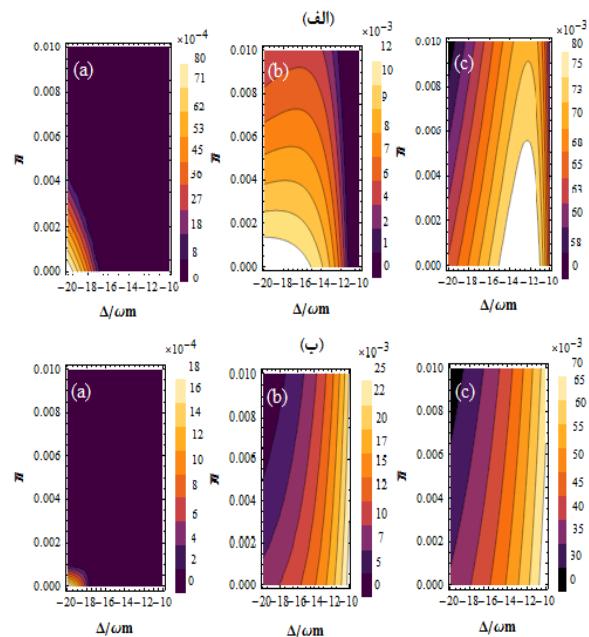
و نیز در حالتی که محیط غیرخطی ای در کاواک‌ها وجود ندارد مشابه پارامترهای مراجع [۸, ۳] رسم شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، حضور محیط غیرخطی، باعث جایه‌جایی نمودارهای درهم‌تنیدگی به‌سمت قدرمطلق وادنیدگی‌های بزرگ‌تر می‌شود، علاوه بر آن با قرار دادن محیط غیرخطی در کاواک‌ها، توانستیم میزان انتقال درهم‌تنیدگی را به‌ویژه در قدرمطلق وادنیدگی‌های بالا به میزان خوبی افزایش داده به‌گونه‌ای که نسبت به افزایش دما نیز از خود مقاومت بیشتری نشان می‌دهند.

۳- نتیجه‌گیری

همان‌طور که مشاهده کردیم، با اضافه نمودن محیط غیرخطی به سامانه‌های اپتومکانیکی جفت شده، توانستیم ثابت جفت‌شدگی و در نتیجه درهم‌تنیدگی را در سامانه و میان مدهای مختلف آن افزایش دهیم. علاوه بر این، با این عمل، توانستیم درهم‌تنیدگی‌های مقاوم‌تری را نسبت به عامل اتلافی دما میان مدهای مختلف سامانه و در مقایسه با سامانه‌های اپتومکانیک برهنه ایجاد کنیم.

مراجع

- [1] Vitali D., Gigan S., Ferreira A., Bohm H., Tombesi P., Guerreiro A., et al, *Optomechanical entanglement between a movable mirror and a cavity field*, **Lasers and Electro-Optics and the International Quantum Electronics Conference CLEOE-IQEC**, (2007).
- [2] Akram U., Munro W., Nemoto K.., Milburn G. J., *Photon-phonon entanglement in coupled optomechanical arrays*, **Phys. Rev. A.** **86**, (2012) 042306.
- [3] Joshi C., Larson J., Jonson M., Andersson E., Öhberg P., *Entanglement of distant optomechanical systems*, **Phys. Rev. A.** **85**, (2012) 033805.
- [4] Kleckner D. P., *Micro-Optomechanical Systems for Quantum Optics*, University of California, 2010.
- [5] Gardiner C., Zoller P., *Quantum noise: a handbook of Markovian and non-Markovian quantum stochastic methods with applications to quantum optics*, Springer, 2004.
- [6] Adesso G., Illuminati F., *Entanglement in continuous-variable systems: recent advances and current perspectives*, **J. Phys. A.** **40**, (2007) 7821.
- [7] DeJesus E. X., Kaufman C., *Routh-Hurwitz criterion in the examination of eigenvalues of a system of nonlinear ordinary differential equations*, **Phys. Rev. A.** **35**, (1987) 5288.
- [8] Mi X., Bai J., Ke-hui S., *Robust entanglement between a movable mirror and a cavity field system with an optical parametric amplifier*, **Europhys. J. D.** **67**, (2013) 1-7.



شکل ۲: نمودار درهم‌تنیدگی میان مدهای مکانیکی (a)، مدهای اپتیکی-مکانیکی دو کاواک فاصله‌دار (b) و مدهای اپتیکی-مکانیکی تک کاواک (c) بر حسب وادنیدگی نرمال و متوسط فوتون‌های گرمایی در حضور غیرخطی OPA (الف) و بدون محیط غیرخطی (ب). پارامترهای مسئله بین صورت انتخاب شده‌اند: $\omega_m = 0.625$, $\theta = \pi/2$, $\lambda = 5\omega_m$, $\gamma_m = 0$. $\alpha\Omega_h = \kappa_c = 0.08\omega_m$, $\chi = 0$ برای (الف) و برای (ب) و $g_a = g_b = 1.28\omega_m$ برای (الف) و برای (ب) و $g_a = g_b = 0.64\omega_m$ است.

زیر سامانه‌های دوجزی از سامانه اصلی، با حل عددی معادله (۱۰) و بدست آوردن ماتریس هموردای کلی سامانه، به اندازه‌گیری درهم‌تنیدگی از طریق سنجه لگاریتم نگاتیویته می‌پردازیم [۶]

$$E_N = \max[0, -\ln 2v_-]$$

(11)

که در آن $v_- = \frac{1}{\sqrt{2}}[\Sigma - [\Sigma^2 - 4\text{Det}V]^{1/2}]^{1/2}$ کوچکترین ویژه مقدار همتافته و Σ کمیت ناوردای تحت تبدیل همتافته است که بر حسب المان‌های ماتریس هموردای زیرسامانه‌های دوجزی تعريف می‌شود

$$\Sigma = \text{Det}V_a + \text{Det}V_b - 2\text{Det}V_{corr} \quad (12)$$

$$V = \begin{pmatrix} V_a & V_{corr} \\ V_{corr} & V_b \end{pmatrix}_{4 \times 4}$$

در شکل (۲)، نمودار لگاریتم نگاتیویته بر حسب وادنیدگی مؤثر کاواک‌ها و متوسط تعداد فوتون‌های گرمایی در