



تأثیر بر همکنش اسپین - مدار بر خواص نوری نقطه‌ی کوانتومی کروی

بهروز وثاقتی، محبوبه موسوی و قاسم رضایی

گروه فیزیک، دانشگاه یاسوج، یاسوج

چکیده - در مقاله حاضر اثر برهمکنش اسپین - مدار راشبا را بر روی خواص نوری یک نقطه کوانتومی کروی نیم‌رسانا با پتانسیل نامحدود بررسی خواهیم کرد. در این راستا ابتدا ویژه‌توابع و ویژه‌مقادیر انرژی سیستم بدون حضور برهم‌کنش اسپین - مدار راشبا را بدست آورده و سپس با اضافه نمودن هامیلتونی برهمکنش اسپین - مدار راشبا ویژه‌توابع و ویژه‌مقادیر جدید انرژی را محاسبه و با استفاده از آن‌ها به محاسبه‌ی ضرایب جذب و شکست و تأثیر برهمکنش اسپین - مدار بر آن‌ها پرداخته‌ایم. نتایج حاکی از تغییر ضرایب جذب و شکست در اثر حضور برهمکنش اسپین - مدار می‌باشد.

کلید واژه - برهمکنش اسپین - مدار راشبا، پتانسیل نامحدود، خواص نوری، ضریب جذب، ضریب شکست

spin-orbit interaction effects on the optical properties of spherical quantum dot

Behrooz Vaseghi, Mahboobeh Mousavi and Ghasem Rezaei

Department of Physics, University of Yasouj, Yasouj

Abstract- In this paper we have investigated the Rashba spin-orbit interaction effects on the optical properties of a spherical quantum dot with infinite potential. In this regard energy eigenvalues and functions are calculated without considering the spin-orbit interaction. By means of new energy eigenvalues and functions, transition dipole moments, optical absorption coefficient and Refractive index are calculated. Results show that spin-orbit interaction and its strength have considerable effects on the optical properties of the system.

Keywords: Rashba spin-orbit interaction, infinite potential, optical properties, optical absorption coefficient, Refractive index

۱- مقدمه

که $\vec{P}$ اندازه حرکت، $\vec{A}$ پتانسیل برداری، m^* جرم مؤثر و $U(r)$ پتانسیل محدودیت کوانتومی و به صورت زیر می-باشد:

$$U(r) = \begin{cases} 0 & r < r_0 \\ \infty & r > r_0 \end{cases} \quad (3)$$

در رابطه (۱) هامیلتونی اسپین-مدار راشبا با رابطه‌ی زیر مشخص می‌شود [۹]

$$H_{so} = \frac{\alpha}{\hbar} \left[\sigma \times \left(\vec{P} + \frac{e}{c} \vec{A} \right) \right] \hat{n} \quad (4)$$

که در رابطه فوق α ضریب برهمکنش اسپین-مدار راشبا، $\sigma = (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)$ ماتریس‌های پائولی و $\hat{n}$ بردار عمود بر سطح می‌باشد که در پیمانه‌ی متقارن پتانسیل برداری $\vec{A} = (-\frac{By}{2}, \frac{Bx}{2}, 0)$ به صورت زیر می-باشد:

با استفاده از معادلات (۴) و روابط بالا فرم ماتریسی هامیلتونی برهمکنش اسپین-مدار در مختصات کروی را به صورت زیر محاسبه نموده‌ایم

$$H_{so} = \begin{pmatrix} \frac{i\alpha}{r} \frac{\partial}{\partial \varphi} - \frac{eB\hbar}{2c} \sin^2 \theta & \frac{\alpha}{r\hbar} [-L_- + \frac{eBr^2}{2c} \sin \theta \cos \theta] \\ \frac{\alpha}{r\hbar} [-L_+ + \frac{eBr^2}{2c} \sin \theta \cos \theta] & -\frac{i\alpha}{r} \frac{\partial}{\partial \varphi} + \frac{eB\hbar}{2c} \sin^2 \theta \end{pmatrix} \quad (5)$$

که در رابطه فوق $L_{\pm}$ عملگرهای نردبانی اندازه حرکت زاویه‌ای هستند. برای بدست آوردن ویژه‌توابع و ویژه‌مقادیر سیستم توسط معادله‌ی ویژه‌مقداری زیر

$$H\psi(r, \theta, \varphi) = E\psi(r, \theta, \varphi) \quad (6)$$

با حل معادله ویژه‌مقداری بالا ویژه‌توابع به صورت زیر بدست می‌آید

$$\psi_{nlm}(r, \theta, \varphi) = r^{-\frac{3}{2}} Y_{lm}(\theta, \varphi) \text{Whittaker} M \left(\frac{-m\gamma + E}{2\gamma}, \frac{l}{2} + \frac{1}{4}, \frac{1}{2} r^2 \gamma \right) \quad (7)$$

که در این رابطه $\gamma = \frac{eB\hbar}{2m^*CR_y}$ ، B میدان مغناطیسی

خارجی، $R_y = \frac{e^2}{2\epsilon a_B}$ واحد مؤثر انرژی، ϵ ثابت دی-الکتریک و a_B^* شعاع بوهر است. با در نظر گرفتن حالت-های اسپینی تابع موج کلی سیستم به صورت زیر می-باشد:

$$\psi_{nlm}(\vec{r}, \vec{s}) = C_+ \psi_{nlm} \chi_+ + C_- \psi_{nlm+1} \chi_- \quad (8)$$

در دو دهه اخیر ساخت سیستم‌های با ابعاد کم در عرصه-ی فیزیک حالت جامد رخدادی مهم محسوب می‌شود و نانوساختارها، رفتارهای متفاوت و خواص جدیدی را پیش روی ما قرار داده و اهمیت کار در مقیاس نانو را مشخص می‌کنند [۱]

تلاش‌های اخیر متمرکز بر درک خواص الکترونی و نوری نقاط کوانتومی است [۲، ۳] که این نقاط محدودیت کوانتومی را در هر سه راستای فضایی متحمل می‌شوند. پتانسیل محدودیت کوانتومی موجب تغییر چگالی حالت‌ها و خواص فیزیکی این ساختارهای شبه صفر بعدی است. با اعمال میدان‌های خارجی بر روی نقاط کوانتومی دستکاری حالات کوانتومی ممکن می‌شود [۴].

در سال‌های اخیر اسپینترونیک (پدیده‌های وابسته به اسپین) توجه بسیاری را به خود جلب کرده است به طوری که بر همکنش اسپین-مدار به عنوان یک امکان برای دستکاری و کنترل حالات الکترون از طریق ولتاژ گاف بسیار مورد اهمیت قرار گرفته است [۵] ساختارهای نیم‌رسانا با توجه به خواص تقارنی خود برهمکنش‌های متفاوتی را از خود نشان می‌دهند [۶]. در این مقاله به بررسی تأثیر برهمکنش اسپین-مدار در حضور میدان مغناطیسی خارجی بر ضرایب جذب و شکست نوری سیستم خواهیم پرداخت. نتایج نشان می‌دهند که با در نظر گرفتن اثر اسپین-مدار قله‌ی ضرایب جذب و شکست تغییر یافته و به سمت انرژی‌های بیشتر جابه‌جا می‌شوند. قدرت برهمکنش اسپین-مدار نیز تأثیر قابل ملاحظه‌ای بر خواص اپتیکی سیستم دارد.

۲- تئوری

در چهارچوب تقریب جرم مؤثر، هامیلتونی یک الکترون در یک نقطه کوانتومی کروی تحت تأثیر میدان مغناطیسی خارجی و با اسپین-مدار راشبا با رابطه‌ی زیر مشخص می‌شود [۷]

$$H = H_0 + H_{so} \quad (1)$$

که در آن H_0 به شکل زیر است [۸]

$$H_0 = \frac{(\vec{P} + \frac{e}{c} \vec{A})^2}{2m^*} + U(r) \quad (2)$$

$$\frac{\Delta n(\omega)}{n_r} = -\frac{\sigma_v |M_{12}|^2}{4n_r^3 \epsilon_0} \frac{\mu c I}{[(E_{12} - \hbar\omega)^2 + (\hbar\Gamma_2)^2]} [4E_{21} - \hbar\omega] |M_{12}|^2 - \frac{(M_{22} - M_{11})^2}{(E_{21})^2 + (\hbar\Gamma_2)^2} \{ (E_{21} - \hbar\omega) [E_{21}(E_{21} - \hbar\omega) - (\hbar\Gamma_2)^2] - (\hbar\Gamma_2)^2 (\hbar\Gamma_2)^2 (2E_{21} - \hbar\omega) \} \quad (16)$$

که در رابطه بالا n_r ضریب شکست است. تغییرات کل ضریب شکست می تواند به صورت زیر نوشته شود

$$\frac{\Delta n(\omega)}{n_r} = \frac{\Delta n^{(1)}(\omega)}{n_r} + \frac{\Delta n^{(3)}(\omega)}{n_r} \quad (17)$$

$$\alpha^{(1)}(\omega) = \omega \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon_r}} \frac{|M_{21}|^2 \sigma_v \hbar \Gamma_2}{(E_{21} - \hbar\omega)^2 + (\hbar\Gamma_2)^2} \quad (18)$$

$$\alpha^{(3)}(\omega) = -\omega \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon_r}} \left(\frac{I}{2\epsilon_0 n_r c} \right) \frac{|M_{21}|^2 \sigma_v \hbar \Gamma_2}{[(E_{21} - \hbar\omega)^2 + (\hbar\Gamma_2)^2]^2} [4|M_{21}|^2 - \frac{|M_{22} - M_{11}|^2}{E_{21}^2 + (\hbar\Gamma_2)^2}] \times [3E_{21}^2 - 4E_{21}\hbar\omega + \hbar^2(\omega^2 - \Gamma_2^2)] \quad (19)$$

بنابراین، ضریب جذب نوری کل $\alpha(I, \omega)$ به صورت زیر خواهد بود

$$\alpha(I, \omega) = \alpha^{(1)}(\omega) + \alpha^{(3)}(I, \omega) \quad (20)$$

در معادلات بالا، Γ_2 آهنگ واهلش، ϵ_0 ثابت دی الکتریک خلأ، σ_v چگالی حاملان بار، c سرعت نور در خلأ، μ تراوایی و $I = 2\epsilon_0 n_r c |E|^2$ شدت میدان الکترومغناطیسی است.

۳- بحث و نتیجه گیری

با توجه به فرمول بندی ارائه شده در قسمت قبل به محاسبه ضرایب جذب و تغییرات ضریب شکست برای یک نقطه ی کوانتومی از جنس $GaAs$ که در آن $\epsilon_r = 13/18$ ، $m^* = 0.067m_0$ ، پرداخته ایم و تغییرات این ضرایب را برای حالت های مختلفی از برهمکنش اسپین-مدار رسم کرده ایم. در شکل های ۱ و ۲ ضرایب جذب و شکست خطی، غیرخطی و کل با در نظر گرفتن برهمکنش اسپین-مدار و همچنین بدون در نظر گرفتن این کمیت رسم شده اند و در شکل های ۳ و ۴ ضرایب جذب و شکست کل را برای مقادیر مختلفی از ضریب برهمکنش اسپین-مدار راشبا α ترسیم نموده ایم. همانطور که در نمودارها مشخص است اثر اسپین-مدار تأثیر قابل ملاحظه ای بر ضرایب جذب و شکست دارد به طوری که با در نظر

در این رابطه C_+ و C_- ضرایب بسط تابع موج کل سیستم و $\chi_{\pm}$ حالت های اسپینی می باشند.

با تأثیر هامیلتونی کل سیستم بر ویژه توابع بالا به صورت

$$H \begin{pmatrix} C_+ \psi_{nlm} \\ C_- \psi_{nlm+1} \end{pmatrix} = E_{\pm} \begin{pmatrix} C_+ \psi_{nlm} \\ C_- \psi_{nlm+1} \end{pmatrix} \quad (9)$$

ویژه توابع انرژی کل و ویژه مقادیر از معادلات انتگرالی زیر بدست خواهند آمد:

$$\begin{pmatrix} \int dV (E_0 - E_{\pm} - \frac{m\alpha}{r} - \frac{eB\alpha}{2\hbar c} r \sin^2 \theta) \psi_{nlm} \psi_{nlm}^* & - \int dV \frac{\alpha}{r} \sqrt{(l+m)(l+m+1)} \psi_{nlm} \psi_{nlm+1}^* \\ \int dV \frac{\alpha}{r} \sqrt{(l-m)(l-m+1)} \psi_{nlm+1} \psi_{nlm+1}^* & - \int dV (E_0 - E_{\pm} + \frac{m\alpha}{r} + \frac{eB\alpha}{2\hbar c} r \sin^2 \theta) \psi_{nlm+1} \psi_{nlm+1}^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_+ \\ C_- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (10)$$

۲-۱- محاسبه تغییرات ضریب جذب و ضریب شکست خطی، غیر خطی و کل

اگر فرض کنیم سیستم مورد مطالعه در معرض نور تک فام قرار گیرد، بردار میدان الکتریکی قطبیده در جهت r مربوط به این موج نوری می تواند به صورت زیر نوشته شود

$$E(t) = E(t) \hat{r} = (\tilde{E} e^{i\omega t} + \tilde{E}^* e^{-i\omega t}) \hat{r} \quad (11)$$

که این میدان باعث ایجاد گشتاور دوقطبی گذار بین ترازها می شود که اجزاء ماتریس این گشتاور دوقطبی به صورت زیر بدست می آید

$$M_{ij} = \langle \psi_i | e \hat{r} | \psi_j \rangle \quad (i, j = 1, 2) \quad (12)$$

که $\psi_{i,j}$ ویژه حالاتی است که بوسیله معادلات زیر داده می شوند

$$\psi_i = C_1 \psi_{nlm} + C_3 \psi_{nl+1m} \quad (13)$$

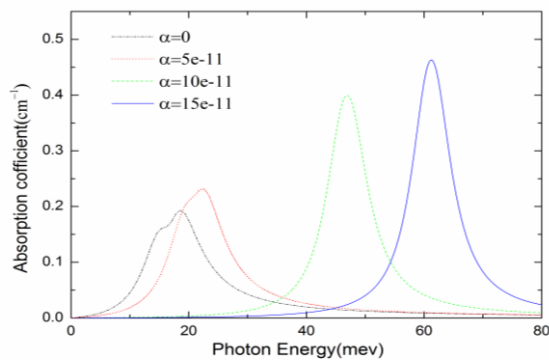
$$\psi_j = C_2 \psi_{nlm} + C_4 \psi_{nl+1m}$$

و اختلاف انرژی بین این دو حالت به صورت زیر است

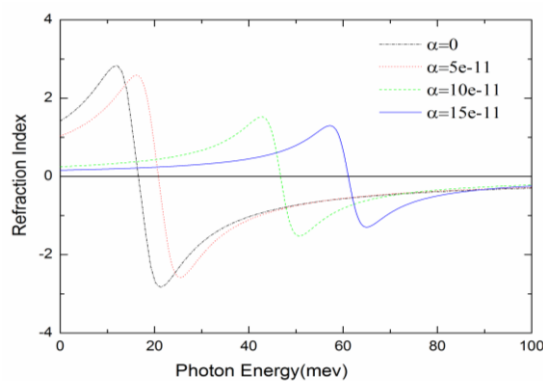
$$E_{ij} = E_i - E_j \quad (14)$$

با استفاده از ماتریس چگالی استاندارد و روش تکرار می توان تغییرات در ضریب شکست و جذب خطی و غیرخطی را به صورت روابط زیر بدست آورد

$$\frac{\Delta n^{(1)}(\omega)}{n_r} = \frac{\sigma_v |M_{12}|^2}{2n_r^2 \epsilon_0} \left[\frac{E_{21} - \hbar\omega}{(E_{21} - \hbar\omega)^2 + (\hbar\Gamma_2)^2} \right] \quad (15)$$



شکل ۳: تغییرات ضریب جذب کل بر حسب انرژی فوتون فرودی به ازای مقادیر مختلف α .

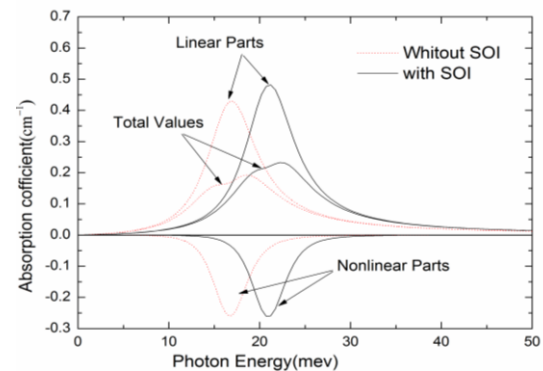


شکل ۴: تغییرات ضریب شکست کل بر حسب انرژی فوتون فرودی به ازای مقادیر مختلف α .

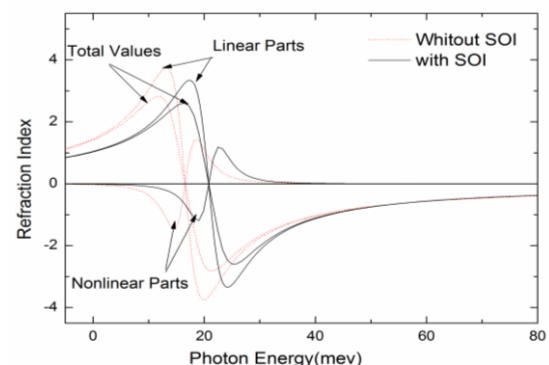
مراجع

- [1] J. H. Schon, et. al, **Science** 293 (2001) 2432.
- [2] W. Yao, Z. Yu, Y. Liu, **Optics Communications** 283 (2010) 5058.
- [3] L. Lu, W. Xie, Z. Shu, **Physica B** 406 (2011) 3735.
- [4] N. Bloem Bergen, **Nonlinear Optics**, World Scientific, Singapore (1996).
- [5] J. M. Jancu, et, at, **Phys.Rev. B** 70 (2004) 121306.
- [6] E. I. Rashba, **Sov. Phys. Solid State** 2 (1960) 11069.
- [7] M.Q. Weng, Y. Y. Wang, M. W. Wu, **Elrctron spin relaxation in cubic GaN quantum dots**, arXiv:0809.4103v2. **cond matt** 2009.
- [8] S. E. Pourmand and G. Rezaei, **Journal of Computational and Theoretical Nanoscience** 7 (2010) 11040.
- [9] B. Vaseghi, G. Rezaei, M. Malian, **Physics Letters A** 375 (2011).

گرفتن اثر اسپین- مدار قله‌های ضرایب جذب و شکست افزایش یا کاهش یافته و به سمت انرژی‌های بزرگتر جابه‌جا می‌شوند. میزان جابه‌جایی و نیز کاهش یا افزایش این کمیت‌ها به طور چشمگیری به قدرت برهمکنش اسپین- مدار وابسته است. با افزایش قدرت برهمکنش اسپین- مدار فاصله ترازهای انرژی زیاد شده، همپوشانی بین توابع موج کاهش یافته و M_{21} کاهش می‌یابد. با افزایش انرژی بین ترازها قله‌های ضرایب جذب و شکست به سمت انرژی‌های بزرگتر جابه‌جا می‌شوند. کاهش M_{21} در ضرایب شکست موجب نزول قله‌ها به مقادیر کمتر و افزایش ضریب شکست به مقادیر بیشتر می‌شوند. افزایش قله‌های ضریب جذب ناشی از سهم بزرگتر در افزایش E_{21} نسبت به M_{21} است که حاصل ضرب آن‌ها نقش تعیین کننده‌ای در مقدار ضریب جذب دارد.



شکل ۱: ضرایب جذب خطی، غیرخطی و کل بر حسب انرژی فوتون فرودی همراه با اثر برهمکنش اسپین- مدار و بدون اثر برهمکنش اسپین- مدار



شکل ۲: ضرایب شکست خطی، غیرخطی و کل بر حسب انرژی فوتون فرودی همراه با اثر برهمکنش اسپین- مدار و بدون اثر برهمکنش اسپین- مدار