



## شکست منفی تمام جهتی در بلور فوتونی دوبعدی ناهمسانگرد مثلثی

حمید نادگران و محمد امین ایزدی

دانشگاه شیراز، دانشکده علوم، بخش فیزیک

چکیده - این مقاله ساخت یک لنز کامل توسط بلور فوتونی مثلثی ناهمسانگرد را بررسی می‌کند. ساختار نواری و نمودار کانتور هم-فرکانس توسط روش بسط تابع موج تخت مورد مطالعه قرار گرفته و نشان داده شده است که این ساختار در قطبش  $TM$  و برای شعاع نسبی سوراخ‌های هوا به میزان  $0.35a$  و فرکانس  $0.222\frac{2\pi c}{a}$  دارای ضریب شکست موثر منفی یک است. با استفاده از روش  $FDTD$ ، انتشار امواج الکترومغناطیسی از این ساختار و تشکیل تصویر نشان داده شده است. محاسبات نشان می‌دهد که می‌توان با تنظیم دقیق مرزهای بلور فوتونی میزان عبور از آن را به بالای ۹۵٪ رساند.

کلید واژه - بلور فوتونی ناهمسانگرد، شکست منفی، لنز کامل، تصویرسازی با کیفیت بالا.

## All-Angle Negative Refraction in Two-Dimensional Anisotropic Triangular Photonic Crystals

H. Nadgaran and M.A. Izadi

Department Of Physics, College Of Science, Shiraz University, Shiraz 71454, Iran

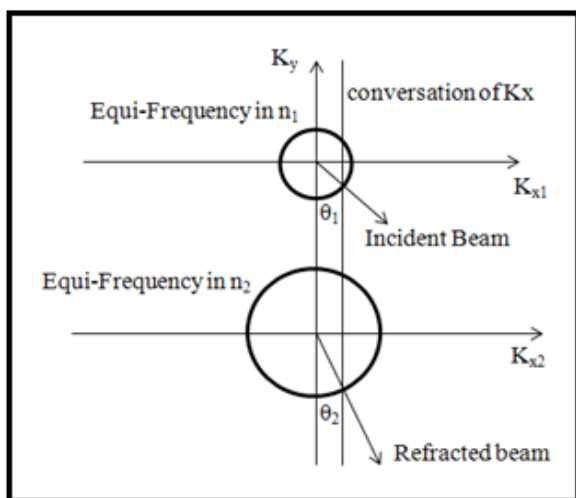
Abstract- This article studies the construction of a Super lens by an anisotropic triangular photonic crystal. The photonic bands and the contours of equi-frequency surfaces are studied by PWE method. This lens has an effective index of refraction of -1 for TM polarization, where the air holes relative radius are  $0.35a$  and  $\omega = 0.222\frac{2\pi c}{a}$ . Propagation of electromagnetic waves through this Super lens and the construction of an image are also studied by means of FDTD method. Calculation shows that it is possible to have transmission rate more than 95% with a tailored adjustment of photonic crystal's boundaries.

Keywords: Anisotropic Photonic Crystals, Negative Refraction, Super Lens, Optical Imaging Super-Resolution.

## ۱ - مقدمه

وسلاگو در سال ۱۹۶۴ میلادی ایده ایجاد موادی با ضریب شکست منفی را در مقاله مشهور خود عنوان کرد [۱]. ایده ساخت موادی با ضریب شکست منفی بر موادی استوار شده بود که گذردهی الکتریکی  $\epsilon$  و تراوایی مغناطیسی  $\mu$  در آنها همزمان اعداد منفی باشد. از آنجا که این مواد به صورت طبیعی وجود ندارند، محققان از زمان طرح نظری این ایده تا چندی پیش به دنبال ایجاد این ساختارها به صورت مصنوعی بودند. تا اینکه پندری در سال ۲۰۰۰ میلادی با معرفی یک ساختار فلزی خاص نشان داد که این ساختار می‌تواند در ناحیه میکروموج به صورت موثر دارای پارامترهای  $\epsilon$  و  $\mu$  منفی یک باشد و در آنجا ایده ساخت لنز کامل که بر مبنی شکست منفی بود، را مطرح کرد [۲]. ایده ساخت لنز کامل توجه بسیاری را به خود جلب کرده است. نوتومی در سال ۲۰۰۲ میلادی ایده استفاده از بلورهای فوتونی [۳-۴] به عنوان ساختارهایی برای ایجاد شکست منفی را مورد مطالعه قرار داد [۵]. وی با استفاده از نمودار کانتور هم‌فرکانس، شکل ۱ و با استفاده از شرط پایستگی بردار موج موازی سطح، زاویه شکست را در بلورهای فوتونی مورد بررسی قرار داد و به این نتیجه رسید که بلور فوتونی دوبعدی مثلی با ثابت دی الکتریک زمینه  $3/5$  و شعاع نسبی سوراخ‌های هوا به میزان  $0.35$  در قطبش TE می‌تواند برای یک گستره باریک زاویه فرودی، پدیده شکست منفی همگنی را ایجاد کند. پس از این مطالعه، مقالات زیادی در بررسی نظری و ساخت بلورهای فوتونی که توانایی ایجاد شکست منفی را داشته باشند چاپ شده است [۶-۹]. لو و دیگران در سال ۲۰۰۲ نوع دیگری از بلور فوتونی مربعی دوبعدی را مورد مطالعه قرار دادند که توانایی ایجاد شکست منفی در قطبش TE برای تمامی زاویه‌های فرودی را داشت [۱۰]. اما مشکل اصلی در طراحی مدل آنها این بود که ضریب شکست برای هر زاویه فرودی، فرق می‌کرد. مواد دی-الکتریک همسانگرد در طول موجهای نوری دارای ضریب شکست بین ۱ تا  $3/5$  هستند [۵]. بنابراین اگر به دنبال راهی برای افزایش ضریب شکست باشیم می‌توانیم از مواد دی الکتریک ناهمسانگرد مانند تلوریوم (Te) که یک ماده دی الکتریک ناهمسانگرد تک‌محور است استفاده کنیم. ضریب شکست معمولی  $n_e = 4/8$ ، Te، و ضریب شکست

غیرعادی آن  $n_e = 6/2$  است [۱۱]. بلورهای فوتونی ساخته شده از مواد ناهمسانگرد اگرچه تقارن صفحه‌ای TE یا TM را می‌شکنند اما در صورتی که محورهای مادهی ناهمسانگرد منطبق بر محورهای بلور فوتونی باشد، تقارن TE یا TM حفظ می‌گردد [۱۱]. مورد دیگری که در ساخت لنز کامل باید در نظر گرفت جفت‌شدگی کامل امپدانس لنز و محیط اطراف می‌باشد [۲]. جفت‌شدگی امپدانس در لنزهای بلور فوتونی ناشی از رفتار لبه‌های لنز است. بنابراین اثرات لبه‌های بلور فوتونی تأثیر به‌سزایی در میزان بازتاب یا عبور از بلور فوتونی و در نتیجه کیفیت تصویر ساخته شده از لنز طراحی شده دارد. زیاوو این اثرات لبه‌ای را در [۱۲] مورد بررسی قرار داده است. مقاله پیش رو این موضوع را بررسی می‌کند که بلور فوتونی ناهمسانگرد برای چه قطبشی می‌تواند یک شکست منفی کامل و یکنواخت برای تمامی زاویه‌های فرودی ایجاد کند و رفتار اثرات لبه‌ای را مورد بررسی قرار می‌دهد.

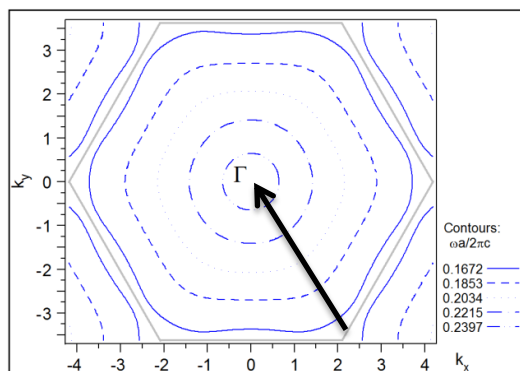


شکل ۱: نمودار کانتور هم‌فرکانس دو محیط به ضریب شکستهای  $n_1$  و  $n_2$  ( $n_2 > n_1$ ). در صورتی که زاویه فرودی موج  $\theta_1$  باشد، زاویه شکست  $\theta_2$  است.

## ۲- روش مطالعه

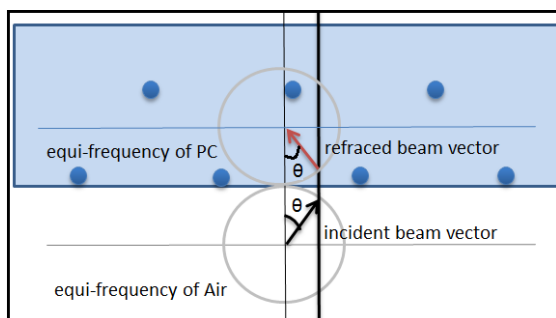
روش بسط تابع موج تخت (PWE) یک روش مناسب و کارآمد برای بررسی و تحلیل ساختار نواری و نمودارهای هم‌فرکانس بلورهای فوتونی می‌باشد [۱۳]. در این مقاله از این روش و به کمک بسته نرم افزاری MPB [۱۴] برای بررسی ساختارهای نواری و کانتورهای هم‌فرکانس بلور

ذکر است که مطالعات قبلی در این زمینه به علت استفاده از موادی با ضریب شکست پایین مجبور به انتخاب شعاع-های نسبتاً بزرگ برای سوراخ‌ها می‌بودند که این کار موجب شکنندگی شدید بلور می‌شود. همانطور که پیداست نمودارهای هم‌فرکانس نزدیک نقطه  $\Gamma$  برای این نوار با افزایش فرکانس چروکیده می‌شوند و این نشانه رفتار دست‌چپی [۶] و سرعت گروه منفی در این فرکانس است. بنابراین در این ناحیه فرکانسی بلور فوتونی دارای ضریب شکست منفی است.



شکل ۲: نمودار کانتور هم‌فرکانس بلور فوتونی ناهمسانگرد مثلثی برای نوار دوم نزدیک نقطه  $\Gamma$ . پیکان جهت کاهش بردار موج با افزایش فرکانس را نشان می‌دهد.

شکل ۳: نمودار هم‌فرکانس مربوط به فرکانس  $\frac{0.222}{a} \frac{2\pi c}{a}$  را نشان می‌دهد. این کانتور هم‌فرکانس کاملاً دایره‌ای می‌باشد و با توجه به شکل، چون با کانتور هم‌فرکانس هوا یکسان است، بلور فوتونی ذکر شده در این فرکانس دارای ضریب شکست منفی یک است.



شکل ۳: نمودار کانتور هم‌فرکانس بلور فوتونی مثلثی و هوا در فرکانس  $\frac{0.222}{a}$ . هر دو نمودار با هم یکسانند. زاویه ورودی و شکست  $\theta$  با هم برابر است.

در ادامه با استفاده از روش FDTD [۱۵] به انتشار امواج الکترومغناطیسی با قطبش TM از لنز طراحی شده می-

فوتونی استفاده کرده‌ایم. به طور خلاصه باید بگوییم که برای به دست آوردن ساختارهای نواری و نمودارهای هم-فرکانس باید معادله مستقل از زمان ماکسول (۱) را در پایه ویژه توابع فوریه بسط داد که در این رابطه  $\vec{H}$  بردار میدان مغناطیسی،  $\varepsilon$  تانسور دی‌الکتریک،  $\omega$  فرکانس زاویه‌ای و  $c$  سرعت نور است.

$$\vec{\nabla} \times \left[ \frac{1}{\varepsilon(\vec{r})} \vec{\nabla} \times \vec{H}(\vec{r}) \right] = \left( \frac{\omega}{c} \right)^2 \vec{H}(\vec{r}) \quad (1)$$

که در این رابطه  $\vec{\nabla} \cdot \vec{H}(\vec{r}) = 0$  است. تانسور دی‌الکتریک مطابق با رابطه (۲) یک تابع دوره‌ای نسبت به بردار ثابت شبکه  $\vec{a}$  است.

$$\varepsilon(\vec{r}) = \varepsilon(\vec{r} + \vec{a}) \quad (2)$$

همانطور که گفته شد، ناهمسانگردی ماده دی‌الکتریک باعث شکسته شدن تقارن TE و TM می‌گردد، اما اگر محورهای ماده‌ی ناهمسانگرد منطبق بر محورهای بلور فوتونی باشد، تقارن TE یا TM حفظ می‌گردد. بلور مورد استفاده ما یک بلور فوتونی مثلثی دوبعدی است که با حفر سوراخ‌های دایره‌ای شکل به شعاع  $R$  در ماده زمینه ایجاد می‌شود. اندازه ثابت شبکه در این بلور  $a$  است. ساختار ذکر شده در مرجع [۵] به علت کوچک بودن کانتور هم‌فرکانس بلور فوتونی نسبت به هوا، تمام زاویه‌های فرودی را در بر نمی‌گیرد. یکی از راه‌های افزایش شعاع کانتور هم‌فرکانس، افزایش ضریب شکست ماده زمینه است [۴]. برای این منظور ما از Te که یک ماده ناهمسانگرد است استفاده کرده‌ایم. ضریب شکست درجهت موازی با محور اصلی سوراخ‌های هوا را برابر با  $n_o$  و درجهت عمود بر آن را  $n_e$  در نظر می‌گیریم. رابطه ۳ تانسور دی‌الکتریک ماده زمینه (Te) بلور فوتونی را نشان می‌دهد.

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} = n_e^2 & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{yy} = n_e^2 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{zz} = n_o^2 \end{pmatrix} \quad (3)$$

شکل ۲، نمودار هم‌فرکانس مربوط به دومین نوار فرکانسی برای بلور ذکر شده در قطبش TM و برای شعاع نسبی  $\frac{R}{a} = 0.35$  را نشان می‌دهد. این شعاع یک شعاع استاندارد در ساخت بلورهای فوتونی مثلثی است. لازم به

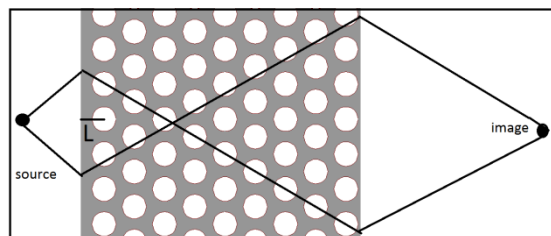
### ۳- جمع بندی و نتیجه گیری

در این مقاله تصویرسازی با کیفیت بالا توسط یک بلور فوتونی ساخته شده از یک ماده ناهمسانگرد به صورت نظری مورد مطالعه قرار گرفته است. این مطالعه نشان می دهد که بلور فوتونی ناهمسانگرد به خاطر ضریب شکست موثر بالایی که دارد، باعث می شود که بتوانیم اندازه شعاع سوراخ های هوا را کوچک انتخاب کنیم و اینکار باعث جلوگیری از شکنندگی بلور می شود. لنز طراحی شده می تواند برای یک فرکانس مشخص می تواند همانند یک لنز تخت با کیفیت بالا در ابعاد نانومتری عمل کند. پدیده شکست منفی و ساخت لنز تخت می تواند کاربردهای بسیار متنوعی در سیستم های تصویربرداری نانومتری مانند میکروسکوپ های نانومتری داشته باشد. بدیهی است که تحقیقات نظری و عملی بسیاری نیاز است تا مواد ناهمسانگرد وارد کاربردهای عملی گردند.

### مراجع

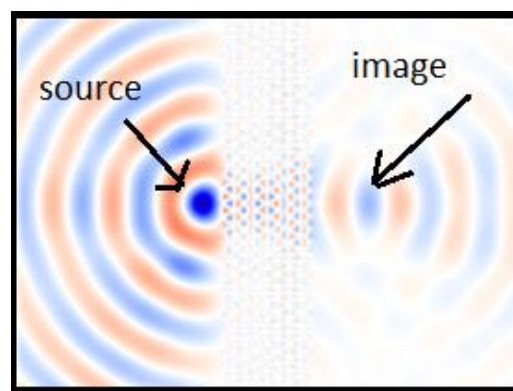
- [1] Veselago, V.G., *The electrodynamics of substances with simultaneously negative values of  $\epsilon$  and  $\mu$* , **Sov. Phys. Usp.** 10 (1968) 509-514.
- [2] Pendry, J.B., *Negative refraction makes a perfect lens*, **Physical Review Letters** 85 (2000) 3966-3969.
- [3] Yablonovitch, E., *photonic band structure: the F.C.C case*, **Physics Review Letters** 67 (1989) 2295-2298.
- [4] Joannopoulos, J.D., *Photonic crystals molding the flow of light*, p.250, Princeton University Press, 2008.
- [5] Notomi, M., *Negative refraction in photonic crystals*, **Optical and Quantum Electronics** 31 (2002) 133-143.
- [6] Foteinopoulou, S., *Negative refraction and left-handed behavior in two-dimensional photonic crystals*, **Physical Review B** 67 (2003) 235107-235112.
- [7] Parimi, P.V., *Negative Refraction and Left-Handed Electromagnetism in Microwave Photonic Crystals*, **Physics Review Letters** 92 (2004) 127401-127404.
- [8] Zhang, X., *Super lens to overcome the diffraction limit*, **Progress Article**, (2008), 435-441.
- [9] Lu, Z. et al., *Negative refraction imaging in a hybrid photonic-crystal device at near-infrared frequencies*, **Optics Express** 15, (2007) 1286-1291.
- [10] Lou, C., et al., *all angle negative refraction without negative effective index*, **Physical Review B** 65 (2002) 2011041-2011044.
- [11] Yuan Li, Z., et al., *Large absolute band gap in 2D anisotropic photonic crystals*, **Physical Review Letters** 81 (1998) 2574-2577.
- [12] Xiao, M., *Influence of the surface termination to the point imaging by a photonic crystal slab with negative refraction*, p., **Applied Physics Letters** 85 (2004) 4269-4275.
- [13] Khromova, A., Melnikov, A., *Anisotropic photonic crystal: Generalized plane wave method and dispersion symmetry properties*, **Optics Communications** 281 (2008) 5458-5466.
- [14] Johnson S. G., Joannopoulos, J. D., *The MIT Photonic-Bands Package*, home page <http://ab-initio.mit.edu/mpb/>, (2003).
- [15] Taflov, A., Hagness, S.C., *Computational Electrodynamics: The Finite-Difference Time-Domain Method*, p.120 Artech, Norwood, 3rd edn., 2005.
- [16] Oskooi, Ardavan F., *MEEP: A flexible free-software package for electromagnetic simulations by the FDTD method*, **Computer Physics Communications** 181 (2010) 687-702.

پردازیم. برای این منظور از نرم افزار MEEP [۱۶] استفاده نموده ایم. همانطور که در مقدمه ذکر شد، عامل مهمی که در ایجاد یک تصویر کامل در ناحیه زیر موج توسط لنز تاثیر دارد جفت شده گی دو محیط است که از طریق تنظیم مرزهای لنز امکان پذیر است. برای بررسی میزان عبور از لنز از روش FDTD استفاده کرده ایم. شکل ۴، لنز طراحی شده و محل قرار گرفتن چشمه و تصویر را نشان می دهد. پارامتر  $L$  فاصله لبه بلور فوتونی از مرکز آخرین ردیف سوراخ ها است. با تنظیم دقیق  $L$  می توان میزان عبور از تیغه بلور فوتونی را به بالای ۹۵٪ رساند. در نتیجه لنز با محیط اطراف خود کاملاً جفت می شود و تمام مولفه های خروجی از چشمه در ساخت تصویر شرکت دارند و می توان تصویری با کیفیت بالا به دست آورد.



شکل ۴: لنز کامل ساخته شده از بلور فوتونی و محل قرار گرفتن چشمه و تصویر.  $L$  فاصله لبه بلور فوتونی از مرکز آخرین ردیف سوراخ ها است.

شکل ۵، مولفه عمودی میدان الکتریکی به دست آمده از روش FDTD و محل چشمه و تصویر را نشان می دهد.



شکل ۵: مولفه  $Z$  میدان الکتریکی. محل چشمه و تصویر به دست آمده از لنز

محاسبات نشان می دهد که به ازای  $L = 0.8a$  میزان عبور از بلور فوتونی نزدیک به ۹۵٪ بوده و بنابراین تمام مولفه های ساعت شده از چشمه در ساخت تصویر شرکت دارند.